



**UNIVERSIDAD
PANAMERICANA
Campus Bonaterra**

ESCUELA DE INGENIERÍA

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

TESIS

**Construcción del aprendizaje significativo de la
Geometría en clases tipo taller con recursos
manipulables, en grupos numerosos.**

PRESENTADA POR:

GABRIELA ROMÁN LOERA

Tesis presentada para optar por el grado de Maestra en la Enseñanza de las Matemáticas con reconocimiento de validez oficial del Instituto de Educación de Aguascalientes según acuerdo número 0383 con fecha de Noviembre del 2000.

Dirección de tesis:

M en C Elías Loyola Campos

Aguascalientes, Ags., abril 2013

Agradecimientos:

A Andy y Gerardo por su apoyo, paciencia y comprensión.

Al Profesor Elías, por su paciencia, sus observaciones y por su influencia.

ÍNDICE

Introducción	5
Capítulo I: Planteamiento del Problema	
1.1 Antecedentes	7
1.2 Reconocimiento de una Situación Problemática	13
1.3 Propósitos de la Investigación.....	19
1.4 Justificación	22
Capítulo II: Marco Teórico	
2.1 Introducción	24
2.2 Modelo Constructivista	26
2.2.1 Concepto del Constructivismo	26
2.2.2 Aprendizaje Significativo	27
2.2.3 Requisitos del Aprendizaje Significativo	27
2.2.4 Fundamentos del Constructivismo	29
2.2.5 Procesos de Construcción del Conocimiento	30
2.2.6 Disposición para el Aprendizaje.....	31
2.2.7 Actividad Constructiva del Alumno.....	32
2.2.8 Diseño y Planificación de la Enseñanza.....	33
2.2.9 Construcción de Aprendizajes Significativos.....	33

Capítulo III: Metodología

3.1 Diseño de la Investigación.....	36
3.2 Población.....	38
3.3 Instrumentos y Técnicas de Obtención de Información.....	40

Capítulo IV: Propuesta de Intervención Pedagógica

4.1 Datos de Identificación	42
4.2 Antecedentes.....	45
4.3 Objetivos.....	46
4.4Contenidos a Abordar.....	47
4.5 Descripción de las Sesiones.....	48
4.5.1 Sesión 1.....	49
4.5.2 Sesión 2.....	52
4.5.3 Sesión 3.....	56
4.5.4 Sesión 4.....	59
4.5.5 Sesión 5.....	63
4.5.6 Sesión 6.....	66
4.5.7 Sesión 7.....	69
4.5.8 Sesión 8.....	72
4.5.9 Sesión 9.....	75
4.6 Criterios de Evaluación	78
4.7 Instrumentos de Evaluación	79
4.7.1 Evaluación Diagnóstica General antes de la PIP.....	80
4.5.2 Evaluación Después de la PIP.....	82

4.8 Instrumentos de Obtención de la Información.....	86
4.8.1 Cuestionario para Estudiantes.....	87
4.8.2 Prueba de habilidades de relación numérica y de figuras	95

Capítulo V: Resultados

5.1 Resultados del cuestionario aplicado al grupo experimental.....	102
5.1.1 Características del grupo experimental.....	102
5.2 Resultados del del cuestionario aplicado al grupo de control.....	112
5.2.1 Características del grupo de control.....	112
5.3 Contraste de resultados. grupo experimental vs. grupo de control.....	121
5.4. Resultados de la prueba de diagnóstico , habilidades y evaluación final aplicadas.....	137
5.4.1 Resultados del grupo experimental.....	137
5.4.2 Resultados del grupo de control	137
5.5.Análisis comparativo de resultados	138
5.5.1 Resultados comparativos prueba de habilidades	138
5.5.2 Resultados comparativos prueba de diagnóstico.....	141
5.5.3 Resultados comparativos de la prueba final	144

Capítulo VI : Conclusiones

6.1 Conclusiones basadas en las respuestas de las encuestas.....	148
6.2 Conclusiones basadas en los resultados de las pruebas de diagnóstico, de habilidades y de evaluación final	152
6.3 Conclusiones generales	154

Referencias bibliográficas, hemerográficas y páginas electrónicas.....	157
ANEXOS.....	162
Anexo 1: Rompecabezas del teorema de Pitágoras propuesto.....	163
Anexo 2: Algunos Exámenes Resueltos por estudiantes.....	166
Anexo 3: Páginas del libro de texto empleado en las actividades de la PIP.....	174
Anexo 4: Triángulos de la actividad principal.....	195

Introducción

El presente trabajo se basa en un estudio realizado a los estudiantes de nivel bachillerato que cursan el segundo semestre, con la materia de Geometría y Trigonometría, para determinar las estrategias que permitieran un cambio en el aprendizaje de la geometría y trigonometría, a partir de un grupo experimental y un grupo de control, siendo las características de aprovechamiento escolar del grupo experimental inferiores a las del grupo de control, con el afán de resaltar los resultados de la propuesta de intervención pedagógica.

Consta de seis capítulos, el primero de los cuales aborda el planteamiento del problema, cuyos antecedentes destacan la panorámica que nos muestran los resultados de algunas evaluaciones internacionales, donde se subraya la necesidad de reforzar el aprendizaje de matemáticas, al posicionar a México por debajo de la media de OCDE. Se reconoce entonces, la necesidad de iniciar acciones que permitan el aprendizaje significativo de las matemáticas, en el aula. De esta manera los propósitos de la investigación descansan en el logro de ese aprendizaje significativo y la reducción de los índices de reprobación en el área de matemáticas.

El segundo capítulo, que se refiere al marco teórico en que se sustenta la propuesta, se describe el modelo constructivista, el aprendizaje significativo, los fundamentos para el constructivismo y los procesos de construcción del conocimiento y aprendizajes significativos; además el modelo de desarrollo de habilidades del pensamiento (DHP), su historia, sus factores fundamentales, diseños curriculares, estrategias, etcétera.

El capítulo tres aborda la metodología de la propuesta; dicho capítulo describe el diseño de la investigación en cuanto al direccionamiento de los instrumentos de evaluación, la elección de un grupo de control y un grupo experimental, la población a la que se dirige esta propuesta, y las técnicas de obtención de la información que se emplearon.

La propuesta de intervención pedagógica, se desarrolla en el capítulo cuatro, en donde se destacan los datos de identificación tanto del lugar donde se desarrolló la propuesta, como la posición de la materia en el mapa curricular; los temas que posteriormente se beneficiarán con la aplicación de esta propuesta de intervención, los contenidos del mapa curricular que se realizaron con las actividades específicas, y la descripción detallada de las sesiones en que tales actividades se llevaron a cabo; así como los criterios de evaluación de la misma para validar los resultados obtenidos.

Dichos resultados se exponen en el quinto capítulo, en donde se muestran las frecuencias de las respuestas del cuestionario aplicado para conocer algunos aspectos de cada estudiante, así como información de los resultados de las pruebas antes de la propuesta (diagnóstica y de habilidades) y después de la propuesta (final). Posteriormente se puede apreciar el análisis comparativo de los resultados del grupo de control y experimental, tanto del cuestionario como de las evaluaciones, lo que da la pauta para ver el esquema del avance de cada grupo. Asimismo, se muestran los niveles de significancia de tales resultados.

Ya con los resultados analizados, en el sexto capítulo se exponen las conclusiones, tanto de las respuestas de las encuestas, los resultados de las pruebas realizadas y las conclusiones generales.

En la sección de Anexos podrá encontrar instrumentos de evaluación y las páginas del libro de texto en el que se basaron algunas de las actividades de la propuesta, así como algunos ejemplos de los ejercicios realizados por algunos estudiantes.

CAPÍTULO I

Planteamiento del problema

1.1 Antecedentes

Conocido es por todos el rechazo que muchos estudiantes presentan al aprendizaje de las matemáticas, y la evidencia de esta afirmación la podemos encontrar en los resultados de las evaluaciones realizadas por instituciones internacionales, nacionales y estatales, que tienen en común los bajos promedios en esta materia.

Ante esta situación, naturalmente se deriva una preocupación de los padres, estudiantes y maestros, sobre las siguientes interrogantes: ¿los estudiantes están preparados para enfrentar los retos del futuro?, ¿pueden analizar, razonar y comunicar sus ideas con eficacia?, ¿son capaces de continuar aprendiendo a lo largo de sus vidas?

Uno de los instrumentos que son empleados para valorar y tratar de responder a esas interrogantes, es la prueba que desarrolla el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés), que evalúa la medida en que los estudiantes de 15 años (algunos de ellos en bachillerato y otros aún en secundaria) han obtenido algunos de los conocimientos y aptitudes que son esenciales para una participación plena en la sociedad.

Los resultados de esta prueba destacan a los países que tuvieron éxito en el logro de niveles de desempeño altos mientras que, al mismo tiempo, propician una distribución equitativa de las oportunidades de aprendizaje, realizando un comparativo que incita a la motivación y competitividad de los países, pues tan sólo en el año 2000, esta prueba fue realizada con la participación de 43 países, para el 2003, el número de países fue de 41, y en el 2006 se sabe que los países participantes fueron 57 (Vidal & Díaz, 2004: 29).

Centraremos pues, los resultados de logro en matemáticas que se dieron a conocer como resultado de la aplicación de las pruebas PISA tanto en 2000 como en 2003 (que constituye la línea base entre habilidades y conocimientos de los estudiantes de cada país participante), que publica el Instituto de Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), edición 2004, en donde se destaca que las escuelas participantes en México, en el año 2000 fueron 183, y el número de estudiantes que realizaron esta prueba, 1,124. Para el 2003, estos números se vieron considerablemente aumentados, al participar 5,226 escuelas, en las que 29,983 estudiantes presentaron la prueba.

Cabe aclarar que en esta última evaluación (2003), participaron los 32 estados de la República Mexicana. Además la mayoría de los estudiantes evaluados procedieron de bachillerato (77.8%), donde fue predominante el género femenino (56.6%); sin embargo, en la población de secundaria (22.1%) el número de varones fue mayor (52.2%), como un dato curioso.

La escala de medida de los niveles de habilidades para matemáticas está dividida en *máxima* (con 750 puntos): en este nivel, los estudiantes interpretan y formulan problemas de matemáticas, manejan información compleja, e identifican y aplican conocimientos y herramientas relevantes, además muestran procesos cognoscitivos de alto nivel, tales como generalización, razonamiento y argumentación para comunicar sus resultados; *media* (570 puntos): interpretan, vinculan e integran representaciones de un problema o fragmentos de la información, manipulan y emplean modelos conocidos con representaciones complejas, trabajan con estrategias, aplican conocimiento y exploración de patrones; y *mínimo* (380 puntos): reproducen elementos matemáticos básicos y aplican habilidades simples de cálculo, reconocen la información a partir de elementos concretos, emplea procedimientos rutinarios en un solo paso de procesamiento (Vidal & Díaz, 2004: 32).

Así pues, los resultados en matemáticas de esta prueba a nivel internacional muestran que para el 2000, México ocupó el lugar 36, es decir, el

lugar de México con 387 puntos estuvo por debajo del promedio de la OCDE de 500 puntos, siendo el país más destacado en esta prueba, en el año indicado Hong Kong con 560 puntos, y el país con menor puntaje Perú con 292 (Vidal & Díaz, 2004: 73).

Para el 2003, los resultados de esta prueba mostraron que el lugar de México (ahora con significativo aumento de participación de escuelas y estudiantes que en el 2000) fue el 37, al haber obtenido 385 puntos. El máximo puntaje fue de nuevamente de Hong Kong con 550, pero en esta ocasión Brasil ocupó la última posición con 356 puntos, ya que Perú fue uno de los países que no participaron.

Por lo anterior, los países con media significativamente menor al promedio de la OCDE, son en orden descendente: Luxemburgo, España, Letonia, Estados Unidos, Rusia, Portugal, Italia, Grecia, Serbia y Montenegro, Turquía, Uruguay, Tailandia, México, Indonesia, Túnez y Brasil. Tal y como se puede apreciar, México en el lugar 13 de este conjunto.

A nivel nacional, esta misma prueba nos muestra una radiografía de la situación de cada Estado de la República Mexicana, ocupando los tres primeros lugares Colima (443), Distrito Federal (435) y Aguascalientes (429) y los tres últimos lugares Guerrero (351), Tabasco (335) y Oaxaca (329).

Cabe resaltar que Aguascalientes con 429 puntos ha quedado ligeramente mayor al resultado que obtuvo Turquía, sin embargo el resultado no es muy alentador ya que recordemos que Turquía también se encuentra considerablemente alejado de la media de la OCDE, que es de 500 puntos.

Ya en el 2006, los resultados que presenta PISA muestra que los resultados para México siguen siendo reprobatorios, considerando la media de la OCDE, que si bien es cierto que es esta evaluación México obtuvo 410 puntos superando los puntajes obtenidos en las respectivas evaluaciones del 2000 y 2003, México se ubicó como el último de los 30 países de la organización, por detrás incluso de

Turquía (424) y Grecia (473), y de naciones que no pertenecen al grupo como Chile (438) y Uruguay (428)

Conociendo estos resultados podemos subrayar que el nivel de habilidades para matemáticas de la mayoría de los mexicanos son básicas, y que el camino para alcanzar la media es distante por el momento.

Por otro lado, en Aguascalientes, se tiene como evidencia de la constante problemática del rechazo al aprendizaje de las matemáticas, los resultados que presenta el Instituto de Educación de Aguascalientes (IEA), en una prueba aplicada a estudiantes del tercer año de bachillerato (concretamente quinto semestre), denominada “PREEXANI”, llevada a cabo en el ciclo escolar 2006-2007. Esta prueba tuvo la intención de visualizar los resultados previos en diferentes áreas del conocimiento, con la finalidad de tomar estrategias puntuales para incrementar el puntaje en la presentación del EXANI II. El número de reactivos de esta prueba es de 180, y abarca razonamiento verbal y matemático (con 30 preguntas para cada uno), así como mundo contemporáneo, ciencias naturales, ciencias sociales y humanidades, matemáticas y español (con 24 preguntas para cada uno). El máximo puntaje en cada una de las áreas de este examen es 1300 y el mínimo 700, además la media es 965 y la desviación típica es de 72.7.

De acuerdo a la puntuación obtenida en esta evaluación, se han catalogado los siguientes niveles de logro académico:

1. 700 - 800 puntos, inicial
2. 801 – 900 puntos, en desarrollo
3. 901 – 1000 puntos, confiable
4. 1001 – 1100 puntos competitiva
5. 1101 – 1300 puntos de clase mundial

Asimismo, se asume que el estudiante que presenta esta prueba es una persona con la madurez mínima suficiente, que ha adquirido las cualidades humanas que supone la convivencia social y las bases culturales (conocimientos, comportamientos y valores) deseables en cualquier ciudadano mexicano.

Entre las materias a evaluar en esta prueba, en el área de matemáticas se encuentran álgebra, trigonometría, geometría plana, probabilidad, geometría analítica. El examen tiene la estructura de opción múltiple (con 5 opciones), con lo que se tiene una esperanza matemática del 20%.

En los resultados globales, matemáticas fue una de las áreas que quedaron muy por debajo de la media, puesto que con un 31.9% (891 puntos) del puntaje total (1300 puntos), quedó en el penúltimo lugar (el último lugar, para los curiosos, lo obtuvo inglés con el 31%).

Al realizar el comparativo entre el EXANI 2005-2006, y el PREEXANI 2006-2007, se destaca que matemáticas, habiendo tenido 928 puntos en el EXANI, en el momento de la aplicación del PREEXANI, esta área se redujo a 891 puntos, de los 1300 posibles en ambos casos (EXANI y PREEXANI II). Un caso muy similar ocurrió con las materias de español e inglés, que redujeron su puntaje en la prueba de PREEXANI. Sin embargo, las otras materias evaluadas, incrementaron su puntuación.¹

Datos históricos de pruebas de EXANI II aplicadas con anterioridad demuestran que, concretamente para el sistema del Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Aguascalientes (CECyTEA) (institución para la cual laboro actualmente como docente de matemáticas), los resultados que se obtuvieron en el área de matemáticas, contribuyen cierta medida al bajo rendimiento, ya que en el 2000, la media global obtenida por este subsistema fue de 927 puntos; para el 2001, fue de 920; en 2002, 923; y en el 2003, ésta fue de 918 puntos, un tanto alejada de la media global del EXANI II.

¹ Presentación PreexanII 2006-2007, Documento interno del IEA, elaborado por Alma López, educación media superior, almalopez@iea.sep.gob.mx

Ahora bien, los resultados anteriores nos hablan de lo que en conjunto el subsistema logró, y con esto podríamos afirmar que, de acuerdo con ellos, durante los citados años, los estudiantes del CECyTEA que han presentado esta prueba hasta el momento se ubican en promedio, en el nivel III “confiable” (que justamente es el punto medio entre los otros niveles de logro académico).

Luego, en el plantel de Ciudad Satélite Morelos (que es en donde estoy asignada actualmente), los resultados globales en esos años para esta prueba son 2000, 950 puntos; 2001, 940 puntos; 2002, 946 puntos; 2003, 943 puntos, precisamente ubicados en el nivel III “confiable”. Además, estos puntajes han ocasionado su movilidad en su posición estatal durante estos ciclos escolares, en virtud de que en el 2000 ocupó el lugar 23, al siguiente año se ubicó en la posición 43, luego nuevamente, pero lentamente hacia arriba, su puesto fue el 38 y en el 2003, su lugar fue el 25.

De manera directa sólo para los resultados obtenidos en el área de matemáticas podemos apreciar ligeras variaciones con respecto de las medias globales citadas, es decir para matemáticas, en el año 2000, se obtuvieron 911 puntos; 2001, 948 puntos; 2002, 946 puntos; 2003, 942 puntos, en donde aún habiendo cambios de posición estatal, este plantel sigue ubicado en el citado nivel III (IEA-CENEVAL, 2006). Es notable que para esta prueba que presentan los estudiantes de quinto semestre (17 a 19 años), se llevan a cabo en la mayoría de las instituciones cursos adicionales de refuerzo académico, algunos meses antes de realizar esta evaluación.

De cualquier manera, ambos instrumentos, tanto PISA como EXANI II nos muestran una realidad ineludible y generalizada no sólo en un plantel, ni en el Estado, sino en México y en el mundo entero sobre el bajo rendimiento en matemáticas, y la información que nos presentan desde distintas perspectivas, es una panorámica que converge en el reconocimiento de situaciones problemáticas en cuanto al aprovechamiento escolar de nuestros jóvenes y plantear estrategias que permitan cambiar el rumbo de las cifras mostradas, de manera positiva.

1.2 Reconocimiento de una Situación Problemática

Se ha destacado que los resultados de la evaluación PISA realizada en 2006, muestran que “La mitad de la población mexicana de 15 años que cursa el último grado de secundaria o el primero de bachillerato, carece de los conocimientos mínimos para competir e insertarse en el mundo global, ya que México se ubica en el último lugar de los 30 países miembros de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) (Elena Michel / El Economista, 5 de diciembre 2007).”², y que el logro obtenido en materia del EXANII estatal también muestra que el nivel educativo de matemáticas se encuentra en el lugar III (IEA-CENEVAL, 2006), con lo que nuestros estudiantes en este nivel son clasificados como “confiable” en materia de conocimientos.

Conociendo la panorámica de los resultados en materia de aprendizaje internacional, nacional y estatal, podemos agregar que en un mundo globalizado, en donde se requiere competitividad en todos los ámbitos del entorno social, la educación no puede quedarse fuera del análisis microscópico, y es tarea de los académicos interpretar lo que puede observarse, así como proponer mejoras para alcanzar los estándares de calidad que se requieren para estar a la altura de las exigencias estatales, nacionales e incluso las internacionales, con el fin de que los estudiantes estén preparados para enfrentar los retos del futuro; empleando su capacidad de analizar, razonar y comunicar sus ideas con eficacia y continuar aprendiendo a lo largo de sus vidas.

Lo anterior parece ser “una observación poética” de lo que en la realidad se tiene, pues si bien somos conscientes del problema nacional en cuanto al bajo aprovechamiento en educación, existen muchos factores que nos impiden alcanzar la meta, ya que por muy optimista que se pueda ser, los esfuerzos individuales no son suficientes, se requiere de la participación conjunta de los actores involucrados (administrativos, docentes, padres de familia y estudiantes) y

² <http://www.eleconomista.com.mx/impreso/> [visitada el 5 de diciembre 2007]

todos los sectores de la sociedad (gobierno, empresarios, instituciones), para tener un logro positivo, alcanzar la meta, y seguirla superando día con día.

Sin embargo, también es importante subrayar que el proyecto de modernización en el ámbito educativo, por parte de la Secretaría de Educación Pública (SEP), para elevar la calidad educativa de los estudiantes, se basa en acciones que los países que encabezan la lista de informes de la OCDE dejaron de llevar a cabo desde hace 20 años en virtud de que los logros obtenidos con tales acciones no evitaban el rezago; asimismo, la falta de compromiso de los docentes con la educación es uno de los problemas más grandes del país, puesto que se debe educar a los maestros para tener un compromiso social sólido hacia los ciudadanos³. Los finlandeses, pueden presumir que sus docentes sí están comprometidos con su labor y con los ciudadanos (Andere, E. octubre 2007: 38), y la prueba palpable se puede apreciar en los resultados de la evaluación 2006 de PISA.

En Aguascalientes, esta situación contribuye con su parte proporcional a incrementar el problema, pues aunque teóricamente se tienen maestros “preparados” (quienes están en constante capacitación y son innovadores en las técnicas metodológicas), para hacerle frente (aunque también los hay sin compromiso, ni interés por cambiar la situación), en la práctica es difícil asegurar que haya suficientes maestros efectivamente calificados para aumentar el aprovechamiento de sus estudiantes, y aunado a esto, existen otros factores sociales que influyen la vida de cada estudiante, que son inevitables.

Tales circunstancias se dan como un “factor común” en este “polinomio” de causas por las que el aprendizaje no resulta ser tan significativo como se pretende, dado que los temas y contenidos vistos hoy, mañana posiblemente se hayan olvidado en virtud de que lo aprendido no haya sido tan relevante, o no ser utilizado regularmente, limitando las herramientas para el desarrollo de estrategias

³ <http://www.sep.gob.mx/work/resources/LocalContent/90019/1/image004.jpg> [visitada 5 de diciembre 2007]

que permitan resolver los problemas del entorno, o que los estudiantes sean capaces de generar conocimiento por sí mismos, lo que resulta preocupante y nos impulsa a buscar estrategias que permitan obtener una solución efectiva para erradicar el fenómeno del aprendizaje volátil, e incrementar el desarrollo de las habilidades intelectuales de los jóvenes.

Particularmente, en el nivel de bachillerato, la enseñanza y aprendizaje de matemáticas (álgebra, geometría, trigonometría, geometría analítica, cálculo, estadística y probabilidad) se convierte un reto, ya que no se puede partir del “supuesto” de que los estudiantes han adquirido cierto nivel intelectual, y que sus conocimientos previos son efectivamente significativos. Este problema se presenta cuando ya en el nivel medio superior, algunos estudiantes no poseen conocimientos básicos de aritmética, y como consecuencia se ha dificultado su evolución intelectual para adquirir conocimientos nuevos, e incrementar su capacidad de análisis y síntesis de las actividades que se realizan en el aula, y la información que deberían manejar de acuerdo a los contenidos de los programas. Este hecho se da como una reacción en cadena, pues la matemática, al ser una ciencia acumulativa, le crea “lagunas” de información y limita las herramientas útiles para la comprensión de matemáticas superiores, en las que se requiere que el estudiante explote y explore su capacidad de análisis a fin de lograr resolver y proponer alternativas estratégicas que den solución a problemas dados, y encontrar con esto el sentido práctico de las matemáticas.

Luego, bajo estas circunstancias existe una desvinculación entre la enseñanza y el aprendizaje, sobre todo de las matemáticas, al convertirse en una materia “árida” en la que “sólo hay que hacer cálculos que no tienen sentido práctico” a decir de algunos estudiantes, en quienes existe la eterna pregunta “¿y eso para qué me va a servir?”.

Entre los factores que destacan para una predisposición al aprendizaje de las matemáticas, surgen al menos seis tipos básicos:

1. *Familiares*: este factor influye el aspecto emocional, ya que si el estudiante se siente apoyado o rechazado por sus familiares, esta situación será el reflejo de su desempeño en el aula; asimismo el aspecto socioeconómico también influirá en su comportamiento y disposición a las labores académicas; además el apoyo de los padres o tutores en las actividades escolares, es necesario.
2. *Desarrollo cognitivo*: en este factor se agrupan el cúmulo de experiencias, su nivel intelectual, si éste ha sido el adecuado de acuerdo a su edad, o si existen capacidades fuera de la media que requieran atención especial.
3. *Desarrollo psicosocial*: aquí podemos mencionar las emociones propias del cambio hormonal que se da en esta etapa de crecimiento del ser humano, la relación con sus semejantes y su ubicación como individuo en la sociedad.
4. *Antecedentes académicos*: el tipo de desempeño obtenido en su historial académico (bueno, malo o regular), las experiencias (agradables o desafortunadas) en matemáticas y la relación que ha tendido con sus profesores, quienes pudieron haberle motivado o frustrado (y por consiguiente motivado o bloqueado) en esta materia.
5. *Entorno escolar*: el problema de este factor incluye a los grupos numerosos (más de 40 alumnos), infraestructura inadecuada, falta de tecnología actualizada, así como la actitud y disposición de los maestros, traducido en la relación maestro-alumno.
6. *La preparación profesional y desempeño del profesor*: en el punto anterior se reconoce como factor la relación maestro-alumno; sin embargo, contar o carecer con un profesor bien preparado tanto en el dominio de la materia como en el dominio de la didáctica es fundamental. No basta estar

bien preparado en ambas cuestiones, es necesario que el profesor ponga en práctica el saber pedagógico de su dominio.

Aunado a estos factores y como apoyo al factor de desarrollo cognitivo, existe la evidencia de que ni los mejores estudiantes de las mejores escuelas llegan a comprender gran parte de los contenidos académicos de su nivel⁴, debido a que se ha comprobado que el rendimiento de los estudiantes es aceptable en clase y los exámenes elaborados por su profesor, sin embargo, al pedirles a los estudiantes que expliquen, por ejemplo cómo obtendrían el costo de un terreno rectangular cuyos lados son $a = x+2$ y $b = x + 3$, sabiendo que el metro cuadrado vale \$110, más de la mitad de los estudiantes no puede dar una explicación adecuada, y por lo regular tienden a dar respuestas similares a las de las personas que no han estudiado álgebra.

Lo anterior en gran parte es debido a que los estudiantes tienden a aplicar de manera rígida los algoritmos, memorizando, sin llegar a comprender las fórmulas, sustituyendo los valores correspondientes en ellas, pero dependen de que el profesor les indique qué fórmula han de emplear en cada caso concreto y tienen problemas para identificar la fórmula en cualquiera de los casos que se les presenten. También se ha visto que si olvidan una fórmula, difícilmente podrán deducirla ya que la fórmula la han memorizado sin llegar a comprenderla.

Conociendo los resultados de las pruebas (PISA y EXANI II) en matemáticas, y los factores que afectan de manera importante al desempeño escolar de cualquier estudiante (internacional, nacional, estatal o institucional), podemos afirmar que como parte de una nación en vías de desarrollo, no debemos conformarnos con ser sólo un estado que tiene un nivel académico confiable, sino que debemos empeñarnos en escalar al siguiente nivel, a fin de generar una nación en la que sus jóvenes logren alcanzar la madurez necesaria para lograr ser competitivos, desarrollando herramientas que les permitan resolver problemas de su entorno, siendo propositivos, con una mayor capacidad de

⁴ Gardner, H, La educación de la mente y el conocimiento de las disciplinas, pág. 139.

observación, clasificación, jerarquización, análisis y síntesis (en conjunto, procesos básicos del pensamiento) de la información o situación problemática que se le presente.

No obstante, también se busca que el conocimiento adquirido por los estudiantes sea efectivamente significativo, y no volátil como hasta ahora se ha dado, y que al momento de ser evaluados, éstos no hayan tenido que ser preparados con refuerzos académicos de emergencia que nos brindan resultados medianamente aceptables. Se requiere tener la certeza de que cualquier estudiante esté preparado para afrontar los retos que se le presenten en cualquier momento, jóvenes innovadores, capaces de aplicar los conocimientos adquiridos académicamente y por su experiencia propia a su entorno cotidiano.

Es así que el problema consiste en lograr las estrategias que permitan el aprendizaje significativo de los contenidos de la geometría y trigonometría en un grupo numeroso de nivel bachillerato; involucrando a los estudiantes en la adquisición de su conocimiento y en el trabajo colaborativo, con el afán de que sean capaces de resolver problemas de su entorno.

1.3 Propósitos de la Investigación

En esta investigación, se probará una propuesta de intervención pedagógica que permita hacer que los estudiantes de bachillerato en el CECyTEA, plantel Cd. Satélite Morelos, logren obtener un aprendizaje realmente significativo en el área de matemáticas, reduciendo con ello los índices de reprobación en esta área, a la vez que los estudiantes desarrollen sus habilidades de procesos básicos de pensamiento (observación, clasificación, jerarquización, análisis y síntesis) y propongan alternativas de solución a las situaciones problemáticas de su entorno, haciéndolos más competitivos e impulsándolos a subir en la escala de nivel de logros académicos en el EXANI.

Lo anterior es ambicioso, tomando en cuenta que existen seis factores antes mencionados, que influyen de manera directa en el desempeño de los procesos de enseñanza y de aprendizaje; pero no es imposible, ya que para lograr alcanzar el objetivo de esta investigación, se llevarán a cabo estrategias metodológicas que impulsen y motiven a los estudiantes a obtener un logro positivo del mencionado fin.

De manera inicial se realizarán exámenes de diagnóstico. Uno de esos exámenes mostrará el coeficiente intelectual de cada estudiante que ha llegado a este nivel, con lo que se visualizarán las fortalezas y debilidades que han desarrollado a través de sus experiencias individuales, y permitirá plantear estrategias para el desarrollo de esas habilidades que para algunos, por el momento están inhibidas; además otro de esos exámenes determinará el canal de percepción (auditivo, kinestésico o visual) de cada estudiante y del grupo en general, con el fin de adecuar la planeación de la clase de acuerdo con el canal de percepción dominante en un grupo determinado, a la vez que se buscará el desarrollo de los demás canales, estimulándolos mediante música, imágenes, y lecturas de difusión de las matemáticas; el examen inicial de conocimientos permitirá visualizar el nivel general alcanzado por cada estudiante y por el grupo

en general, empleando tales conocimientos previos para la adquisición de nuevos conceptos y generación de conocimientos más avanzados en el área.

Finalmente, se les propone a los estudiantes situaciones problemáticas en las que se requiera plantear estrategias para su solución, con lo que podremos identificar los líderes de los futuros equipos para el aprendizaje colaborativo, así como estudiantes que muestren facilidad y habilidades para la solución de problemas poco comunes, motivando e impulsando su participación en concursos importantes de matemáticas.

Aunado a lo anterior, como base para formar equipos de aprendizaje colaborativo en grupos numerosos (cerca de 50 alumnos), se realizará un sociograma en donde los estudiantes indiquen su empatía con algunos de sus compañeros, a fin de que su trabajo en equipo sea confortable y armonioso y se obtengan mejores resultados. Con esto último se pretende que los estudiantes más avanzados fortalezcan sus conocimientos y desarrollen más habilidades al impulsar a los compañeros con menos conocimientos y/o habilidades en matemáticas a elevar su nivel y conocimientos.

Además, una de las estrategias básicas será el empleo de música en los momentos en que los estudiantes generen su conocimiento y/o realicen evaluaciones. El objetivo de la música estará dirigida a incrementar el aprendizaje acelerado y estimular sus sentidos. El tipo de música será de relajación, sonidos de la naturaleza (lluvia, bosque, río, etc.), con lo que se generará un ambiente agradable para que el estudiante se sienta cómodo y concentrado en la actividad.

Tales estrategias estarán encaminadas a que el estudiante construya sus conceptos, comparta con sus compañeros sus ideas y desarrollen sus habilidades. Además de ello será preciso inducir a los estudiantes a realizar sus propios esquemas, diagramas, mapas mentales, conceptuales, entre otros, para generar a la vez metaconocimiento como parte importante para fijar y reforzar el aprendizaje significativo.

Una parte importante será el cambio de actitud que como profesor se debe tener, integrándose al grupo para que los estudiantes vean al profesor como uno más del grupo, un líder que, a parte de enseñarles cierta materia es un amigo en quien pueden confiar y convivir, adquiriendo el compromiso que requiere en el aula.

El desarrollo de materiales educativos creativos que permitan llevar a los estudiantes de lo concreto a lo abstracto, realizando sus observaciones personales y generalizaciones, evolucionará su nivel cognitivo.

Además se analizará el nivel de impacto de las estrategias empleadas para hacerlas extensivas a cualquier nivel educativo, con el fin de incrementar el aprovechamiento en el aprendizaje de las matemáticas.

1.4 Justificación

Ante los resultados mostrados en el logro en las pruebas internacionales y estatales (PISA y EXANI II, respectivamente), es necesario diseñar una estrategia que permita involucrar a los estudiantes de bachillerato en el desarrollo de habilidades, y la construcción de sus conceptos en la materia de matemáticas con la finalidad de hacer que sus aprendizajes sean realmente significativos, y con ello sean capaces de competir en cualquier nivel.

Es importante conocer el terreno en el que nos encontramos, es decir, sí se conocen los resultados en panorámica, pero ¿en qué nivel se puede catalogar a los estudiantes con los que se trabaja?, ¿qué estrategias permitirán elevar el nivel de logro académico en estos estudiantes?, ¿quiénes son líderes en un grupo para el manejo de estrategias? La respuesta a estas interrogantes nos la darán los exámenes de diagnóstico que nos mostrarán el coeficiente intelectual de los estudiantes, sus canales de percepción, habilidades matemáticas y conocimientos previos, con lo que se diseñaran las estrategias.

Las estrategias requeridas permitirán el desarrollo de habilidades y conocimientos, a pesar de los factores del entorno de cada estudiante que afectan directamente al proceso de aprendizaje, motivando a los estudiantes para la convivencia con sus compañeros y su profesor de matemáticas, promoviendo valores de solidaridad, tolerancia, respeto y compromiso, dentro y fuera del aula.

También la creación de material educativo es parte importante en el proceso de la evolución mental del estudiante, pues como ya se mencionó, lo llevará de lo concreto a lo abstracto, incentivando el desarrollo de sus habilidades, permitiéndole emitir sus propios juicios.

Además se necesitan soluciones radicales para abatir el rezago educativo en esta materia, pues por muchos años se ha pasado “la pelota” de nivel educativo en nivel educativo, generando una avalancha al dejar que el estudiante

no logre alcanzar la madurez para adquirir su conocimiento y desarrollar nuevas habilidades.

Si bien es cierto que el aprendizaje colaborativo, el constructivismo, el metaconocimiento y el desarrollo de los procesos básicos del pensamiento son estrategias que en otras situaciones han funcionado, no existe una única receta que sea infalible para erradicar la problemática, sin embargo, es muy probable que el emplear las estrategias en conjunto y medir su efectividad dará resultados más alentadores que se reflejarán en los cambios en la mentalidad de los estudiantes para mejorar su desempeño académico al menos el área de matemáticas.

CAPÍTULO II

Marco Teórico

2.1 Introducción:

Como fundamento de la investigación que se presenta en este trabajo, se presentan las tendencias educativas en las que se basarán las estrategias con las que se pretende lograr el desarrollo de habilidades cognitivas, así como el aprendizaje significativo de los contenidos de la materia.

Se abordará el constructivismo, el desarrollo de habilidades desde procesos básicos hasta solución de problemas y creatividad, así como el aprendizaje colaborativo en el aula.

Es sabido que desde hace varios años, muchos científicos en el ámbito de las ciencias sociales, han dedicado su trabajo de investigación e intervención al aprendizaje, desarrollando a su paso teorías que pretenden explicar como se da este fenómeno social.

Dentro de esta variedad de tendencias explicativas sobre el aprendizaje destaca el *constructivismo* como una de las que ha logrado tener lugar en la investigación e intervención educativa, debido a su sistematicidad y sus resultados en cuanto a la adquisición del aprendizaje. En visible ventaja con otros enfoques, que plantean explicaciones cercanas al objeto de estudio y otras que consideran al estudiante como la última razón del aprendizaje, el constructivismo propone la interacción maestro-alumno en el proceso de la adquisición de conocimientos y de la construcción del *aprendizaje significativo*.

Un poco de historia sobre el constructivismo (año 444 a.C.), el maestro sofista Protágoras afirma que “El hombre es la medida de todas las cosas: de las que existen, como existen, como no existentes”, y es a él a quien se considera padre del constructivismo.

Ya en esta era, destacan los trabajos del Físico-Matemático Heinz Von Foerster, quien estima que una ilusión, reflejada en la noción de objetividad, consiste en creer que las propiedades de un observador no entran en la descripción de sus observaciones. Foerster es considerado el principal inspirador de lo que se denomina “constructivismo radical”. Afirma que “la objetividad es la ilusión de que las observaciones pueden hacerse sin un observador” (Mata, L. 2006). Muchos siglos posteriores a Protágoras las cosas han evolucionado y no se puede hablar de una misma realidad objetiva, pues en efecto, la realidad aparece hoy como producto de las percepciones, como resultado de la interacción entre las personas, y de esta forma la realidad se construye socialmente. No es posible concebir que el conocimiento es el reflejo de lo que existe, independientemente de los seres humanos.

Por otro lado, para apoyar a que el estudiante construya su conocimiento, existen otras teorías en las que se pretende que, para facilitar la comprensión, recuperación de información previa y adquisición de nuevo conocimiento, el estudiante desarrolle sus habilidades intelectuales.

Esta inquietud ha surgido debido a que durante los últimos años, educadores y psicólogos han coincidido en que el desempeño intelectual de los estudiantes se ha visto mermado, y esta situación crece a medida que los estudiantes alcanzan niveles académicos más altos.

“Se ha comprobado que muchas de estas dificultades tienen relación con la carencia de habilidades para procesar la información y repercuten en el desarrollo de esquemas que faciliten el almacenamiento, la recuperación y el uso apropiado de los conocimientos” (De Sánchez, 1991).

En los siguientes sub-capítulos se abordarán los fundamentos de la teoría constructivista, como marco de las estrategias de desarrollo de habilidades intelectuales, así como el planteamiento y solución de problemas, que generarán en los estudiantes la inquietud y el logro de un aprendizaje significativo, veraz y oportuno.

2.2 Modelo Constructivista

La metodología del enfoque constructivista se centra en los alumnos al propiciar un ambiente personalizado y autogenerado, basado en el respeto, la tolerancia, solidaridad y la convicción de las capacidades de construcción de los estudiantes. Bajo esta perspectiva, el alumno es el autor de su propio aprendizaje, capaz de construir conocimiento y saberlo utilizar en la solución de situaciones problemáticas en su entorno; y por su parte, el docente es el promotor y mediador de conocimiento, y a menudo es llamado “facilitador”, en lugar de maestro, ya que su papel en el proceso de enseñanza no es el de proporcionar el conocimiento, sino que por el contrario, es guiar al estudiante para que éste lo adquiera por cuenta propia.

2.2.1 Concepto de constructivismo

El constructivismo es una tendencia educativa que “caracteriza al aprendizaje como un proceso en el que el individuo parte del cuestionamiento de lo que sabe, para pasar a apropiarse de informaciones significativas respecto a lo que se cuestiona y a lo que se interroga...” (Merchán,F. 1993)

Es un enfoque en el que el individuo (considerando los aspectos cognoscitivos, sociales y los afectivos) no es un producto del entorno ni resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción personal que se va produciendo día a día como resultado de la interacción el ambiente en que se desenvuelve y sus intereses personales. Además el conocimiento no pretende ser una copia de la realidad, por el contrario debe ser una construcción del ser humano, que se realiza con los esquemas que ya posee y ha adquirido a lo largo de su desarrollo físico y mental, experiencias con las que ha construido su realidad en relación con el medio que la rodea.

2.2.2 Aprendizaje significativo

El aprendizaje significativo es el producto que obtiene el alumno al ser constructor de su propio conocimiento, relacionando los conceptos aprendidos y dándoles el enfoque a partir de su propia estructura conceptual.

Dicho de otro modo, el estudiante construye nuevos conocimientos a partir de los conocimientos previos. Pero además construye su propio conocimiento porque quiere y está interesado en ello, de lo contrario sería indiferente a los estímulos y conceptos que se le presentan.

El aprendizaje significativo en ocasiones es construido relacionando conceptos nuevos con conceptos ya poseídos, y en otras, al relacionar los conceptos nuevos con la experiencia previa, y se da cuando las tareas están relacionadas de manera congruente y el sujeto decide aprenderlas.

2.2.2.3 Requisitos del Aprendizaje Significativo:

Para que este aprendizaje significativo pueda darse, son necesarios cuatro requisitos, según David P. Ausubel:

1. Que el material de trabajo tenga un verdadero significado a nivel lógico: el material que presenta el maestro al estudiante debe estar organizado, para que se dé una construcción de conocimientos.
2. Asimismo, que el material de trabajo tenga un significado real en el entorno psicológico: que el alumno conecte el nuevo conocimiento con los previos y que los comprenda. También debe poseer una memoria de largo plazo, porque de lo contrario se le olvidará todo en poco tiempo.
3. Actitud favorable del alumno: ya que el aprendizaje no puede darse si el alumno no quiere. Este es un componente de disposiciones emocionales

y sus propias actitudes, en donde el maestro sólo puede influir de manera importante a través de la motivación.

Estas condiciones hacen intervenir elementos que corresponden a los alumnos, al contenido del aprendizaje y al facilitador.

El aprendizaje del alumno corresponderá al nivel de significado de acuerdo a las interrelaciones que se establezcan entre estos tres elementos y de lo que aporta cada uno de ellos al proceso de aprendizaje.

La importancia en las interrelaciones entre los elementos en conjunto, da uno de los rasgos distintivos de la concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza.

La aportación inicial del alumno al proceso de aprendizaje se hará en función de las representaciones, concepciones, ideas previas, esquemas de conocimiento iniciales los que el facilitador removerá para que sean verdaderos. Asimismo, el trabajo del facilitador en el proceso de aprendizaje será en torno a su capacidad para recatar los esquemas de conocimiento iniciales, induciendo su revisión y su acercamiento a lo que significan y representan los contenidos de la enseñanza.

De esta forma es importante destacar los siguientes puntos para hacer que florezca el aprendizaje significativo, conocimiento, modelos mentales o ideas espontáneas del alumno a propósito del contenido concreto a aprender, y para ello es importante que el maestro considere los siguientes aspectos

1. Conocer los conocimientos previos del alumno, asegurándose que el contenido a presentar pueda relacionarse con las ideas previas, ya que al conocer lo que sabe el alumno ayuda a la hora de planear.
2. Organizar los materiales en el aula de manera lógica y jerárquica, teniendo en cuenta el contenido y la forma en que se presenta a los alumnos

(atractivos, manipulables, relacionados con los objetivos que se pretende lograr).

3. Considerar la motivación como un factor fundamental para que el alumno se interese por aprender, ya que el hecho de que el alumno se sienta cómodo en clase, le brindará una actitud favorable y una buena relación con el maestro, propiciando una apertura para adquirir y formalizar el conocimiento.

2.2.4 Fundamentos del constructivismo

La tendencia constructivista de la enseñanza-aprendizaje se organiza en torno a tres ideas fundamentales:

1. *El alumno es el responsable de su propio proceso de aprendizaje.* Ya que percibe y construye el conocimiento y nadie puede sustituirle en esa tarea. La importancia prestada a la actividad del alumno no debe interpretarse en el sentido de un acto de descubrimiento o de invención sino en el sentido de que es él quien aprende y, si él no lo hace, ni siquiera el facilitador, puede hacerlo en su lugar. La enseñanza está totalmente mediatizada por la actividad mental constructiva del alumno. El alumno no es sólo activo cuando manipula, explora, descubre o inventa, sino también cuando lee o escucha las explicaciones del facilitador.
2. *Aplicación de la actividad mental constructiva del alumno a contenidos que ya poseen un grado considerable de elaboración,* es decir, que es el resultado de un cierto proceso de construcción a nivel social.
3. *El papel del facilitador.* Su función no puede limitarse únicamente a crear las mejores condiciones para que el alumno desarrolle una actividad mental constructiva; debe intentar, además, orientar dicha actividad con el fin de que

la construcción del alumno se acerque de progresivamente a lo que significan y representan los contenidos.

2.2.5 Procesos de Construcción del Conocimiento

Aprender un contenido implica atribuirle un significado, construir una representación o un "modelo mental" del mismo. La construcción del conocimiento supone un proceso de "elaboración" en el sentido que el alumno selecciona y organiza las informaciones que le llegan por diferentes medios, el facilitador entre otros, estableciendo relaciones entre los mismos.

En la selección y organización de la información y en el establecimiento de las relaciones correspondientes hay un elemento que ocupa un lugar fundamental: el conocimiento previo que posee el alumno en el momento de iniciar el aprendizaje.

El estudiante está familiarizado con ciertos conceptos, conocimientos y representaciones, que ha adquirido en el transcurso de sus experiencias previas tanto en su entorno como en su vida académica, y debe emplear como instrumento de lectura e interpretación con el fin de determinar la información que seleccionará, cómo la organizará y qué tipos de relaciones establecerá. Si el alumno consigue establecer las relaciones adecuadas entre el nuevo material de aprendizaje y sus conocimientos previos, integrándolo en su estructura cognoscitiva, será capaz de atribuirle significados, es decir, de construirse una representación o modelo mental del mismo y, como consecuencia, se habrá dado el aprendizaje significativo.

Entonces el aprendizaje se entenderá como un proceso de revisión, modificación, diversificación, coordinación y construcción de esquemas de conocimiento.

Para lograr conectar el aprendizaje en la escuela con la vida cotidiana, en términos de Vygotsky (representante del constructivismo contemporáneo con un

enfoque socio-histórico, y que desarrolló una teoría sociocultural de la adquisición de funciones de adquisición del conocimiento como un proceso complejo caracterizado por la periodicidad, la irregularidad en el desarrollo de las distintas funciones, el cambio cualitativo de una forma a otra, la interrelación de factores externos e internos y los procesos de adaptación del estudiante), el facilitador debe “planificar sus actividades no sólo tomando en cuenta los intereses de sus participantes, sino también el entorno cultural. Sus investigaciones sugieren que el aprendizaje escolar debe conectar al estudiante con los acontecimientos y conceptos cotidianos y relacionarlos con los conceptos y acontecimientos científicos” (Antología I, 2004)

2.2.6 Disposición para el aprendizaje:

Lo que un alumno puede aprender depende de su nivel de conocimientos que ha podido construir en el transcurso de sus experiencias previas. Estos esquemas, su disponibilidad y sus características, determinarán los posibles efectos de la enseñanza y deben revisarse y enriquecerse. La revisión no se limita al tema de la madurez o disposición para el aprendizaje. Otros aspectos, como el desarrollo intelectual, la memoria, la mayor o menor funcionalidad de lo aprendido y la insistencia en el aprendizaje de "procesos" o "estrategias" por oposición al aprendizaje de contenidos, se ven igualmente afectados.

La idea clave es que la memorización comprensiva (en lugar de la memorización repetitiva) es un componente básico del aprendizaje significativo. La memorización es comprensiva porque los significados contruidos se incorporan a los esquemas de conocimiento, modificándolos y enriqueciéndolos. La modificación de los esquemas de conocimiento, producida por la realización de aprendizajes significativos, se relaciona directamente con la funcionalidad del aprendizaje obtenido, en otras palabras, con la posibilidad de utilizar lo aprendido para afrontar situaciones nuevas y realizar nuevos aprendizajes. Cuanto más complejas y numerosas sean las conexiones establecidas entre el material de aprendizaje y los esquemas de conocimiento del alumno y cuanto más profunda

sea su asimilación y memorización comprensiva y cuanto más represente un significado del aprendizaje realizado, mayor será su impacto sobre la estructura cognoscitiva del alumno y, en consecuencia, tanto mayor será la probabilidad de que los significados contruidos puedan ser utilizados en la realización de nuevos aprendizajes.

2.2.7 Actividad constructiva del alumno

La construcción del conocimiento en donde el verdadero autor del proceso de aprendizaje es el propio alumno: es él quien va a construir los significados, y la función del facilitador es ayudarle a lograrlo. Sin esta relación maestro-alumnos, es improbable que se produzca la aproximación deseada entre los significados que construye el alumno y los significados que representan y vinculan los contenidos.

A medida que el alumno lleva a cabo la construcción del conocimiento, el proceso en que los avances se entremezclan con dificultades, bloqueos e incluso retrocesos, se puede suponer que la ayuda requerida en cada momento será variable en forma y cantidad. En ocasiones, puede darse al alumno una información organizada y estructurada; en otras, modelos de acción a imitar; en otras, indicaciones y sugerencias más o menos detalladas para abordar las tareas; en otras, proponiéndole la libertad de elegir y desarrollar las actividades de aprendizaje, de forma totalmente autónoma.

Los ambientes educativos, que mejor sostienen el proceso de construcción del conocimiento, son los que ajustan continuamente el tipo y la cantidad de ayuda pedagógica a los procesos y dificultades que encuentra el alumno en el transcurso de las actividades de aprendizaje.

El facilitador y el alumno producen conjuntamente la enseñanza y el aprendizaje en un "proceso de participación guiada". El binomio aprendizaje-enseñanza refleja la necesidad de tener en cuenta las interrelaciones entre lo que aportan el profesor, el alumno y el contenido. Pero la gestión conjunta no implica

simetría de las aportaciones: en la interacción educativa, el profesor y el alumno desempeñan papeles distintos, aunque igualmente importantes e interconectados. El profesor gradúa la dificultad de las tareas y proporciona al alumno los apoyos necesarios para afrontarlas, pero esto sólo será posible cuando el alumno, con sus reacciones, indique continuamente al profesor sus necesidades y comprensión de determinada situación.

Cinco son los principios generales que caracterizan las situaciones de enseñanza y aprendizaje en las que se da un proceso de participación guiada (Rogoff, 1984)

1. Proporcionan al alumno un puente entre la información disponible –el conocimiento previo– y el conocimiento nuevo necesario para afrontar la situación.
2. Ofrecen una estructura de conjunto para el desarrollo de la actividad o la realización de la tarea.
3. Implican un traspaso progresivo del control, que pasa de ser ejercido casi exclusivamente por el facilitador a ser asumido por el alumno.
4. Hacen intervenir activamente al facilitador y al alumno.
5. Pueden aparecer tanto de forma explícita como implícita en las interacciones habituales entre los adultos en los diferentes contextos.

2.2.8 Diseño y planificación de la enseñanza

En una perspectiva constructivista, el diseño y la planificación de la enseñanza deberían prestar atención simultáneamente a cuatro dimensiones: *1) los contenidos de la enseñanza; 2) los métodos y estrategias de enseñanza; 3) la secuencia de los contenidos; 4) la organización social.*

2.2.9 Construcción de aprendizajes significativos

La mediación es una intervención que hace el facilitador para enriquecer la relación del alumno con su medio ambiente. Cuando le ofrecen al alumno variedad

de situaciones, le comunican sus significados y le muestran maneras de proceder, lo ayudan a comprender y actuar en el medio.

Para que la ayuda de los mediadores (facilitadores) sea efectiva, provocando desarrollo cognitivo, es necesaria la intensidad por parte del facilitador de comunicar y enseñar con claridad lo que se quiere transmitir, produciendo un estado de alerta en el alumno.

Además, se produce un aprendizaje más efectivo cuando hay un lazo de comunicación fuerte entre el facilitador y alumno. "Palincsar y Brown notaron que en la efectividad de la interacción del maestro–alumno fuera de la escuela, el diálogo en el propio salón de clases no siempre incentiva a los estudiantes para desarrollar su propia regulación" (Antología I 2003).

Estos investigadores descubrieron que la regulación propia del aprendizaje se incrementó en el salón de clases en donde habiendo un diálogo previo a la ejecución de las actividades , se desarrolló de manera natural, en virtud de que los estudiantes se sintieron libres para expresar sus dudas y compartir sus conocimientos sin temor a sentirse criticados. Asimismo, destacaron que en algunos salones de clases se puede escuchar a los estudiantes conversar sobre ciertos temas en donde revelan sus falsas interpretaciones, y aclaran que en este caso es el mediador quien debe intervenir para aclarar tales conceptos. Es importante comentar que estos hechos no suelen suceder en un salón de clases tradicional.

También es necesaria la *trascendencia* de lo que se acaba de aprender, dado que, la experiencia del alumno debe ir más allá de una situación de "aquí y ahora". El alumno puede anticipar situaciones, relacionar experiencias, tomar decisiones según lo vivido anteriormente, aplicar los conocimientos a otras problemáticas, sin requerir la actuación directa del facilitador.

Cuando los profesores construyen conceptos con los alumnos, los acostumbran a que ellos sigan haciéndolo en distintas situaciones. El profesor

debe invitar a poner en acción el pensamiento y la inteligencia, estableciendo relaciones o elaborando hipótesis.

Esto es posible lograr cuando se tienen presentes las cuatro estrategias que proponen Palincsar y Brown, las cuales facilitarán la comprensión e incrementará sus habilidades en la lectura (herramienta fundamental en la construcción del aprendizaje): predicción, generación de preguntas, sumarios (o resúmenes) y clarificación. Es en esta parte donde la tarea del profesor se orienta hacia la predicción de las actividades en función a la experiencia previa de los estudiantes; les ayuda a conectar de manera lógica el nuevo material y sus conocimientos previos o iniciales, y les explica el objetivo de la actividad, los estudiantes aprenden a generar preguntas, con lo que su participación se vuelve más interactiva; con esto los estudiantes pueden compartir las dudas a cerca de los conceptos y principios involucrados.

Es fundamental que el alumno se sienta capaz y reconozca que este proceso le sirve para alcanzar el éxito. Esto asegura una disposición positiva para el aprendizaje y aceptación de nuevos desafíos, así tendrá confianza en que puede hacerlo bien. Afianzar sus sentimientos de seguridad y entusiasmo por aprender, son la base sobre la que se construye la imagen que tiene de sí.

El reconocimiento positivo de los logros y las habilidades que han puesto en juego para realizar la actividad con éxito, aumenta la autoestima, facilita el sentimiento de logro personal y de cooperación con otros.

Es necesario agregar que “La enseñanza recíproca logra buenos resultados, sólo cuando los maestros (actuando como mediadores) creen que la colaboración entre colegas y estudiantes construye significados, resuelve problemas y conduce hacia una alta calidad en el aprendizaje, hacia el aprendizaje significativo” (Antología I 2003).

CAPÍTULO III

Metodología

En este capítulo se describe el proceso del desarrollo de la propuesta de estrategias eficaces para el aprendizaje de la geometría y trigonometría en bachillerato para grupos numerosos, desde el diseño de las actividades propias de dicha propuesta, la descripción de los grupos a quienes se dirigió, la determinación de grupo de control y grupo experimental, número de participantes en cada grupo, el lugar en donde se llevaron a cabo las actividades, las características generales de cada grupo, así como las técnicas e instrumentos para obtener información complementaria y de evaluación de los resultados.

3.1 Diseño de la investigación

La propuesta de intervención que aquí se describe se basó en las estrategias didácticas que pretendían incrementar las habilidades de relaciones geométricas en torno a la solución de triángulos particularmente, a fin de motivar su capacidad de resolver problemas en los que se involucraron concretamente los conceptos de triángulos.

Estuvo dirigida a estudiantes de segundo semestre de bachillerato tecnológico; las actividades diseñadas se distribuyeron en nueve sesiones de 50 minutos cada una, además, los instrumentos para obtener información y evaluar los resultados requirieron cinco sesiones más.

De manera inicial se aplicó una encuesta que permitiera establecer las características generales de dos grupos, además de un examen diagnóstico, en el que se evaluó el conocimiento sobre álgebra (materia anterior a geometría y trigonometría), así como las nociones previas sobre geometría y trigonometría; asimismo se aplicó otro examen para medir el nivel de habilidades en la sucesión

de secuencias numéricas y geométricas, dichos exámenes se realizaron en una sesión cada uno.

En seguida, se desarrollaron nueve sesiones en las que se abarcaron los siguientes temas:

- Resolución de triángulos rectángulos,
- Problemas que requieren la solución de triángulos rectángulos para ser resueltos,
- Resolución de triángulos oblicuángulos y problemas que requieren de la solución de triángulos oblicuángulos para ser resueltos.

Las actividades en cada sesión se dieron en tres momentos:

- *Apertura*, en donde se recuperó el conocimiento previo de los estudiantes, explorando a través de preguntas, sobre los conceptos importantes del tema y se les dio una explicación de las actividades a realizar
- *Desarrollo*, en donde se llevaron a cabo las actividades de la propuesta. Para ello, los estudiantes trabajaron en equipo a fin de compartir puntos de vista y enriquecer su aprendizaje, asimismo, realizaron las actividades inductivas, empleando manipulables de materiales simples tales como papel de colores, Foami, tijeras, pegamento, lápiz, escuadras, transportador y calculadora científica.
- *Cierre*, para aterrizar los conceptos abordados durante la actividad. En cada sesión se realizaron esquemas de los conceptos importantes (mapas conceptuales) y diagramas de flujo con el fin de describir los pasos de los procedimientos en la solución de los casos expuestos en cada sesión.

Cabe aclarar que las estrategias medulares en el funcionamiento de las actividades realizadas fueron: el trabajo de equipo que enriqueció el aprendizaje

con las aportaciones de cada estudiante; el uso de manipulables de fácil adquisición que les permitieron concretar las situaciones abstractas, así como realizar la comprobación física de los teoremas que se conocían previamente (“la suma de los ángulos interiores de un triángulo vale 180° ”, “un ángulo exterior es igual a la suma de dos interiores no adyacentes a dicho ángulo exterior, en un triángulo”, etc.); la elaboración de mapas conceptuales y diagramas de flujo.

3.2 Población

Los estudiantes que participaron en la propuesta de intervención pedagógica pertenecieron al Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Aguascalientes (CECyTEA), plantel Cd. Satélite, Morelos, y al momento de la aplicación de esta propuesta, cursaban el segundo semestre de bachillerato; fueron 78 en total: 38 del grupo 2B y 40 del 2I.

La mayoría de los estudiantes de esta institución estatal pertenecen al nivel socioeconómico medio bajo, por lo que las situaciones familiares que enfrentan y el entorno en que se desenvuelven fuera del ámbito escolar se consideran problemáticas, razón por la cual son factores de peso que influyen en el nivel de concentración e interés en el aprendizaje de cada estudiante.

Una vez establecido, el lugar donde se aplicó la propuesta, el número de estudiantes que participaron en ella, así como el nivel socioeconómico que destacó en los integrantes de los grupos mencionados, se escogió al grupo que sería el monitor de los avances logrados con las actividades de la propuesta (grupo control), y al grupo que realizó las actividades de dicha propuesta (grupo experimental).

En primer lugar, había que conocer a los grupos para determinar cuál sería el grupo de control y cuál el grupo experimental. Durante las primeras semanas se les propuso a ambos grupos armar uno de los clásicos rompecabezas que comprueba el teorema de Pitágoras (el cual puede apreciarse en la sección de Anexos, en el anexo 1), empleando hojas de colores, los estudiantes dibujaron,

un triángulo rectángulo y un cuadrado en cada uno de los lados de dicho triángulo. Se les dio indicaciones para que ellos hicieran los trazos pertinentes sobre cada cuadrado, recortaron los cuadrados completos, y luego los intercambiaron para que les quedaran colores diferentes, en seguida cortaron los trazos auxiliares que hicieron previamente y el reto fue colocar sobre el cuadrado grande (el de la hipotenusa) los otros dos cuadrados que se habían cortado en varias partes.

Los resultados de esta actividad permitieron destacar al grupo 2B como el grupo más “hábil”, ya que la mayoría de los integrantes de ese grupo terminaron su armado cerca de 20 minutos en promedio. Sin embargo al grupo de 2I le llevó 30 minutos sólo a 4 y la mayoría no sabía cómo hacerlo aún casi al final de la clase. Posteriormente a manera de confirmar lo que se vislumbraba en cuanto a las características de los grupos, se les aplicaron las evaluaciones, diagnóstica de 27 puntos, y de habilidades para relacionar números y figuras en series con un máximo de 37 puntos.

En la evaluación diagnóstica se pudo constatar que 32 de los 40 estudiantes del 2I obtuvieron 7 o menos puntos, y el máximo general fue de 13 puntos, sin embargo, hubo un caso particular que obtuvo 22 puntos; además 30 estudiantes de los 38 en el 2B, obtuvieron 7 o menos puntos, y el máximo puntaje fue de 15. La balanza se inclinó ligeramente a favor de 2B.

Y al realizar la evaluación de habilidades, en ésta se pudieron observar con más detalle las fortalezas y debilidades grupales: en el grupo 2B, 13 estudiantes tuvieron menos de 16 puntos, sólo 9 obtuvieron 17 o más, pero menos de 20 puntos, y 18 lograron una puntuación de 20 o más puntos; por su parte el grupo 2I, destacó que 23 de sus integrantes tuvieron puntuaciones de 16 o menos, sólo 7 se colocaron entre los 17 y menos de 20 puntos, y únicamente 10 estudiantes lograron 20 o más puntos. Cabe comentar que de esos 10 estudiantes del grupo 2I, dos de ellos tuvieron los puntajes más altos de ambos grupos con 28 y 29, pero también en este grupo se encuentra el menor puntaje que es de 7 puntos; y en el 2B los puntajes más altos fueron dos estudiantes que tuvieron 26 puntos, y un

mínimo de 10. Con esta apreciación, se pudo colocar al 2B como grupo de control y al 2I como grupo experimental.

Entonces el grupo 2B sólo participó en esta propuesta como comparativo, al contestar los instrumentos de evaluación e información, ya que las actividades que se diseñaron para el desarrollo de dicha propuesta fueron abordadas únicamente por los estudiantes del 2I.

3.3 Instrumentos y técnicas de obtención de información

Como ya se mencionó, uno de los principales instrumentos empleados en esta propuesta ha sido el diagnóstico inicial en el que se evaluaron conocimientos de álgebra (matemática previa al estudio de la geometría y trigonometría en el plan de estudios), y algunos conocimientos previos sobre geometría y trigonometría, vistos en secundaria.

Asimismo, se aplicó una prueba que midió el nivel de habilidades para relacionar figuras geométricas y números de manera secuencial, el cual arrojó dos resultados importantes para el desarrollo de las estrategias: el nivel grupal y la distribución de las habilidades de cada estudiante en el grupo. Este reactivo se elaboró con 33 situaciones, 4 de las cuales tenían doble respuesta, ya que necesitaban determinar dos elementos en una misma secuencia.

Se observaron tres casos especiales en cada grupo, un caso del estudiante más hábil, y dos de los menos hábiles. Dichas observaciones se hicieron de manera aislada, después de las evaluaciones de unidad, con la finalidad de encontrar los puntos en común y verificar, en el caso de los menos hábiles, si los del grupo experimental (2I) pudieron modificar su nivel de habilidad o al menos el interés sobre los conceptos que se trabajaron.

Antes de iniciar las actividades de la propuesta se realizó una evaluación de conocimientos previos sobre el teorema de Pitágoras, conceptos y teoremas de triángulos, así como la solución de triángulos rectángulos y oblicuángulos. Estos

conocimientos previos, se habían visto en clase y se asume que los estudiantes los habían visto en su educación secundaria. Los resultados en el caso del grupo experimental permitieron destacar el avance entre lo que sabían y lo que fueron capaces de lograr después de la propuesta.

Finalmente, después de las actividades realizadas en el grupo 2I (experimental) se evaluó a ambos grupos de manera semejante haciendo contundente el resultado mediante un examen en el que a parte del conocimiento de conceptos trigonométricos, se requería la solución de situaciones en las que debían resolver los triángulos vistos, mediante el planteamiento de cuatro problemas.

Con los resultados de cada prueba, se realizó un contrastaste estadístico mediante un análisis de varianza que permitió evidenciar la funcionalidad de esta propuesta de intervención.

CAPÍTULO IV

Propuesta de Intervención Pedagógica

4.1 Datos de Identificación

Esta propuesta de intervención pedagógica está dirigida a estudiantes de Bachillerato Tecnológico que cursan el segundo semestre, en el que, según el mapa curricular, llevan Geometría y Trigonometría, curso que se desarrolla en 18 semanas, con cuatro sesiones de 50 minutos por semana, sumando un total 72 horas clase (sesiones).

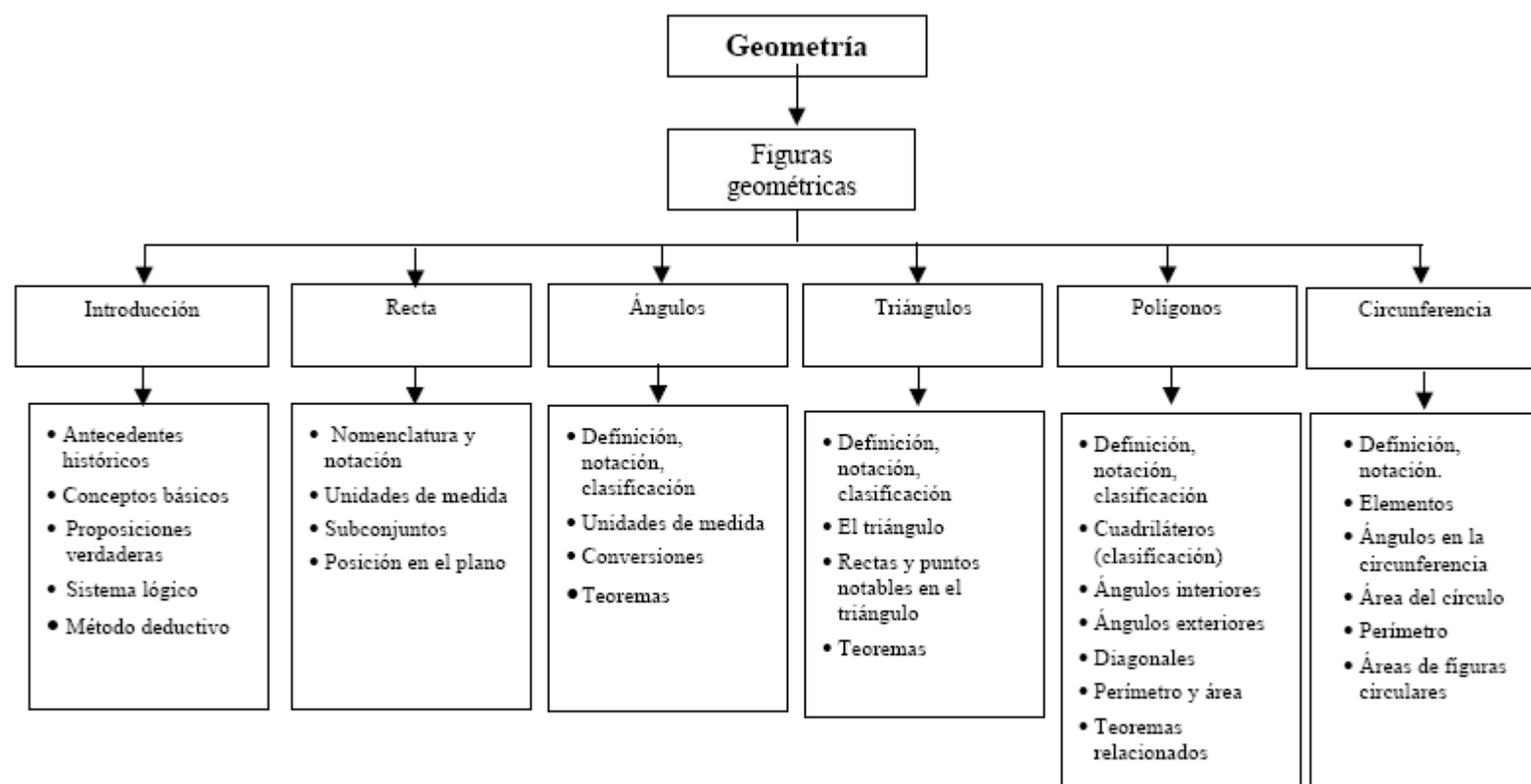
Las actividades de esta propuesta se desarrollaron en las instalaciones del Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Aguascalientes (CECyTEA), plantel Satélite Morelos, ubicado en Chichón Itzá y Av. Aguascalientes S/N, fraccionamiento Satélite Morelos, de la ciudad capital de Aguascalientes.

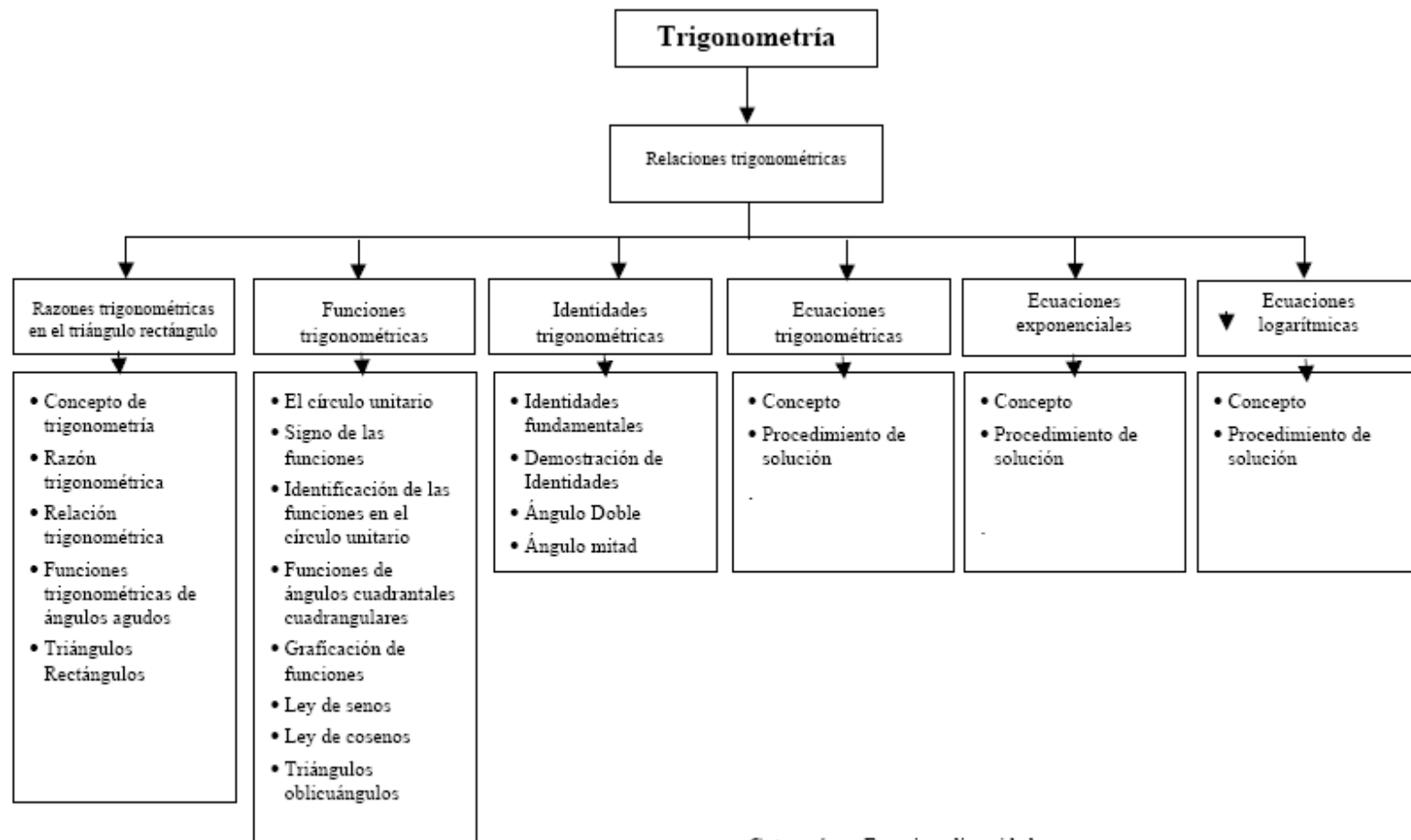
La temática a tratar durante el semestre, fueron los conceptos básicos de geometría plana o euclídea, así como los correspondientes conocimientos de la trigonometría, y la aplicación de estas dos áreas en la solución de problemas del entorno.

El objetivo de esta materia es que “los estudiantes desarrollaran las habilidades necesarias para aplicar los conocimientos geométricos y trigonométricos a través de situaciones problemáticas, para comprender el mundo físico que lo rodea y resolver los problemas relacionados y que como técnicos enfrenten”⁵.

De esta forma, el programa que se abordó está dividido dos partes: Geometría y Trigonometría. Dicho programa se muestra a continuación, con el fin de dar a conocer de manera esquemática y detallada cada uno de los contenidos que se abordarán durante el curso, a manera de tener una panorámica general de los conceptos y habilidades requeridas para el desarrollo de la propuesta, así como la ubicación de la temática a abordar con las actividades de la misma:

⁵ Tomado del programa de estudios de Matemáticas del Plan de Estudios de Bachillerato Tecnológico (2009)





Categorías: Espacio y diversidad

Valores: Libertad, justicia, solidaridad

Representar, comparar, trazar, abstraer, identificar, relacionar,
 Procedimentales: formular, deducir, demostrar, aplicar, conjeturar, comprobar.

4.2 Antecedentes

Los estudiantes de este nivel requieren haber cursado, y haber, aprobado la materia de álgebra, la cual han estudiado durante el primer semestre de bachillerato, además deben estar familiarizados con los conceptos de triángulo (clasificación de los triángulos por la medida de sus lados, y sus ángulos, congruencia y propiedades de los triángulos), cuadrilátero (clasificación de los cuadriláteros: trapecios y paralelogramos, además de sus propiedades), polígonos (clasificación de los polígonos, diagonales de un polígono convexo), círculo (rectas y segmentos en la circunferencia, ángulos en la circunferencia: central, inscrito, semiinscrito, etc)., lugares geométricos (mediatriz y bisectriz), semejanza (figuras semejantes, razón de semejanza, dibujos a escala, teorema de Thales, casos de semejanza de triángulos, teorema de Pitágoras, cuarta y media proporcional), trigonometría (seno, coseno y tangente; funciones trigonométricas de ángulos agudos; funciones recíprocas, relación entre ángulos complementarios; aplicación de las funciones trigonométricas en la solución de problemas; ley de senos y ley de cosenos), estos conceptos han sido abordados de manera general durante su educación secundaria, por lo que se esperaba que el estudiante, como mínimo tuviera la noción de los mismos.

Para verificar el nivel de conocimientos previos de los estudiantes que participaron en esta propuesta de intervención, se les aplicó un examen diagnóstico que abarcó temas de álgebra, geometría y trigonometría, permitiendo con esto partir de la realidad de sus saberes y reforzar los conceptos que aún se habían concretizado.

Asimismo, los temas que posteriormente se beneficiaron con la aplicación de la propuesta de intervención pedagógica que aquí se presenta, son concretos en cada una de la matemática sucesora, y se describen a continuación:

1. Geometría Analítica: concepto de plano cartesiano, localización de puntos en el plano cartesiano, distancia entre dos puntos, áreas de

polígonos, comprensión de las ecuaciones de la recta, los conceptos y ecuaciones de circunferencia, parábola, elipse e hipérbola y facilitará la comprensión de la determinación de los puntos de intersección entre rectas y curvas y entre curvas.

2. Cálculo diferencial: permite visualizar de manera clara la interpretación geométrica de la derivada, así como muchas de sus aplicaciones, preparando las bases para el análisis de curvas, su representación gráfica y comprender los conceptos de máximos, mínimos y puntos de inflexión.
3. Cálculo integral: facilita la comprensión del cálculo de áreas bajo una curva, empleando los conceptos básicos de triángulos y rectángulos.
4. Física: suma de fuerzas (vectores que ocupan representaciones de paralelogramo y aplicación de leyes de senos y/o cosenos).
5. Álgebra lineal: vectores en el plano y el espacio.

4.3 Objetivos

Mediante las actividades diseñadas para la propuesta de intervención pedagógica, se espera que los estudiantes participantes, logren el aprendizaje significativo de la solución de triángulos rectángulos (teoremas de geometría y razones trigonométricas) y oblicuángulos (teoremas de geometría y Ley de Senos o Ley de Cosenos), aplicando herramientas trigonométricas y geométricas adecuadamente, previo análisis de los casos que se pueden presentar, y desarrollar habilidades para resolver situaciones o problemas que necesiten la resolución de un triángulo. Además podrán plantearse situaciones reales de acuerdo a su experiencia en las que se puede plantear el esquema de triángulos rectángulos y/o oblicuángulos y resolverlos, con el fin de llevar a su entorno el aprendizaje de las actividades que desarrolla en el salón de clases.

De manera paralela, desarrolló la habilidad de análisis de situaciones problemáticas presentadas, la determinación de estrategias propias para resolverlas, y la emisión de observaciones y conclusiones sobre la aplicación de

funciones trigonométricas para la solución de triángulos (de cualquier tipo), describiendo los procedimientos empleados de manera esquemática (mediante el empleo de diagramas de flujo) con el fin de obtener las bases para comprender mejor la matemática que le sucederá.

Así pues, de manera concreta, las actividades de esta propuesta de intervención pedagógica estuvieron enfocadas a resolver problemas que involucraron la solución de triángulos rectángulos y oblicuángulos, a fin de que el estudiante aplicara conceptos y desarrollara habilidades que le permitieron identificar la estrategia y las herramientas para solucionar las situaciones problemáticas que se le presentaran.

4.4 Contenidos a abordar

En virtud de que el programa de estudios del segundo semestre de bachillerato tecnológico en el área de matemáticas está dedicado al estudio de la geometría plana y la trigonometría, se ha esquematizado que en el apartado de geometría se estudia la historia de ésta, así como los conceptos de punto, línea, recta; concepto y clasificación de ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos, circunferencia; la demostración y aplicación de algunos teoremas geométricos, la determinación de perímetros y áreas de figuras geométricas.

En lo que se refiere a trigonometría, el curso abarca las razones trigonométricas, las funciones trigonométricas en el ángulo agudo, demostración de identidades trigonométricas, y ecuaciones trigonométricas, logarítmicas y exponenciales.

De los anteriores contenidos, se han seleccionado las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo y las funciones trigonométricas, como temas principales en del programa de estudios, y de manera particular se abordaron: la solución triángulos rectángulos (razones trigonométricas), y la solución de triángulos oblicuángulos (Ley de Senos y Cosenos), para ser desarrollados bajo la metodología de la propuesta de intervención pedagógica.

Los subtemas de estos contenidos y el tiempo dedicado al desarrollo de cada uno, se describen a continuación en la siguiente tabla.

Contenidos	Núm. de sesiones	Duración por sesión
Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo		
1.- Resolución de triángulos rectángulos	3	50 minutos
2.- Problemas que requieren la solución de triángulos rectángulos para ser resueltos	1	50 minutos
Ley de Senos y Cosenos		
1.- Resolución de triángulos oblicuángulos	4	50 minutos
2.- Problemas que requieren de la solución de triángulos oblicuángulos para ser resueltos.	1	50 minutos

4.5 Descripción de las sesiones

Las sesiones que se desarrollaron en el CECyTEA Morelos, bajo la propuesta de intervención pedagógica que aquí se detalla, se planearon de acuerdo al siguiente esquema:

- 1) No. de sesión.
- 2) Tema que se abordará durante esa sesión.
- 3) Objetivo que se pretende lograr con las actividades propuestas.
- 4) Desarrollo de las actividades (apertura, desarrollo y cierre).
- 5) Los materiales que apoyaron el aprendizaje.
- 6) El respaldo o fundamento teórico de las actividades a realizar.
- 7) La evaluación del desempeño y la participación de los estudiantes durante la sesión.

Bajo el esquema señalado, se presentan a continuación las planeaciones correspondientes a cada uno de los contenidos, una por cada sesión empleada.

Para realizar de forma esquemática el reporte de tales actividades, se ha diseñado el siguiente formato, el cual se muestra en hojas por separado para cada sesión:

4.5.1 Sesión No. 1

4.5.1.1 Tema: Resolución de triángulos rectángulos

4.5.1.2 Objetivo de la sesión: Conocer las herramientas trigonométricas y las estrategias útiles en la solución de triángulos rectángulos.

4.5.1.3 Desarrollo de las actividades	Tiempo estimado (minutos)
4.5.1.3.1 Actividades de apertura: Dado un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 8 y 6cm, calcular las funciones trigonométricas del ángulo agudo mayor. ¿Cuál es el ángulo agudo mayor? (identificación de datos) $b = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$ $c = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$ $a = \text{¿?}$ Por <u> </u> encontramos el lado a: Figura No.2.6	15
4.5.1.3.2 Actividades de desarrollo 1. En el siguiente triángulo rectángulo con hipotenusa de 7cm y uno de sus catetos 3cm, determinar el valor del lado que falta, y calcular las funciones trigonométricas del ángulo agudo menor.	25

2. En el siguiente triángulo rectángulo con hipotenusa de 10cm y uno de sus catetos 8cm, determinar el valor del lado que falta, y calcular las funciones trigonométricas del ángulo agudo mayor.	
4.5.1.3.3 Actividades de Cierre Realizar un diagrama de flujo de los pasos a seguir para determinar las funciones trigonométricas en un triángulo rectángulo, así como para determinar el lado que hace falta. Los estudiantes inventarán, en equipo de cinco integrantes, tres ejercicios sobre el particular y los expondrán, en conjunto con su solución al grupo en la siguiente sesión. Se emiten observaciones grupales para generalizar conceptos y procesos.	10

Contestan actividades de su libro de texto, págs.102 - 105	
--	--

4.5.1.4 Materiales empleados: pizarrón plumones, escuadras, regla, lápiz y papel, libro de texto, calculadora científica.

4.5.1.5 Fundamentación teórica de las actividades: Mediante las actividades propuestas en esta sesión, se estimuló a los estudiantes a fin de que desarrollaran sus habilidades de observación, descripción, comparación y relación, establecimiento de características esenciales, así como la clasificación de la información, con la finalidad de establecer el procedimiento para resolver triángulos rectángulos, tal como lo señala la propuesta de Desarrollo de Habilidades del Pensamiento de Margarita A. de Sánchez (trillas 2001).

4.5.1.6 Evaluación de las actividades de la sesión:

Durante la sesión se evaluó el desempeño, la participación y colaboración de los estudiantes, además del logro del objetivo, mediante preguntas reflexivas sobre la solución de triángulos rectángulos, y los resultados mostrados en su libro de texto.

4.5.2 Sesión No. 2

4.5.2.1 Tema: Resolución de Triángulos Rectángulos. Caso 1

4.5.2.2 Objetivo de la sesión: Mediante ejemplos elaborados por los estudiantes, comprenderán el uso de las herramientas trigonométricas y las estrategias útiles en la solución de triángulos rectángulos.

4.5.2.3 Desarrollo de las actividades	Tiempo estimado (minutos)
4.5.2.3.1 Actividades de apertura: Exposición al grupo de un ejercicio propuesto y resuelto por tres equipos elaborados en la sesión anterior, explicando las estrategias que emplearon. Para resolver un triángulo rectángulo se necesitan conocer, además de su ángulo recto, dos datos (ya sea un ángulo y un cateto, dos catetos, un cateto y la hipotenusa, o un ángulo y la hipotenusa). Se muestran los cada uno de los casos citados, y en equipos de tres integrantes, se les da a escoger una tarjeta que tiene representados el triángulo rectángulo con ciertos datos conocidos para analizarlos y determinar cuál sería el caso Análisis de casos Caso 1: Dados los dos catetos INSTRUCCIONES: 1. Identificar el propósito del caso: Dados dos catetos de un triángulo, determinar la hipotenusa y los ángulos desconocidos. 2. Considera las siguientes situaciones a fin de establecer las fórmulas convenientes para la solución del triángulo rectángulo. a. Si se tienen dos lados de un triángulo, para hallar el	15

tercero, podemos utilizar el, _____ b. ¿cuál es la relación que podemos establecer?: c. Si se conocen dos lados de un triángulo, para hallar el ángulo que comprenden dichos lados se deben considerar aquellas funciones trigonométricas en las que sólo se involucra a los catetos y no a la hipotenusa. Dichas funciones son: _____ d. ¿Cuál es la relación que sería conveniente emplear para determinar el ángulo comprendido por los lados del triángulo _____ rectángulo? e. Una vez establecida la relación trigonométrica correspondiente a este caso, obtenemos el cociente con la finalidad de encontrar el ángulo comprendido por esos lados. f. Conociendo un ángulo más (el determinado en el inciso anterior), recordando un teorema sobre los ángulos interiores de un triángulo, y considerando que en un triángulo rectángulo tenemos un ángulo que vale 90°, para hallar el otro ángulo ¿qué podríamos establecer?	
---	--

4.5.2.3.2 Actividades de desarrollo INSTRUCCIONES: Tomando en cuenta el procedimiento expuesto en el diagrama de flujo, resuelve los siguientes triángulos rectángulos, conocidos dos catetos. Dibuja en cada caso el triángulo correspondiente para visualizar mejor la situación planteada.	25
--	----

1. Conociendo los catetos $b = 3cm$ y $c = 4cm$, hallar los datos que faltan en el triángulo rectángulo ABC. 2. Conociendo los catetos $y = 18cm$ y $z = 24cm$, hallar los datos que faltan en el triángulo rectángulo XYZ. 3. Sean $m = 15m$ y $n = 14m$, los catetos del triángulo rectángulo PMN. Encontrar sus elementos faltantes.	
--	--

4.5.2.3 Actividades de Cierre Los estudiantes contestarán las actividades de su libro de texto págs.108 - 110 Realizarán el diagrama de flujo correspondiente para este proceso.	10
--	----

4.5.2.4 Materiales empleados: plumones de colores, escuadras, lápiz, papel y libro de texto, triángulo de foami.
--

4.5.2.5 Fundamentación teórica de las actividades: La técnica de “ecuación de colores”, permitirá a los estudiantes identificar los lados del triángulo rectángulo, además de facilitar la asociación de las razones trigonométricas con su correspondiente combinación de lados, permitiendo que puedan identificar los elementos que harán posible la solución del caso.
--

4.5.2.6 Evaluación de las actividades de la sesión

Durante la sesión se evaluó el desempeño, la participación y colaboración de los estudiantes, además del logro del objetivo, mediante preguntas reflexivas sobre el concepto razones y relaciones trigonométricas en la solución de triángulos rectángulos del caso 1, y las actividades correspondientes que vienen en su libro de texto.

4.5.3 Sesión No. 3

4.5.3.1 Tema: Resolución de triángulos rectángulos. Caso 2

4.5.3.2 Objetivo de la sesión: Reconocer los elementos que son necesarios para el caso 2 de solución de triángulos rectángulos mediante el empleo de funciones trigonométricas y establecer las estrategias de solución de acuerdo con el caso.

4.5.3.3 Desarrollo de las actividades	Tiempo estimado (minutos)
4.5.3.3.1 Actividades de apertura: <i>Caso 2: Dados un cateto y la hipotenusa</i> Identificar el propósito del caso: dado un cateto y la hipotenusa determinar el cateto que falta y los ángulos desconocidos. 1. Considera las siguientes situaciones a fin de establecer las fórmulas convenientes para la solución del triángulo rectángulo. a. Si se tienen un cateto y la hipotenusa, para hallar el otro cateto, podemos utilizar el _____, con lo que podemos establecer la relación: _____. b. Si se conocen un cateto y la hipotenusa, para hallar el ángulo que comprenden dicho cateto y la hipotenusa, se deben considerar aquellas funciones trigonométricas en las que sólo se involucra a uno de los catetos y a la hipotenusa. Las funciones son que cumplen esta característica: _____ Entonces, ¿cuál es la relación idónea para este caso? _____	15

c. Una vez establecida la relación trigonométrica correspondiente a este caso, se obtiene el cociente con la finalidad de encontrar el ángulo. Conociendo un ángulo más (el determinado en el inciso anterior), recordando un teorema sobre los ángulos interiores de un triángulo y considerando que en un triángulo rectángulo tenemos un ángulo que vale 90°, ¿qué podríamos establecer para hallar el otro ángulo?	
4.5.3.3.2 Actividades de desarrollo En equipo de cinco integrantes los estudiantes realizarán y discutirán los resultados de los siguientes ejercicios: 1. Conociendo el cateto $b = 6\text{cm}$ y la hipotenusa $a = 10\text{cm}$, hallar los datos que faltan en el triángulo rectángulo ABC. 2. Conociendo el cateto $y = 18\text{cm}$ y la hipotenusa $x = 36\text{cm}$, hallar los datos que faltan en el triángulo rectángulo XYZ. 3. Sean $m = 15\text{m}$ y $p = 24\text{m}$, el cateto y la hipotenusa, respectivamente del triángulo rectángulo PMN. Encontrar sus elementos faltantes.	25
4.5.3.3.3 Actividades de Cierre Se realiza el diagrama de flujo sobre cada uno de los casos de solución de triángulos rectángulos. Se resuelven las actividades de las páginas del libro de texto 110 – 112	10

4.5.3.4 Materiales empleados: plumones de colores, escuadras, tarjetas de casos de triángulos rectángulos para resolver, lápiz, papel y libro de texto.

4.5.3.5 Fundamentación teórica de las actividades: La base de esta actividad es el aprendizaje colaborativo, ya que los estudiantes al trabajar en equipo compartirán saberes, experiencias y plantearán estrategias para la solución del caso particular de esta sesión. Al compartir las ideas con el grupo se pretende homogenizar las ideas, así como aclarar aspectos que pudieran haber quedado fuera de control, o dicho de otra forma corregir errores conceptuales y/o procedimentales. El diagrama de flujo hace consciente al estudiante sobre los pasos de su estrategia, haciendo un repaso muy general de los casos de solución de triángulos rectángulos y los aspectos a considerar.

4.5.3.6 Evaluación de las actividades de la sesión

La participación y colaboración en equipo, el desarrollo de las estrategias y las aportaciones personales en la construcción del diagrama de flujo.

4.5.4 Sesión No. 4

4.5.4.1 Tema: Resolución de triángulos rectángulos. Casos 3 y 4

4.5.4.2 Objetivo de la sesión: Resolver triángulos rectángulos mediante el empleo de funciones trigonométricas.

4.5.4.3 Desarrollo de las actividades	Tiempo estimado (minutos)
4.5.4.3.1 Actividades de apertura: Caso 3: <i>Dados un cateto y un ángulo.</i> 1. Identificar el propósito del caso: conociendo el valor de un cateto y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, encontrar los lados y ángulos restantes. 2. Considera las siguientes situaciones a fin de establecer las fórmulas convenientes para la solución del triángulo rectángulo. a. Si se tienen un cateto y un ángulo para hallar el otro ángulo, recordemos un teorema sobre los ángulos interiores en un triángulo y considerando que en un triángulo rectángulo tenemos un ángulo que vale 90°, un ángulo agudo lo conocemos como dato y el otro ángulo lo podemos encontrar a través de: _____ b. Si se conocen un cateto y un ángulo, para hallar los otros dos lados, se deben considerar aquellas funciones en las que se involucra al cateto conocido y otro lado (otro cateto y/o la hipotenusa). Una vez seleccionadas las funciones correspondientes, se deben realizar las operaciones necesarias para calcular el otro cateto y la hipotenusa.	15

Caso 4: Dados la hipotenusa y un ángulo Identificar el propósito del caso: Conociendo la hipotenusa y un ángulo agudo en un triángulo rectángulo, determinar los catetos y el ángulo faltante. 1. Considera las siguientes situaciones a fin de establecer las fórmulas convenientes para la solución del triángulo rectángulo. a. Si se conoce la medida de la hipotenusa en un triángulo rectángulo y también, el valor de uno de los ángulos agudos, para hallar el otro ángulo, recordemos el teorema sobre la suma de los ángulos interiores en un triángulo, considerando que en un triángulo rectángulo se tiene un ángulo que vale 90°, además uno de sus ángulos agudos es conocido y el otro ángulo se puede encontrar a través de: _____ b. Si se conocen un ángulo y la hipotenusa, para hallar los otros dos catetos se deben considerar aquellas funciones en las que se involucra la hipotenusa que es conocida y cualquiera de los otros catetos (una relación de la hipotenusa y cada uno de los catetos). Una vez seleccionadas la funciones se deben realizar los despejes necesarios para calcular los otros catetos:	
4.5.4.3.2 Actividades de desarrollo 1. Conociendo un cateto $b = 6\text{cm}$ y un ángulo agudo $C = 37^\circ$, hallar los datos que faltan en el triángulo rectángulo ABC. 2. Conociendo un cateto $y = 18\text{cm}$ y un ángulo agudo $Z = 47^\circ$,	20

hallar los datos que faltan en el triángulo rectángulo XYZ. 3. Conociendo la hipotenusa $a = 25cm$ y un ángulo agudo $C = 37^\circ$, hallar los datos que faltan en el triángulo rectángulo ABC. 4. Conociendo la hipotenusa $x = 18cm$ y un ángulo agudo $Z = 47^\circ$, hallar los datos que faltan en el triángulo rectángulo XYZ.	
Actividades de Cierre Se hace el diagrama de flujo correspondiente a cada uno de los casos vistos durante esta sesión, pág. 116 del libro de texto. Cada equipo expondrá al grupo, el resultado de uno de los ejercicios, con la finalidad de aclarar los resultados. Realización de las actividades de las páginas 113 – 117 del libro de texto.	15

4.5.4.4 Materiales empleados: plumones de colores, escuadras, tijeras, ejercicios propuestos, lápiz, papel; papel bond para la exposición de sus resultados.

4.5.4.5 Fundamentación teórica de las actividades: Nuevamente nos apoyamos en el aprendizaje colaborativo, ya que los estudiantes al trabajar en equipo compartirán saberes, experiencias y plantearán sus resultados, lo que les permitirá autoevaluar las estrategias de solución de triángulos rectángulos adquiridas y empleadas en cada caso. Al compartir las ideas con el grupo se pretende homogenizar las ideas, así como corregir errores conceptuales y/o

procedimentales. La ejercitación permite aplicar los conocimientos adquiridos durante la sesión anterior, y compartir los ejercicios con otros compañeros los reforzará.

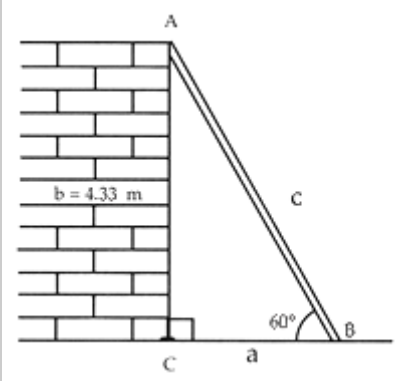
4.5.4.6 Evaluación de las actividades de la sesión

La participación y colaboración en equipo, la aplicación de estrategias desarrolladas, presentación ante el grupo de los resultados obtenidos.

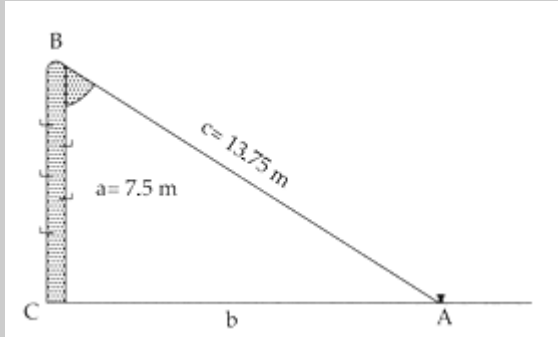
4.5.5 Sesión No. 5

4.5.5.1 Tema: Problemas que requieren la solución de triángulos rectángulos para ser resueltos

4.5.5.2 Objetivo de la sesión: Realizar el planteamiento de problemas y reconocer la necesidad de resolver triángulos rectángulos para llegar a la solución.

4.5.5.3 Desarrollo de las actividades	Tiempo estimado (minutos)
4.5.5.3.1 Actividades de apertura: Se proponen la siguientes situaciones para ser analizadas de manera individual: <i>Ejercicios:</i> 1. Obtener la longitud de una escalera recargada en una pared de $4.33m$ de altura que forma un ángulo de 60° con respecto al piso.  (Respuesta: la escalera mide $5m$)	10

2. Obtener el ángulo que forma un poste de 7.5 m de alto con un cable tirante que va, desde la punta del primero hasta el piso, y que tiene 13.75m de longitud.



Ahora se tienen únicamente los valores de dos lados, con los cuales se debe obtener el valor del ángulo.

(Respuesta: el ángulo formado por el poste y el cable tirante es de $56^{\circ} 57'$)

4.5.5.3.2 Actividades de desarrollo

Una vez analizadas las situaciones, los estudiantes se reúnen en equipos de 4 integrantes para conversar a cerca de sus observaciones, con el fin de discutir el planteamiento y realizar estrategias para solucionarlas.

10

Elaborarán un problema en el que requieran resolver alguno de los casos de solución de triángulos rectángulos, lo resolverán y expondrán a la clase.

10

4.5.5.3.3 Actividades de Cierre

Se resuelven en el pizarrón los ejercicios que el estudiante realizó, con la finalidad de cotejar y/o corregir posibles errores en la solución de los triángulos rectángulos.

5

Los equipos exponen sus problemas

15

A modo de trabajo en clase, se realiza resumen de los casos de

solución de triángulos rectángulos mediante un mapa conceptual.	
---	--

4.5.5.4 Materiales empleados: plumones de colores, escuadras, lápiz y papel.

4.5.5.5 Fundamentación teórica de las actividades: Cada estudiante ha sido responsable de su aprendizaje, el cual se ha dado inicialmente de manera social con sus compañeros y luego de manera individual, al formalizar y cerrar conceptos.

4.5.5.6 Evaluación de las actividades de la sesión

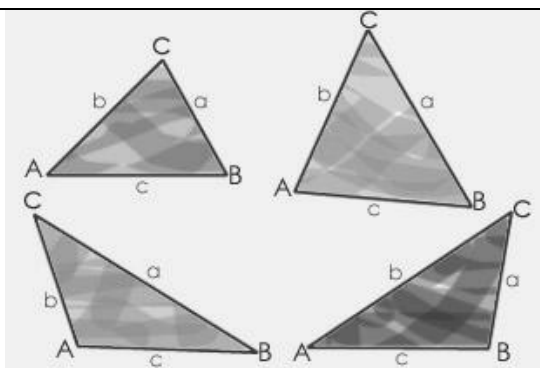
Los parámetros de evaluación de esta sesión serán los ejercicios que el estudiante resolvió durante la clase, individualmente, así como la elaboración del mapa conceptual que logre englobar los casos de solución de triángulos rectángulos que se han estudiado.

4.5.6 Sesión No. 6

4.5.6.1 Tema: Solución de triángulos oblicuángulos. Ley de Senos

4.5.6.2 Objetivo de la sesión: Los estudiantes conocerán y comprobarán la Ley de senos.

4.5.6.3 Desarrollo de las actividades	Tiempo estimado (minutos)
4.5.6.3.1 Actividades de apertura: Se les da a conocer a los estudiantes la Ley de Senos y se les da una breve explicación de su empleo, solución de triángulos que no son rectángulos: $\frac{a}{\text{Sen}A} = \frac{b}{\text{Sen}B} = \frac{c}{\text{Sen}C}$ Se forman equipos de 5 personas (máximo), y les entregará un juego de triángulos (en foami de diversos colores), a los que se les medirán sus lados y ángulos ayudados de sus instrumentos de medición geométricos (escuadras y transportador)	15
4.5.6.3.2 Actividades de desarrollo: En cada uno de los triángulos, se miden los tres ángulos y los tres lados. Con los datos que se obtuvieron, se llenan las tablas, empleando una calculadora científica para calcular el seno de cada ángulo:	15



Triángulo	Ángulo A	Ángulo B	Ángulo C	Lado a	Lado b	Lado c	Sen A	Sen B	Sen C

Triángulo	$a/\text{sen}A$	$b/\text{sen}B$	$c/\text{sen}C$

Los estudiantes establecerán una relación entre el lado y su ángulo correspondiente

¿Pasará esto con cualquier triángulo? _____

¿Por qué? _____

Se les da una hoja en la que se presenta lo siguiente:

“Lo que acabas de comprobar es que en cualquier triángulo siempre se cumple que:

$\frac{a}{\text{Sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{sen}C}$ y a esto se le llama "<u>Ley de los senos</u>". Los equipos discuten sobre los resultados obtenidos y anotan sus observaciones y conclusiones, con el fin de prepararse para la exposición.	
4.5.6.3.3 Actividades de Cierre Los estudiantes prepararán sus láminas para presentar los resultados y las conclusiones de esta actividad.	20

4.5.6.4 Materiales empleados: Triángulos de Foami, Lápiz, Calculadora científica, escuadras y transportador, hojas para rotafolios (para las exposiciones de los resultados), cinta adhesiva.

4.5.6.5 Fundamentación teórica de las actividades: Nuevamente hacemos uso de las herramientas de Desarrollo de Habilidades del Pensamiento (DHP), observación, descripción, comparación y relación, clasificación, análisis y síntesis de los conceptos abordados, para comprobar la relación planteada.

4.5.6.6 Evaluación de las actividades de la sesión

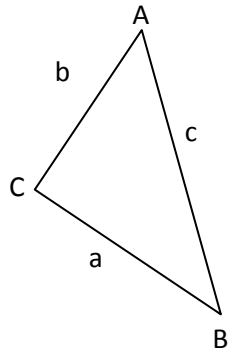
Para evaluar la sesión se tomará en consideración las aportaciones del trabajo colaborativo, la comprobación de la ley de los senos.

4.5.7 Sesión No. 7

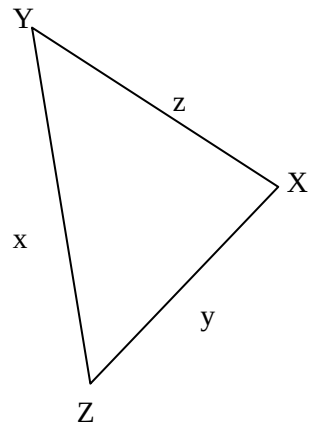
4.5.7.1 Tema: Solución de triángulos oblicuángulos. Ley de los Senos

4.5.7.2 Objetivo de la sesión: Una vez comprobada la Ley de los Senos, resolver ejercicios para resolver triángulos oblicuángulos, analizando los datos que se necesitan para emplear esta ley.

4.5.7.3 Desarrollo de las actividades	Tiempo estimado (minutos)
4.5.7.3.1 Actividades de apertura: Se inicia la sesión con la exposición de los resultados a los que llegaron los equipos, con la finalidad de que cada equipo tenga clara la comprobación de la Ley de Senos y partamos del hecho de que la han comprendido. Se expone al grupo la forma en que se aplica la Ley de senos en la solución de un triángulo que no es rectángulo. Y se les induce para que deduzcan qué datos son necesarios para emplear la Ley de los Senos en la solución de triángulos oblicuángulos = triángulos no rectángulos.	10
4.5.7.3.2 Actividades de desarrollo En los siguientes ejercicios, resuelve los triángulos (es decir, encuentra los datos que hacen falta, para conocer sus tres ángulos y sus tres lados). Utiliza las herramientas matemáticas que conozcas para lograr el objetivo. 1. En un triángulo oblicuángulo se conocen los ángulos $\angle B = 82^\circ$, $\angle A = 35^\circ$ y el lado, $a = 15\text{cm}$. Determinar el ángulo C y los lados b y c.	20



2. El triángulo oblicuángulo XYZ , tiene conocidos los lados $x=16\text{cm}$ y $z = 10\text{cm}$, además del ángulo $\angle Z = 95^\circ$. Encuentra el lado y los ángulos que faltan.



3. Proponer un caso de triángulo oblicuángulo para ser resuelto por medio de la Ley de los Senos.

4.5.7.3.3 Actividades de Cierre Una vez concluidas las actividades anteriores, contestan las actividades relacionadas con la ley de senos a fin de reforzar el aprendizaje obtenido, en las páginas 144 -145.	20
--	-----------

4.5.7.4 Materiales empleados: Libro de texto, calculadora, lápiz y lápices de colores, pizarrón y plumones.

4.5.7.5 Fundamentación teórica de las actividades

Para este tema, el libro de texto contiene la actividad que implica que el estudiante aplique sus conocimientos previos, con el fin de formalizar la demostración de la fórmula de la ley de senos que acaban de comprobar, y los prepara para su aplicación en ejercicios posteriores.

4.5.7.6 Evaluación de las actividades de la sesión

Durante la sesión se evaluó el trabajo en la elaboración de la tabla de datos, la participación en las respuestas a las preguntas inductivas y la obtención de los resultados, además del logro del objetivo.

4.5.8 Sesión No. 8

4.5.8.1 Tema: Solución de triángulos oblicuángulos. Ley de los Cosenos

4.5.8.2 Objetivo de la sesión: Conocer la ley de Cosenos y determinar los elementos que deben conocerse en la solución de triángulos oblicuángulos para emplear esta ley.

4.5.8.3 Desarrollo de las actividades	Tiempo estimado (minutos)
4.5.6.3.1 Actividades de apertura: Se les da a conocer a los estudiantes la Ley de los Cosenos y se les da una breve explicación de su empleo, solución de triángulos que no son rectángulos: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$ $c^2 = b^2 + a^2 - 2ab\cos C$ Se hace hincapié en la forma de emplear la ley de los cosenos y se destacan los elementos que se deben conocer para emplearla.	15
4.5.8.3.2 Actividades de desarrollo Se propone al grupo la siguiente situación: $a = 12$ I. $b = 15.4$ $C = 66^\circ 28' 34''$ ¿Cuáles lados se dieron como dato? ¿Cuáles ángulos se conocen? ¿Qué se desea conocer? - De acuerdo con tus respuestas y en fundamento del análisis previo, ¿cuál es la Ley que aplicarías en este caso?	25

5. ¿Es necesario hacer un despeje de la fórmula original? 6. ¿Cómo quedaría el despeje de la fórmula para hallar el dato necesario? 7. ¿Para conocer los demás datos seguirías utilizando la misma ley? 8. ¿Es necesario volver a despejar? o ¿Se podría hacer una analogía del despeje? 9. ¿Qué posibilidades tienes ahora para encontrar el dato faltante? 10. ¿Se comprueba que la suma de los ángulos interiores de este triángulo da 180°? Proponen un ejercicio en el que se necesite aplicar la Ley de Cosenos y se comparte con sus compañeros de equipo para su discusión.	
4.5.8.3 Actividades de Cierre Retroalimentación sobre los casos de solución de los triángulos oblicuángulos que requieren el empleo de la Ley de los Cosenos. Los estudiantes contestan las actividades de las págs. 146 - 148 de su libro de texto, con la finalidad de reforzar los conceptos.	10

4.5.8.4 Materiales empleados: Libro de texto, calculadora, lápiz y lápices de colores, pizarrón y plumones, láminas para exposición de los resultados.

4.5.8.5 Fundamentación teórica de las actividades

En fundamento con la teoría del Desarrollo de Habilidades del Pensamiento (DHP), podemos establecer que las actividades que aquí se proponen se basan en la observación, análisis y comparación de la información con la

finalidad de que los estudiantes reflexionen a cerca de los contenidos y comprendan los conceptos para poderlos aplicar en la solución de problemas. Asimismo, la comparación entre la Ley de Senos y Cosenos, permitirá que el estudiante tenga los elementos suficientes para determinar cuál de las dos sería más conveniente para resolver determinado triángulo oblicuángulo.

4.5.8.6 Evaluación de las actividades de la sesión

Durante la sesión se evaluó el trabajo en la elaboración de la tabla de datos, la participación en las respuestas a las preguntas inductivas y la obtención de los resultados, además del logro del objetivo.

4.5.9 Sesión No. 9

4.5.9.1 Tema: Problemas que requieren de la solución de triángulos oblicuángulos para ser resueltos.

4.5.9.2 Objetivo de la sesión: Aplicar la ley de Senos o Cosenos (según correspondan los criterios para tal fin), en la solución de situaciones problemáticas que requieren la solución de triángulos oblicuángulos.

4.5.9.3 Desarrollo de las actividades	Tiempo estimado (minutos)
4.5.9.3.1 Actividades de apertura: Realizar un repaso sobre los casos de resolución de triángulos oblicuángulos para determinar qué ley se debe aplicar, de acuerdo con los datos que se presenta de manera inicial.	5
4.5.9.3.2 Actividades de desarrollo Los estudiantes analizan de manera individual, las siguientes situaciones problemáticas, con la finalidad de establecer un esquema y determinar la Ley (Senos o Cosenos). 1. Dos hombres están en un llano separados $3000m$ uno del otro, observan un helicóptero. Sus ángulos de elevación respecto al objeto volador son de 60° y 75°. Determinar la altura a que se encuentra en ese momento el helicóptero. 2. Sobre un cuerpo se ejercen dos fuerzas de 17.5 y 22.5 Kg. Las direcciones de las fuerzas forman un ángulo de $50^\circ 15'$, encontrar la magnitud de la fuerza resultante y el ángulo que forma con la fuerza mayor. 3. Se va a construir un túnel a través de una montaña desde	25

el punto A hasta el punto B. Un punto C que es visible desde A y B se encuentra a 384m de A y 555m de B. ¿Cuál será la longitud del túnel si el ángulo ACB mide $35^{\circ} 45'$? Una vez analizadas y esquematizadas las situaciones anteriores, se reúnen en equipos de cuatro personas con la finalidad de comparar sus estrategias y discutir el procedimiento para resolverlas y mostrar los resultados. Cada equipo crea una situación en la que se requiera resolver un triángulo oblicuángulo y se propone al grupo para ser resuelta	
4.5.9.3.3 Actividades de Cierre Para terminar, se realiza la exposición ante el grupo, de los resultados logrados en equipo, con la finalidad de homogenizar los conocimientos así obtenidos. Para formalizar el aprendizaje del tema, se realizan las actividades del libro de texto en las págs. 148 – 150.	20

4.5.9.4 Materiales empleados: Libro de texto, calculadora, lápiz y lápices de colores, pizarrón y plumones, láminas para exposición de los resultados.

4.5.9.5 Fundamentación teórica de las actividades

Trabajando de manera individual, los estudiantes tienen la oportunidad de aplicar su conocimiento sea cual sea el nivel que alcanzaron, luego al interactuar con sus compañeros de equipo, enriquecen su aprendizaje al compartir sus observaciones, experiencias y puntos de vista sobre el particular. Al inventar una situación problemática en la que requieran resolver triángulos oblicuángulos, los estudiantes formalizan y se apropian del conocimiento, con lo que su aprendizaje será significativo.

Cuando realizan las actividades propuestas de su libro de texto, los estudiantes refuerzan su aprendizaje, realizando esquemas como mapa conceptual, y estableciendo las semejanzas y diferencias entre los casos estudiados.

4.5.9.6 Evaluación de las actividades de la sesión

Durante la sesión se evaluó el trabajo individual y en equipo (aprendizaje colaborativo), así como la participación activa en las exposiciones y la generación de situaciones problemáticas.

4.6 Criterios de evaluación

Para comprobar la eficacia de esta propuesta de intervención pedagógica se realizó de manera inicial un examen que diagnosticó el nivel de conocimientos previos que tenían los estudiantes que participaron en las actividades desarrolladas. En dicha evaluación se abordaron conceptos de las materia que llevaron el semestre previo y algunos problemas de carácter geométrico y trigonométrico que implicaban el manejo de conceptos que se suponía dominarían desde su educación secundaria.

Durante el desarrollo de las actividades se realizó la evaluación de cada sesión, observando los criterios de trabajo en equipo y de manera individual, exploración de conocimientos adquiridos, la participación en las respuestas a las preguntas inductivas y la obtención de los resultados, además del logro del objetivo, evidenciado por el trabajo desarrollado durante las actividades.

Luego, para realizar la exploración del aprendizaje significativo, una semana después de las actividades realizadas, se les aplicó un examen que involucraba los conocimientos adquiridos mediante tales actividades, de manera que se produjera un marco referencial de los conocimientos previos, el aprendizaje que adquirieron y de lo que están preparados para aprender.

Con lo anterior se evidenció el avance del aprendizaje de los estudiantes, obtenido mediante la motivación, planeación de actividades lúdicas, e inducción a la investigación, por lo que el alcance de la propuesta de intervención pedagógica que aquí se presenta no se ve limitado únicamente a los contenidos desarrollados, sino que implica el desarrollo de las habilidades cognitivas de los estudiantes mediante el estímulo de sus conocimientos previos, así como el análisis de los conceptos que aprendieron y la certeza de contar con las herramientas necesarias para adquirir nuevos conocimientos.

4.7 Instrumentos de evaluación

Para evaluar la efectividad de la propuesta de intervención pedagógica (PIP), se realizaron las siguientes pruebas:

1. Evaluación diagnóstica general antes de la PIP
2. Evaluación después de la PIP

En la evaluación diagnóstica general, se midió el nivel de conocimientos previos, de matemáticas anteriores, es este caso álgebra, así como los conocimientos que han adquirido a través de su vida académica en primaria y secundaria, en cuanto a la geometría y trigonometría. La realización de la evaluación diagnóstica antes de la PIP, permitió valorar el grado de reforzamiento de sus conocimientos sobre la geometría para entrar de manera directa al estudio de la trigonometría, y asimismo, explorar sus conocimientos reales sobre trigonometría poniendo de manifiesto el nivel de conocimientos de las herramientas para resolver las actividades que se propusieron.

La prueba anterior, midió sólo aspectos conceptuales, además de la manera de resolver ejercicios, sin embargo, como parte de las estrategias de aprendizaje significativo se pretendía que los estudiantes lograran establecer estrategias personales en la solución de situaciones problemáticas, que requieren la resolución de triángulos.

Después de haber concluido las actividades de la PIP, los estudiantes fueron valorados mediante la evaluación después de la PIP, en la que se pudo apreciar lo que ha quedado como aprendizaje significativo, al verificar el desempeño de cada estudiante en la aplicación de las estrategias individuales para la solución de problemas en los que se necesita resolver un triángulo (ya sea rectángulo u oblicuángulo).

Cabe resaltar que estas pruebas fueron aplicadas tanto al grupo control, como al grupo experimental, por lo que los comparativos darán conclusiones efectivas sobre los resultados obtenidos.

4.7.1 Evaluación diagnóstica general antes de la PIP

Los estudiantes de este nivel deben haber aprobado la materia de álgebra que es antecedente de esta materia, y poseen nociones de geometría y trigonometría, las cuales se han adquirido en sus estudios primarios y secundarios.

Nombre: _____ Grupo: _____

Fecha de aplicación: _____

OBJETIVO: Con esta evaluación se pretende que los estudiantes muestren el nivel de conocimientos previos, así como el dominio de conceptos, como punto de partida para el curso de Geometría y Trigonometría.

INSTRUCCIONES GENERALES: Realiza las operaciones indicadas, simplificando al máximo la expresión obtenida.

Álgebra:

1. Simplificar las siguientes expresiones:

a. $3x^2 + 2x - 7 + 5x^2 - 4x + 2 = \underline{8x^2 - 2x - 5}$

b. $2a + 3ab + 4 - 5a + 2b - 7ab = \underline{-3a - 4ab + 2b + 4}$

Valor 2 puntos

2. Realiza las operaciones que se indican entre las siguientes expresiones

a. Suma: $3x + 2y - 4z; 5x + 3y - 6z = \underline{8x + 5y - 10z}$

b. Restar $2x - 3y + 2z + 1$ de $-5x + 3y + 6z = \underline{7x - 6y - 4z}$

c. Multiplicar $(x+2)(x^2 - 4x + 1) = \underline{x^3 - 2x^2 - 7x + 2}$

d. Dividir $(x^2 - 4x + 1)$ por $(x+2) = \underline{(x-2) + [13/(x+2)]}$

Valor 4 puntos

3. Desarrollar los siguientes Productos Notables

a. $(3x - 5)^2 = \underline{9x^2 - 30x + 25}$

b. $(2m^2 - 4n)^3 = \underline{8m^6 - 48m^4n + 96mn^2 - 64n^3}$

c. $(x + 4)(x - 4) = \underline{x^2 - 16}$

d. $(x + 3)(x - 12) = \underline{x^2 - 9x - 36}$

Valor 4 puntos

4. Realiza la factorización de las siguientes expresiones:

- a. $x^2 + 10x + 25 = \underline{(x + 5)^2}$
- b. $x^2 + 15x + 50 = \underline{(x + 5)(x + 10)}$
- c. $x^2 - 9 = \underline{(x + 3)(x - 3)}$
- d. $x^3 + 27 = \underline{(x + 3)(x^2 - 3x + 9)}$
- e. $5x^3y + 125x^3y^3 - 25x^2 + 15x^4y^8 - 25x^5y^4z^3 = \underline{5x^2(xy + 25xy^3 + 3x^2y^8 - 5x^3y^4z^3)}$

Valor 5 puntos

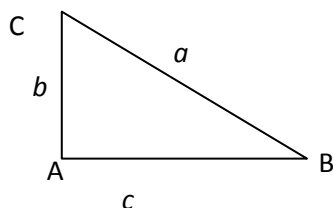
5. Encuentra el valor de la variable independiente en las siguientes Ecuaciones:

- a. $x + 2 - 5x = 4x + 3$ $x = -1/8$
- b. $x^2 + 15x + 50 = 0$ $x_1 = -10; x_2 = -5$
- c. $\begin{cases} x + y = 45 \\ 4x + 2y = 60 \end{cases}$ $x = -15; y = 60$

Valor 5 puntos

Trigonometría

6. Conociendo la siguiente relación, encuentra las demás funciones de este triángulo rectángulo



$$\tan B = \frac{5}{8}$$

$$\text{Sen } B = \frac{5}{\sqrt{89}}$$

$$\text{Cos } B = \frac{8}{\sqrt{89}}$$

$$\text{Cot } B = \frac{8}{5}$$

$$\text{Sec } B = \frac{\sqrt{89}}{8}$$

Encuentra primero el lado que falta para poder iniciar con las relaciones trigonométricas que faltan.

Valor 5 puntos

Valor total de la prueba: 27 puntos

$$\frac{\sqrt{89}}{5}$$

4.7.2 Evaluación después de la PIP

Los estudiantes de este nivel, deben poseer conocimientos geométricos tales como conceptos y teoremas, que resultarán ser base del desarrollo de conceptos en la Trigonometría.

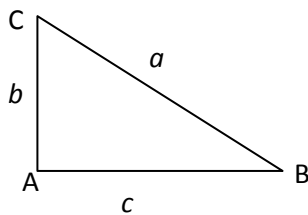
OBJETIVO: Verificar el nivel de conocimientos adquiridos después de las actividades realizadas en la propuesta de intervención pedagógica, aplicando las herramientas y habilidades adquiridas en problemas que requieren de las soluciones de triángulos rectángulos u oblicuángulos.

Nombre: _____ Grupo: _____

Fecha de aplicación: _____

I. Contesta lo que se te pide

1. Conociendo la siguiente relación, encuentra las demás funciones de este triángulo rectángulo



$$\cot B = \frac{8}{6}$$

$$\text{Sen } B = \frac{6}{10}$$

$$\text{Cos } B = \frac{8}{10}$$

$$\text{Tan } B = \frac{6}{8}$$

$$\text{Sec } B = \frac{10}{8}$$

Encuentra primero el lado que falta para poder iniciar con las relaciones trigonométricas que faltan.

II. Completa los siguientes enunciados:

$$\frac{10}{6}$$

7. La función recíproca de seno es cosecante
8. La función recíproca de la tangente es cotangente
9. La función recíproca de la secante es coseno
10. Función trigonométrica que está compuesta por la razón de la hipotenusa y el cateto opuesto: cosecante
11. Función trigonométrica que está compuesta por la razón del cateto adyacente y el cateto opuesto: cotangente

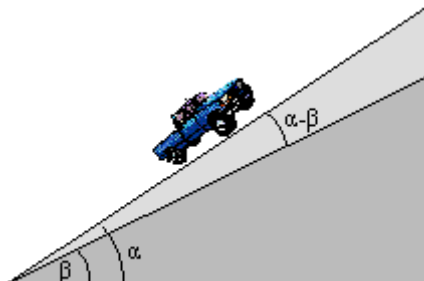
III. Contesta de manera concreta las siguientes preguntas:

1. ¿Para qué sirve el teorema de Pitágoras?
a) resolver problemas b) resolver triángulos c) resolver triángulos rectángulos
2. ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde un vértice de un hexágono?
a) cuatro b) seis c) diez d) tres
3. ¿Cuál es el número total de diagonales que se pueden trazar en un pentágono?
a) cuatro b) seis c) cinco d) tres
4. Si en el triángulo ABC, el ángulo A = 24° y el ángulo B = 72° , cuánto debe valer el ángulo C?
a) 96° b) 84° c) 180° d) 94°
5. Se tiene un triángulo rectángulo en el que el valor de uno de sus catetos es de 24, y el de su hipotenusa es de 30, ¿cuál será el valor del otro cateto?
a) 12 b) 36 c) 9 d) 18

valor: 15 puntos

IV Contesta los siguientes problemas empleando tus conocimientos sobre la solución de triángulos.

- 1.- Un cierto tramo de carretera es una subida del 12% (al avanzar 100 m se suben 12 m) como se considera excesiva esta subida, se va a reducir al 8%. Se desea conocer el ángulo que debe formar la nueva carretera con la antigua.

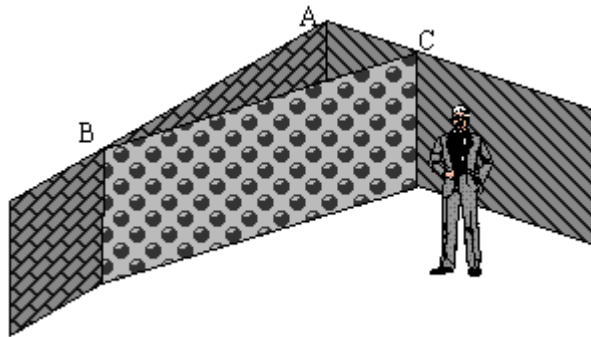


Respuesta:

Una manera de resolver este problema es considerar el cálculo de los ángulos α y β mediante la función tangente para cada uno. Una vez encontrados dichos ángulos, al ángulo α se le resta el ángulo β .

Valor 5 puntos

2.- Para los decorados de una representación teatral un tramoyista desea reducir la longitud de las paredes de una estancia. Para ello se recurre a la mampara BC, que tiene longitud 5m, con la que se tapa la esquina. Hallar el ángulo ABC, sabiendo que las paredes AB y AC son perpendiculares, y que $AB = 3m$ y $AC = 4m$.



Respuesta:

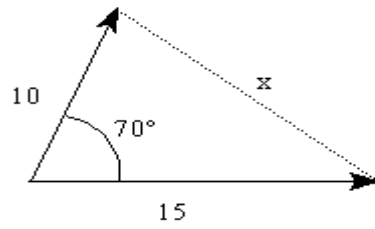
La mayor longitud de pared la tiene el lado AC, por lo que se desea conocer el ángulo con vértice en B (ya que el ángulo con vértice en A es de 90° por ser AC y AB perpendiculares).

Dado que se conocen los tres lados del triángulo, es preciso indicar que dicho ángulo puede ser hallado empleando cualquiera de las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, etcétera).

Así, si emplea si $\text{Sen}B = (AC/BC) = 4/5$, y por medio de una calculadora científica se puede obtener el valor del ángulo B.

Valor 5 puntos

3.- Dos coches, con velocidades respectivas de 60km/h y 90km/h, toman dos carreteras que se bifurcan con un ángulo de 70° ¿Qué distancia habrá entre ellos a los 10 minutos de viaje?



Respuesta:

En 10 minutos, el primer móvil habrá recorrido $(1/6)60 = 10Km$

En 10 minutos, el segundo móvil habrá recorrido $(1/6)90=15Km$. Se forma, entonces un triángulo como el de la figura. Por el teorema del coseno se puede calcular la x y se tiene que $x= 14.9128Km$

valor 5 puntos

Valor total de la prueba 30 puntos

4.8 Instrumentos de obtención de la Información

En esta sección presentamos los instrumentos con los que se enriquecerán los resultados de la propuesta de intervención pedagógica, a fin de obtener información complementaria de cada estudiante.

De manera inicial se presenta un cuestionario aplicado a los estudiantes de ambos grupos, que nos permitirá visualizar el predominio del género en cada grupo, las dificultades físicas que afectan el aprendizaje, la preferencia de actividades culturales, si reciben dinero para sus gastos, sus preferencias de lectura si es que leen, sus actividades extraescolares, si están becados, sus antecedentes académicos, su asistencia y puntualidad a clases, sus promedios generales, su desempeño académico y estrategias de estudio, las expectativas de estudio de los padres y sus propias expectativas de estudio.

En seguida, se tiene la prueba de habilidades de relaciones numéricas y de figuras, con la que se ha medido el desempeño de los grupos, con el afán de detectar sus fortalezas y debilidades, la cual aborda conceptos de series numéricas, en la que se tiene que determinar el elemento siguiente, y la secuencia de las posiciones de una determinada figura.

Los dos instrumentos fueron aplicados a ambos grupos, con lo que se obtuvo un panorama general de forma de vida, así como de las habilidades desarrolladas en cuanto a las relaciones numéricas y geométricas.

4.8.1 Cuestionario para estudiantes

Nombre: _____ Grupo: _____

Instrucciones:

Antes de contestar las preguntas, lee con cuidado las opciones

Se debe seleccionar una sola respuesta en cada pregunta, subrayándola

1. ¿Tienes algún problema físico que te impida o dificulte caminar o subir escaleras?
 - a. Sí
 - b. No
2. ¿Tienes algún problema físico que te impida o dificulte escribir?
 - a. Sí
 - b. No
3. ¿Tienes problemas para escuchar sonidos, aun a corta distancia?
 - a. Sí
 - b. No
4. ¿Tienes problemas de visión?
 - a. Sí
 - b. No
5. ¿Tienes problemas para concentrarte, recordar o aprender?
 - a. Sí
 - b. No
6. ¿Tienes problemas para expresarte o pronunciar palabras?
 - a. Sí
 - b. No
7. ¿Cuántas veces al año vas a los siguientes eventos?

Cine	Museo	Teatro	Concierto
Nunca	Nunca	Nunca	Nunca
1 vez	1 vez	1 vez	1 vez
2 a 5 veces	2 a 5 veces	2 a 5 veces	2 a 5 veces
6 veces o más	6 veces o más	6 veces o más	6 veces o más

8. ¿Cuánto dinero te dan a la semana para tus gastos personales, aproximadamente?
 - a. No me dan dinero
 - b. 5 pesos o menos
 - c. De 6 a 10 pesos
 - d. De 11 a 20 pesos
 - e. De 21 a 50 pesos
 - f. De 101 a 200 pesos
 - g. Más de 200 pesos
9. ¿Te gusta leer?
 - a. Sí, mucho
 - b. Sí , poco
 - c. No me gusta
10. ¿Cuánto tiempo has dedicado a leer algo que no fuera para la escuela, durante la última semana?
 - a. No leí
 - b. Menos de una hora
 - c. Entre 1 y 2 horas
 - d. Entre 3 y 4 horas
 - e. 5 horas o más

11. Sin considerar las tareas de la escuela, si es que leíste, ¿qué leíste la última semana?

- a. Comics o historietas
- b. El periódico o diario deportivo
- c. Novela o libro de aventura, poesía, etc
- d. Un libro de geografía, historia, ciencias.

12. Durante la semana pasada, ¿cuánto tiempo le dedicaste a las siguientes actividades?

- a. Quehaceres domésticos de tu hogar
 - i. No realicé
 - ii. Hasta 2 horas
 - iii. Entre 2 y 3 horas por día
 - iv. Entre 3 y 4 horas por día
 - v. Más de 4 horas por día
- b. Trabajar en alguna actividad agrícola, empresa o negocio.
 - i. No realicé
 - ii. Hasta 2 horas
 - iii. Entre 2 y 3 horas por día
 - iv. Entre 3 y 4 horas por día
 - v. Más de 4 horas por día
- c. Realizar servicios gratuitos a la comunidad (servicio social).
 - i. No realicé
 - ii. Hasta 2 horas
 - iii. Entre 2 y 3 horas por día
 - iv. Entre 3 y 4 horas por día
 - v. Más de 4 horas por día
- d. Vender algún producto (paletas, golosinas, periódicos, etcétera).
 - i. No realicé
 - ii. Hasta 2 horas
 - iii. Entre 2 y 3 horas por día

- iv. Entre 3 y 4 horas por día
 - v. Más de 4 horas por día
- e. Producir mercancía para vender (artesanías, galletas, etcétera).
 - i. No realicé
 - ii. Hasta 2 horas
 - iii. Entre 2 y 3 horas por día
 - iv. Entre 3 y 4 horas por día
 - v. Más de 4 horas por día
- f. Cuidar niños, o hacer quehaceres domésticos para personas ajenas a tu hogar.
 - i. No realicé
 - ii. Hasta 2 horas
 - iii. Entre 2 y 3 horas por día
 - iv. Entre 3 y 4 horas por día
 - v. Más de 4 horas por día
- g. Bolear, limpiar parabrisas, lavar o cuidar autos, cargar maletas, de cerillo en un supermercado, etcétera.
 - i. No realicé
 - ii. Hasta 2 horas
 - iii. Entre 2 y 3 horas por día
 - iv. Entre 3 y 4 horas por día
 - v. Más de 4 horas por día
- h. Mesero, guardia de seguridad, secretaria, etcétera.
 - i. No realicé
 - ii. Hasta 2 horas
 - iii. Entre 2 y 3 horas por día
 - iv. Entre 3 y 4 horas por día
 - v. Más de 4 horas por día
- i. Buscar trabajo sin encontrarlo aún
 - i. No realicé

- ii. Hasta 2 horas
 - iii. Entre 2 y 3 horas por día
 - iv. Entre 3 y 4 horas por día
 - v. Más de 4 horas por día
13. ¿Recibes algún tipo de beca?
- a. Sí
 - b. No
14. ¿Cuántos años fuiste a la escuela antes de entrar a la prepa?
- a. 9 años
 - b. Más de 9 años
15. ¿A qué edad entraste a la prepa?
- a. 13 a 14 años
 - b. 15 a 16 años
 - c. De 17 años o más
16. ¿Cuántos años dejaste de estudiar antes de entrar a la prepa?
- a. Ninguno
 - b. 1 año
 - c. 2 años
 - d. Más de 3 años
17. ¿Cuántos años has repetido en la prepa?
- a. Ninguno
 - b. 1 año
 - c. 2 años
 - d. 3 años o más
18. ¿Cuántas veces te has cambiado de escuela desde que iniciaste la prepa?
- a. Ninguna
 - b. 1 vez
 - c. 2 veces
 - d. 3 veces o más

19. ¿Cuántos días faltaste a la escuela durante el último bimestre?
- a. Ninguno
 - b. De 1 a 3 días
 - c. De 4 a 7 días
 - d. De 8 a 15 días
 - e. 16 días o más
20. ¿Cuántos retardos tuviste durante el último bimestre?
- a. Ninguno
 - b. De 1 a 3
 - c. De 4 a 7
 - d. De 8 a 15
 - e. 16 o más
21. ¿Cuál fue tu promedio general durante el bimestre anterior?
- a. de 9 a 10
 - b. de 8 a 8.9
 - c. de 7 a 7.9
 - d. de 6 a 6.9
 - e. 5
22. ¿Cuál fue tu calificación en Matemáticas en el bimestre anterior?
- a. de 9 a 10
 - b. de 8 a 8.9
 - c. de 7 a 7.9
 - d. de 6 a 6.9
 - e. 5⁶
23. Cuando obtienes calificaciones de 7 o menos, ¿a qué se debe?
(subraya el motivo principal)
- a. Nunca obtengo calificaciones de 7 o menos.
 - b. Problemas económicos

⁶ Es importante comentar que no hay un promedio menor porque en este sistema educativo la calificación mínima es 5.

- c. Problemas familiares
- d. Problemas para entender a los profesores
- e. A la flojera que me da estudiar

24. ¿Cuántas tareas hiciste el bimestre pasado?

- a. Todas
- b. La mayoría
- c. Algunas
- d. Ninguna

25. Aproximadamente, ¿cuántos días a la semana haces tareas o estudias?

- a. 6 ó 7
- b. 4 ó 5
- c. 2 ó 3
- d. 1
- e. No hago tareas ni estudio

26. Cuando tienes un examen de matemáticas en la escuela, principalmente ¿qué haces para estudiar?

- a. Sólo pongo atención en clases
- b. Leo mis apuntes o el libro de texto
- c. Memorizo mis apuntes o libro de texto
- d. Repito los ejercicios de los apuntes o libro de texto
- e. Pregunto a otras personas
- f. Hago esquemas, resúmenes o guías
- g. No estudio

27. ¿Hasta qué nivel educativo le gustaría a tus padres que estudiaras?

- a. Bachillerato o preparatoria
- b. Carrera técnica
- c. Licenciatura (carrera universitaria)
- d. Posgrado (maestría, doctorado)
- e. No sé

28. ¿Hasta qué nivel educativo te gustaría estudiar?

- a. Bachillerato o preparatoria
- b. Carrera técnica
- c. Licenciatura (carrera universitaria)
- d. Posgrado (maestría, doctorado)
- e. No sé

4.8.2 Prueba de habilidades de relación numérica y de figuras

(Test de inteligencia)⁷

Intrucciones: Continúa cada una de las siguientes sucesiones:

(1) A, D, G, J: M

(2) 1, 3, 6, 10: 15

(3) 1, 1, 2, 3, 5: 8

(4) 21, 20, 18, 15, 11: 6

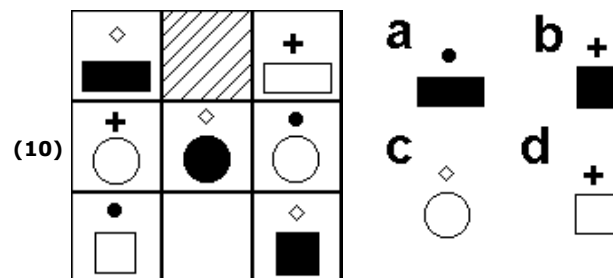
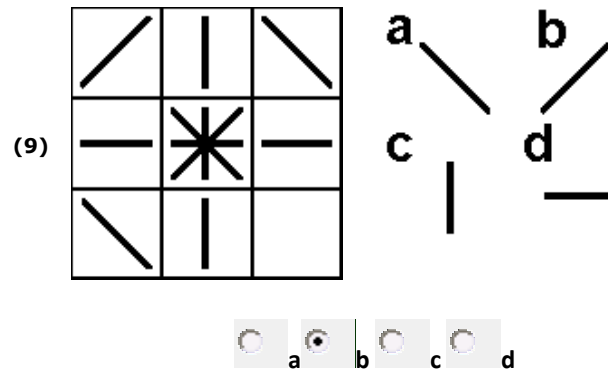
(5) 8, 6, 7, 5, 6, 4: 5

(6) 65536, 256, 16: 4

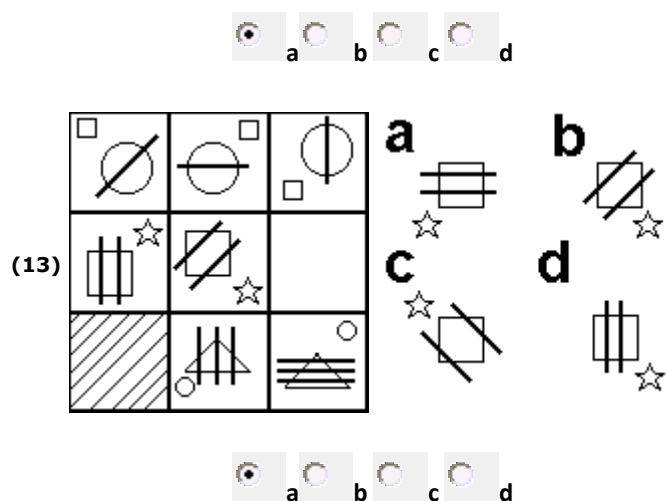
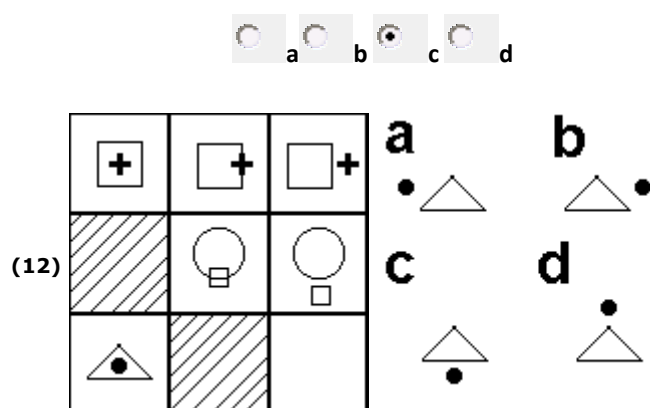
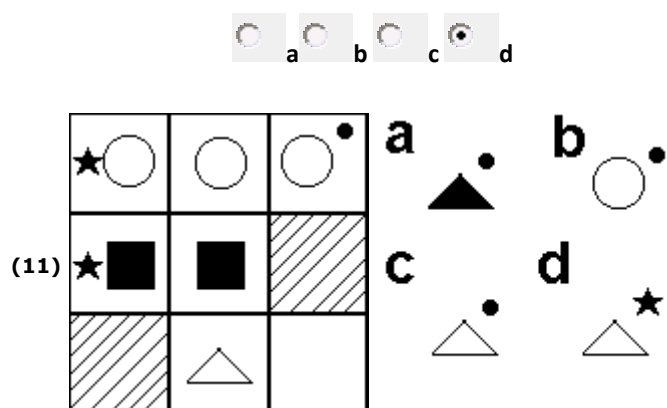
(7) 1, 0, -1, 0: 1

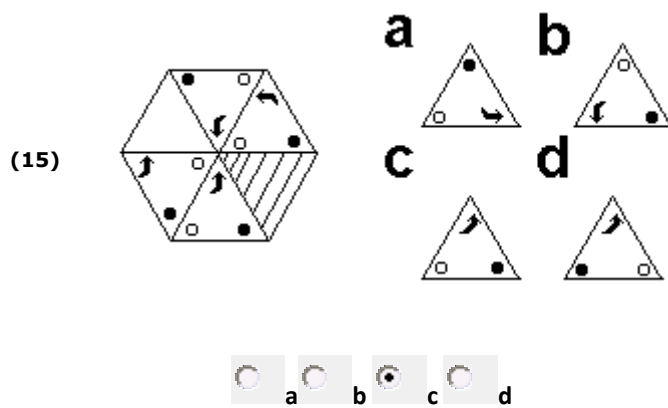
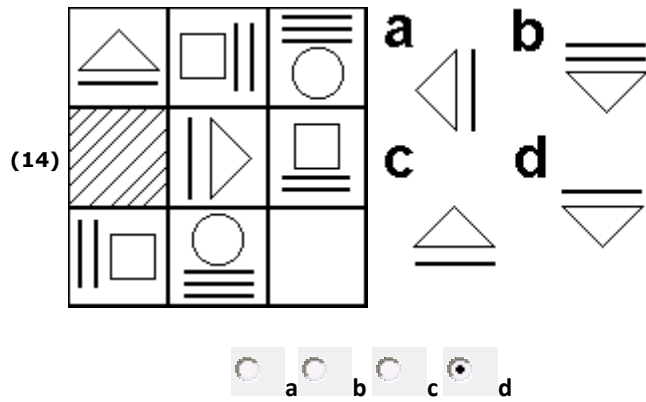
(8) 3968, 63, 8, 3: 2

Elige la opción más apropiada para completar la figura de la izquierda:

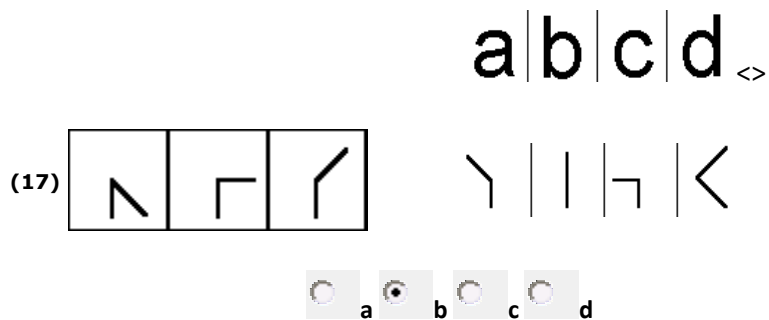
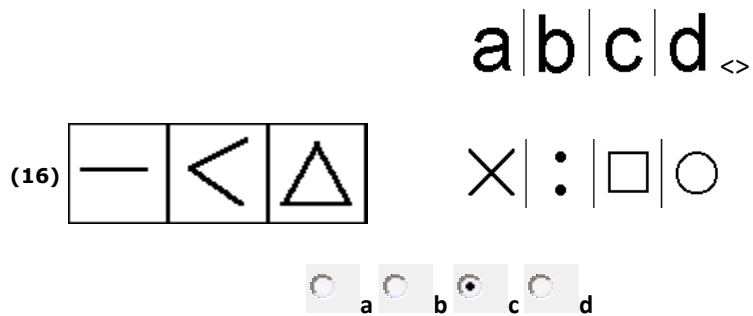


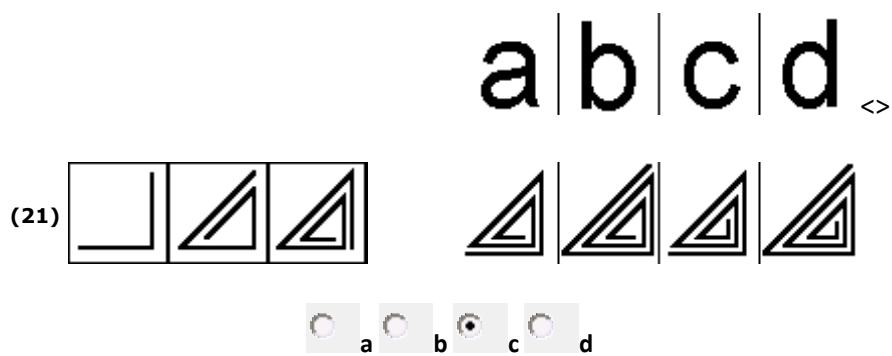
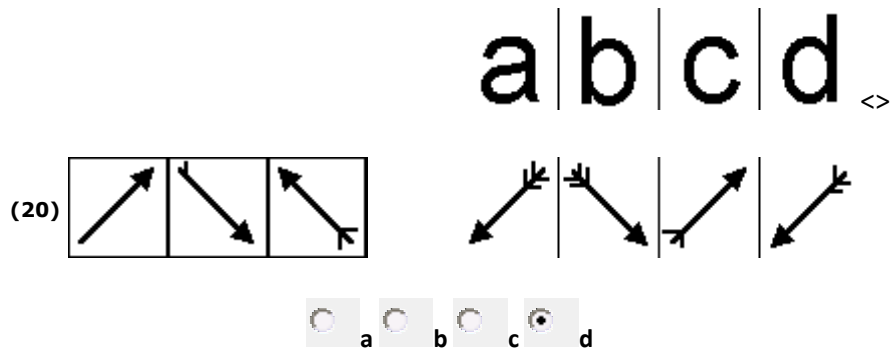
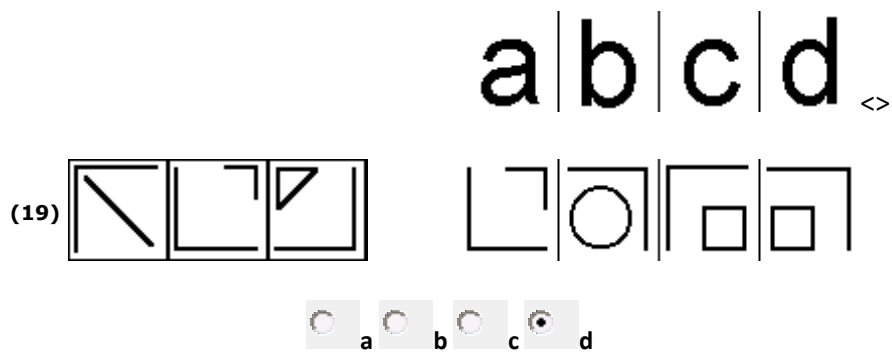
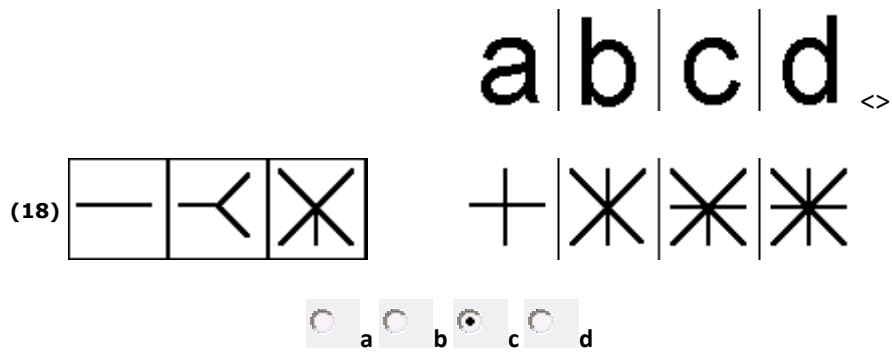
⁷ Tomado de http://www.uv.es/busoiq/index_es.html, consultada 7 de abril 2008

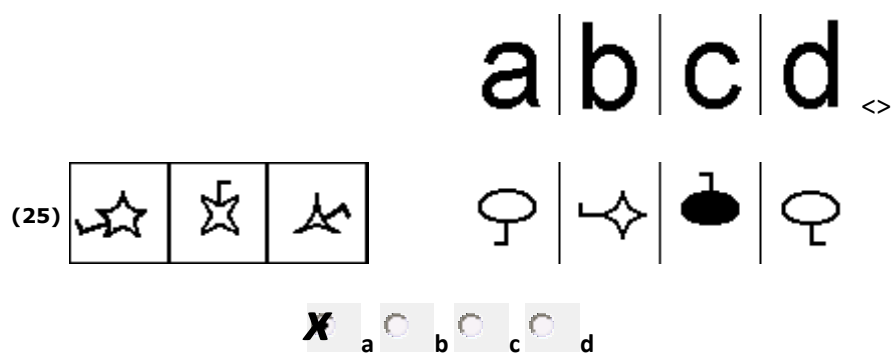
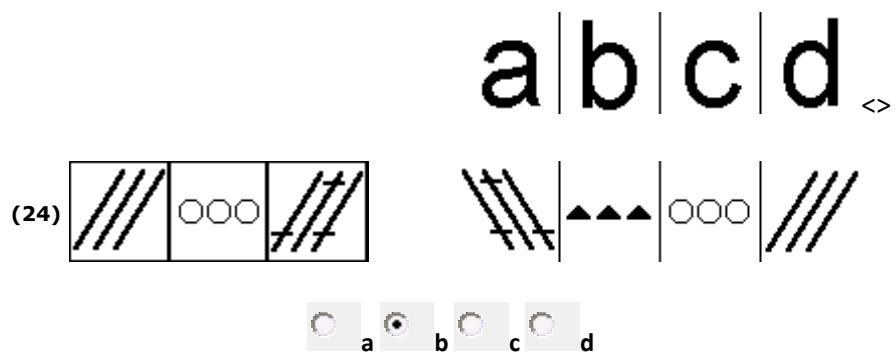
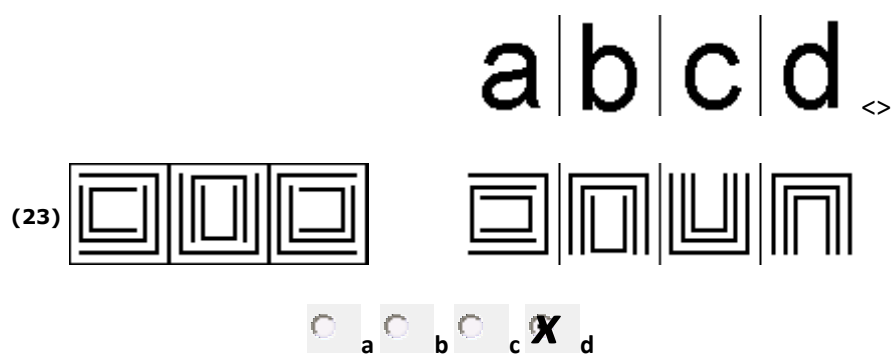
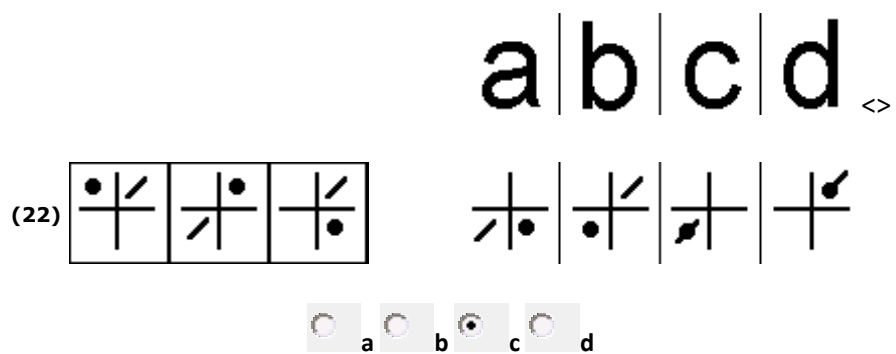




Elige la opción más apropiada para completar la serie de figuras de la izquierda:







Elige las dos opciones de la derecha que completan la parte izquierda:

(26)  | ? |  | ? a  | b  | c  | d  | e 

☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e

(27)  | ? |  | ? a  | b  | c  | d  | e 

☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e

(28)  | ? |  | ? a  | b  | c  | d  | e 

☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☒ e

(29)  | ? |  | ? a  | b  | c  | d  | e 

☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e

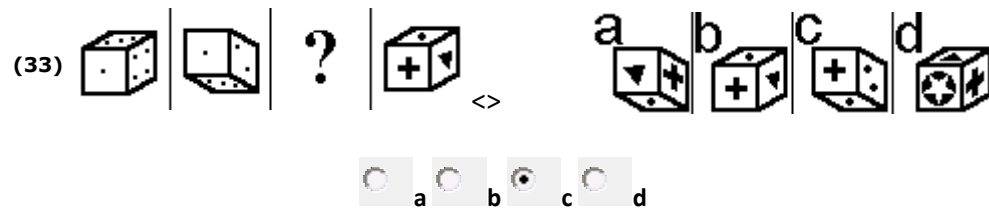
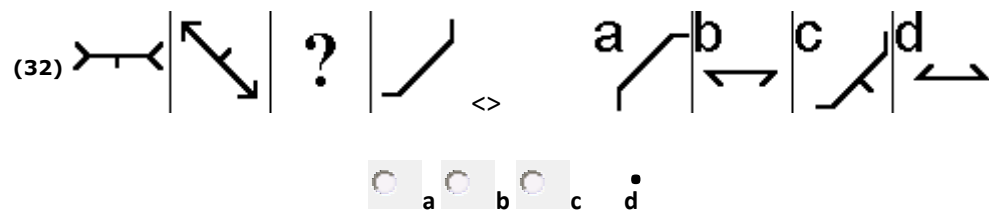
Elige la opción de la derecha que completa la serie de la izquierda:

(30)  |  | ? |  <> a  | b  | c  | d 

☐ a ☐ b ☐ c ☒ d

(31)  |  | ? |  <> a  | b  | c  | d 

☐ a ☐ b ☒ c ☐ d



Capítulo V

Resultados

En este capítulo se exponen los resultados que se obtuvieron, en primera instancia, de las encuestas, con la finalidad de conocer de una manera más concreta las características de los grupos, control y experimental, y en segunda, los resultados de las pruebas diagnóstico, de habilidades y la evaluación final.

Asimismo, se hizo un comparativo de tales resultados, en el cual se visualizan a través de las gráficas, los aspectos más destacados del cuestionario y las pruebas realizadas.

5.1 Resultados del cuestionario aplicado al grupo experimental

Una vez recabada la información de las encuestas, se hizo el concentrado de las respuestas emitidas por los estudiantes en tablas de comparación.

En esta primera parte sólo destacaremos las respuestas más significativas que logren caracterizar al grupo en cuestión.

5.1.1 Características del grupo experimental

El grupo de 2I, que fue designado como el grupo “experimental”, estuvo compuesto de 40 integrantes, de los cuales, 29 son mujeres, tal como se muestra en la tabla.

Sexo					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	F	29.0	72.5	72.5	72.5
	M	11.0	27.5	27.5	100.0
	Total	40.0	100.0	100.0	

Entre las dificultades físicas que influyen en el aprendizaje, y que los estudiantes reconocen tener, se destaca la dificultad para concentrarse, en donde el 55% de los estudiantes de este grupo la reconocen; también existe el problema de visión, donde el 37% de los estudiantes dice tener, y cabe resaltar que muy pocos casos usan anteojos, estas situaciones se pueden ver reflejadas en la tabla.

Tipo de dificultad que influye en el aprendizaje	Sí	No
Dificultades para caminar	5.0	95.0
Dificultades para escribir	0.0	100.0
Dificultades para escuchar	2.5	97.5
Dificultades para ver	37.5	62.5
Dificultades para concentrarse	55.0	45.0

Las actividades culturales que prefieren la mayoría de los estudiantes del grupo de 21, son el cine (22.5%), visita a museos (20%) y conciertos (17.5%). Los porcentajes no son tan significativos que pudieran ser una característica representativa para este grupo, esto se puede apreciar en la tabla correspondiente.

Actividades recreativas y culturales	Asiste al cine	Asiste al museo	Asiste al teatro	Asiste al conciertos
Nunca	12.5%	45.0%	57.5%	12.5%
1 vez	25.0%	32.5%	35.0%	30.0%
De 2 a 5 veces	42.5%	22.5%	5.0%	40.0%
Más de 6 veces	20.0%	0.0%	2.5%	17.5%

En lo referente a los hábitos de lectura fuera de la escuela, 72.5% de los estudiantes de este grupo gustan poco de la lectura, sólo el 20% la disfruta mucho y un 7.5% preferiría hacer otras actividades antes que leer, tal como se ve en la tabla siguiente.

Disfruta de la lectura	Frecuencia	Porcentaje
No	3.0	7.5
Sí, poco	29.0	72.5
Sí, mucho	8.0	20.0
Total	40.0	100.0

Pese a que sólo el 7.5% no gusta de leer, el 15% del total del grupo normalmente no lee; el 60% lee menos de una hora, y el 20% no más de dos horas, por lo que los que leen más de dos horas representan el 5%.

Tiempo que dedica a la lectura extraescolar	2I
No lee	15.0%
Menos de 1hora	60.0%
Entre 1 y 2 horas	20.0%
Entre 3 y 4 horas	2.5%
5 horas o más	2.5%

Lo que leyeron durante la última semana, previa a al aplicación de este cuestionario, destaca el periódico o diario deportivo con un 42.5%, seguido de cómics o historietas con 30%. Los que leen revistas científicas, o libros de historia o geografía tan sólo alcanzan el 7.5% y quienes leen novelas, poesía o libros de aventuras, no rebasan el 2.5%. El resto como ya se ha mencionado, no lee.

Lo que ha leído durante la última semana	2I
No leyó	17.5%
Cómics o historietas	30.0%
Periódico o diario deportivo	42.5%
Novela o libro de aventura, poesía, etcétera	2.5%
Libro de Geografía, Historia, Ciencias	2.5%
Revistas Científicas	5.0%

En el aspecto económico, la mayoría de los estudiantes dijo contar con dinero suficiente para solventar gastos que oscilan entre los 21 y 100 pesos, semanalmente.

Dinero para gastos semanales	2I
No le dan dinero	2.5%
1 a 20	15.0%
21 a 50	40.0%
51 a 100	35.0%
100 o más	7.5%

Algunos estudiantes tienen otras actividades fuera del horario escolar. Entre las actividades extraescolares que el estudiante realiza, se puede apreciar el 65% de los estudiantes emplean hasta 2 horas en quehaceres domésticos; muy pocos estudiantes (sólo el 5%), dijo que trabaja en labores del campo y que dedica a esta actividad más de cinco horas al día. Por ser estudiantes de segundo semestre, la gran mayoría no realiza aún el servicio social.

Muy pocos estudiantes realizan labores de venta de algún producto, o a la producción de mercancías.

También no son muchos los estudiantes de este grupo (en el que ya se dijo que predomina el género femenino) que se dedican a cuidar niños pequeños o realizan quehaceres fuera de su casa.

Sólo 10% de los estudiantes afirmó que se dedica a trabajar en ciertos oficios (guardia de seguridad, mesero, secretaria, etcétera), y dijeron que lo hacen por más de dos horas por día. Además pocos estudiantes dedican tiempo extraescolar a buscar trabajo sin haberlo encontrado aún, y dijeron que dedican entre 2 y cuatro horas diarias.

En general, se puede decir que son muy pocos los estudiantes que realizan labores extraescolares. Esta situación se puede evidenciar en la siguiente tabla.

Labores extraescolares	Tiempo dedicado a los quehaceres domésticos	Tiempo dedicado a labores agrícolas	Tiempo dedicado servicio social	Tiempo dedicado a la venta de productos	Tiempo dedicado a la producción de mercancías para vender	Tiempo dedicado a cuidar niños o quehaceres fuera de casa	Tiempo dedicado a servicios: mesero, guardia seguridad, secretaria etc.	Tiempo dedicado buscar trabajo aún sin encontrarlo
No realizó	12.5%	75.0%	90.0%	95.0%	90.0%	82.5%	90.0%	77.5%
Hasta 2 horas	65.0%	5.0%	2.5%	0.0%	10.0%	12.5%	2.5%	17.5%
Más de 2 y hasta 3 horas	17.5%	2.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	2.5%
Más de 3 y hasta 4 horas	0.0%	5.0%	0.0%	2.5%	0.0%	2.5%	2.5%	2.5%
Más de 4 horas	5.0%	12.5%	7.5%	2.5%	0.0%	2.5%	5.0%	0.0%

El porcentaje de estudiantes del grupo experimental que afirmó recibir algún tipo de beca es del 27.5%

Becados	21
No	72.5%
Sí	27.5%

La mayoría de los estudiantes reconoció que antes de entrar al bachillerato, cursaron 9 años de estudios académicos en los diferentes niveles de la educación, lo que significa que no reprobaron algún ciclo escolar. El resto (10%) dijo haber cursado más de 9 años, lo que presupone que o dejó de estudiar algunos años o reprobó algún ciclo.

Cuántos años fue a la escuela antes de entrar a la prepa	2I
Menos de 9	0.0%
Sólo 9.0	90.0%
Más de 9	10.0%

La edad en que la mayoría de los estudiantes (82.5%) señalaron que ingresaron fue entre 15 y 16 años; pocos (10%) fueron los que aseguraron que dejaron de estudiar un año antes de entrar a la prepa; y muy pocos dijeron que repitieron la prepa solo por un año. Además, en cuanto a cambios de plantel, 12.5% cambiaron de escuela una vez. Con esto se puede evidenciar que en general, se trata de alumnos regulares. Estos datos se pueden apreciar en las siguientes tablas.

Edad en la que entró a la prepa	2I
De 13 a 14	17.5%
De más de 14 a 16	82.5%
Más de 16	0.0%

Número de años que dejó de estudiar antes de entrar a la prepa	2I
Ninguno	90.0%
Uno	10.0%
Más de uno	0.0%

Número de años que ha repetido la prepa	2I
Ninguno	97.5%
Uno	2.5%
Más de uno	0.0%

Número de veces que ha cambiado de prepa	2I
Ninguno	87.5%
Uno	12.5%
Más de uno	0.0%

En el entorno escolar, en función de la asistencia y la puntualidad de los estudiantes para entrar a sus clases, durante el último bimestre: 30% afirmó que no faltó, mientras que el resto, reconoce que ha faltado por lo menos una vez; fueron muy pocos los que faltaron más de 4 veces. En el aspecto de puntualidad, 50% señaló que llegó a tiempo a sus clases. Con estos datos se visualiza que no existe un problema grave de ausentismo ni tampoco de puntualidad. Tal como aparece en las tablas que correspondientes y que se muestran a continuación.

Número de días que ha faltado a la escuela en el último bimestre	2I
Ninguno	30.0%
De 1 a 3	50.0%
De 4 a 7	17.5%
De 8 a 15	2.5%
16 o más	0.0%

retardos	2I
Ninguno	50.0%
De 1 a 3	40.0%
De 4 a 7	7.5%
De 8 a 15	2.5%
16 o más	0.0%

Luego, el aprovechamiento general, obtenido de los promedios generales del bimestre anterior, de 15 estudiantes de este grupo se ubica entre el 7 y 7.9 (siendo la calificación única reprobatoria, el 5); sin embargo, 13 dijeron que su

promedio osciló entre 8 y 8.9. De este modo, presuntamente se puede decir que la mayoría de los estudiantes del grupo tiene un promedio que oscila entre el 7 y el 8.9.

Promedio general que obtuvo en el último bimestre	2I
De 9 a 10	7.5%
De 8 a 8.9	32.5%
De 7 a 7.9	37.5%
De 6 a 6.9	20.0%
5.0	2.5%

Cuando los estudiantes obtuvieron calificaciones menores a 7, señalaron como razón principal: problemas para entender a los profesores, seguido de: la flojera que da estudiar.

Motivo de tener calificaciones menores de 7	2I
Nunca obtiene calificaciones menores de 7	10.0%
Problemas económicos	5.0%
Problemas familiares	7.5%
Problemas para entender al profesor	42.5%
Flojera de estudiar	35.0%

Para el caso concreto de la materia de matemáticas, los estudiantes señalan que durante el bimestre anterior, 10% no aprobó (obtuvo 5); 27.5% tuvo un promedio de esta materia entre 6 y 6.9 y el mismo porcentaje indicó tener un promedio entre el 7 y 7.9.

Calificación de matemáticas que obtuvo en el último bimestre	2I
De 9 a 10	17.5%
De 8 a 8.9	17.5%
De 7 a 7.9	27.5%
De 6 a 6.9	27.5%
5.0	10.0%

Según la encuesta, un poco más de la mitad de los estudiantes aseguró que realizó la mayoría de las tareas durante el bimestre pasado, mientras que 37.5% solo hizo algunas, y según el sondeo ninguno faltó con alguna tarea, además, 42.5% indicaron que estudian y/o hacen tareas durante 2 ó 3 días, seguidos de aquellos que hacen esta actividad por 4 ó 5 días con un 40%. Pese a que en la tabla anterior, ninguno faltó con su tarea, en esta pregunta, un estudiante indicó que no hace tareas ni estudia. Al parecer la mayoría de estos estudiantes tienen cierto sentido de responsabilidad. Estos resultados se muestran a continuación, en la tabla.

Número de tareas que hizo en el último bimestre	21
Todas	7.5%
La mayoría	55.0%
Algunas	37.5%
Ninguna	0.0%

Con respecto a las estrategias que los estudiantes realizan para prepararse al presentar un examen, los estudiantes señalaron como la principal, representando el 42.5%, leer sus apuntes y/o libro de texto; 15% dijo que memoriza los apuntes, y otro porcentaje igual indicó que sólo pone atención durante las clases. Pocos dijeron que repiten los ejercicios que se vieron en clase; y también pocos son los que preguntan a otras personas como hacer los problemas. También pocos reconocieron no estudiar y muy pocos dijeron hacer esquemas y resúmenes. Esta panorámica de los hábitos de estudio de los estudiantes nos muestra que la mayoría no tiene una estructura efectiva que le permita preparar un examen, y la distribución de las respuestas se presentan a continuación.

Método de estudio para preparar un examen de matemáticas	2I
Sólo pone atención en clases	15.0%
Lee sus apuntes o libro de texto	42.5%
Memoriza sus apuntes o libro de texto	15.0%
Repite ejercicios de los apuntes o libro de texto	7.5%
Pregunta a otras personas	7.5%
Hace esquemas o resúmenes, guías, etc.	2.5%
No estudia	10.0%

En cuanto a las expectativas que sus padres tienen sobre sus estudios superiores, la mitad dijo que a sus padres les gustaría que estudiaran una licenciatura, poco más de la cuarta parte indicó el nivel de posgrado. En general se aprecia que los padres tienen interés en que sus hijos realicen estudios superiores, según lo apreciaron los mismos estudiantes en el sondeo.

Nivel de estudio que sus padres esperan que logre	2I
Bachillerato	0.0%
Carrera técnica	15.0%
Licenciatura	50.0%
Posgrado (maestría o doctorado)	27.5%
No sabe	7.5%

De igual manera, las expectativas de estudio de los estudiantes, parecen ser cercanas a las que sus padres parecen tener. En la siguiente tabla se muestran las expectativas de nivel de estudio de los estudiantes.

Nivel de estudio que le gustaría lograr	2I
Bachillerato	2.5%
Carrera técnica	15.0%
Licenciatura	52.5%
Posgrado (maestría o doctorado)	22.5%
No sabe	7.5%

5.2 Resultados del cuestionario aplicado al grupo de control

La misma encuesta fue aplicada al grupo de control para contrastar las características entre ambos grupos y visualizar de esta manera algún posible indicio que justifique los resultados cualitativos arrojados por las pruebas diagnóstica y final aplicadas a ambos grupos.

De igual manera, los resultados condensados se muestran en el *anexo 1*, para su consulta eventual.

5.2.1 Características del grupo de control

El grupo de 2B, que fue designado como el “grupo de control”, compuesto de 38 integrantes. Siendo en su mayoría (más de la mitad), del sexo masculino.

Durante la aplicación del cuestionario, cuatro de los estudiantes estuvieron ausentes, y por lo tanto nos referiremos sólo a los resultados de los estudiantes que sí respondieron el cuestionario. En la tabla se muestra entonces, los resultados correspondientes.

Sexo					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	F	15	44	44	44
	M	19	56	56	100
	Total	34	100	100	

Entre las dificultades físicas que influyen en el aprendizaje, menos de la mitad (41.2%) de los estudiantes de este grupo dijeron tener dificultad para concentrarse seguido de dificultades de la vista (35.3%), tal como se evidencia en la tabla.

Tipo de dificultad que influye en el aprendizaje	Sí	No
Dificultades para caminar	0.0%	100.0%
Dificultades para escribir	0.0%	100.0%
Dificultades para escuchar	2.9%	97.1%
Dificultades para ver	35.3%	64.7%
Dificultades para concentrarse	41.2%	58.8%

Los estudiantes de este grupo, señalaron que las actividades culturales, la mayoría de ellos prefiere con mayor frecuencia son el cine (29.4%), sin embargo esta frecuencia también se acerca a quienes asisten a conciertos (23.5%) y poco más de la mitad no asiste a los museos. Los resultados de la encuesta se muestran a continuación.

Actividades recreativas y culturales	Asiste al cine	Asiste al museo	Asiste al teatro	Asiste al conciertos
Nunca	8.8%	52.9%	52.9%	5.9%
1 vez	32.4%	38.2%	23.5%	2.9%
De 2 a 5 veces	29.4%	8.8%	17.6%	32.4%
Más de 6 veces	29.4%	0.0%	5.9%	58.8%

A la mayoría (70.6%) de los estudiantes de este grupo, les gusta poco de la lectura, sólo 14.7% la disfruta mucho y al mismo porcentaje no le gusta leer, sin embargo, 20.6% no leyó durante la última semana; 35.3 % lee menos de una hora, y el mismo porcentaje lo hace no más de dos horas, por lo que los que dijeron que leyeron más de dos horas representan 8.8%. En cuanto a lo que leyeron durante la última semana, previa a al aplicación de este cuestionario, destacan los cómics o historietas 35.3%, seguido del periódico o diario deportivo con 32.4%. Aquellos que leen revistas científicas, o libros de historia o geografía tan sólo alcanzan 8.8% y quienes leen novelas, poesía o libros de aventuras, representan el mismo porcentaje. Se presentan los resultados en las tablas correspondientes.

Disfruta de la lectura	2B
No	14.7%
Sí, poco	70.6%
Sí, mucho	14.7%

Tiempo que dedica a la lectura extraescolar	2B
No lee	20.6%
Menos de 1 hora	35.3%
Entre 1 y 2 horas	35.3%
Entre 3 y 4 horas	8.8%
5 horas o más	0.0%

Lo que ha leído durante la última semana	2B
No leyó	14.7%
Cómics o historietas	35.3%
Periódico o diario deportivo	32.4%
Novela o libro de aventura, poesía, etcétera	8.8%
Libro de Geografía, Historia, Ciencias	8.8%
Revistas Científicas	0.0%

En la parte económica, la cantidad de dinero que recibieron los estudiantes de este grupo, de manera semanal para gastos personales, oscila entre los 11 y 50 pesos. Es de mencionar que el porcentaje de estudiantes que recibe algún tipo de beca es de 14.7. Se presentan las tablas de la distribución correspondiente.

Dinero semanal para gastos personales

No le dan dinero	5.9%
1 a 20	55.9%
21 a 50	32.4%
51 a 100	2.9%
100 o más	2.9%

becados	2B
No	85.3
Sí	14.7

Fuera del entorno escolar, los estudiantes realizan ciertas actividades. Según la encuesta, 44.1% de los estudiantes afirmó que emplean hasta 2 horas en quehaceres domésticos, no obstante, pocos (15.8%) dijeron no dedicarse a esta actividad. Son pocos los estudiantes que dedican tiempo para realizar labores del campo, en una empresa o negocio. También son pocos los estudiantes que se dedican a las ventas o a la producción de mercancías para vender. Pocos también son los que cuidan niños o realizan quehaceres domésticos fuera de su hogar. Por ser estudiantes de segundo semestre, la mayoría no realizan aún el servicio social. Los estudiantes que se dedican a trabajar en oficios tales como guardia de seguridad, mesero, secretaria, etc. representaron el 2.9%, y dijeron que lo hacen por más de dos horas por día.

El porcentaje de estudiantes de este grupo que dedicaron más de 2 horas del tiempo extraescolar a buscar trabajo sin éxito, fue 8.8%, mientras que 17.6% dijo haber realizado esta actividad hasta por 2 horas.

Labores extraescolares	Tiempo dedicado a los quehaceres domésticos	Tiempo dedicado a labores agrícolas	Tiempo dedicado servicio social	Tiempo dedicado a la venta de productos	Tiempo dedicado a la producción de mercancías para vender	Tiempo dedicado a cuidar niños o quehaceres fuera de casa	Tiempo dedicado a servicios: mesero, guardia seguridad, secretaria etc.	Tiempo dedicado buscar trabajo aún sin encontrarlo	MEDIA PORCENTUAL
No realizó	17.6%	73.5%	88.2%	94.1%	97.1%	76.5%	97.1%	73.5%	77.2%
Hasta 2 horas	44.1%	11.7%	5.9%	2.9%	2.9%	14.7%	2.9%	17.6%	12.9%
Más de 2 y hasta 3 horas	26.5%	2.9%	2.9%	0.0%	0.0%	2.9%	0.0%	2.9%	4.8%
Más de 3 y hasta 4 horas	8.8%	8.8%	2.9%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	5.9%	3.3%
Más de 4 horas	2.9%	2.9%	0.0%	2.9%	0.0%	5.9%	0.0%	0.0%	1.8%

Como se puede apreciar, en general, los estudiantes de este grupo no dedican mucho tiempo a labores extraclase.

La mayoría de los estudiantes encuestados, representada por 85.3%, afirmó que antes de entrar a la prepa, asistió a la escuela durante 9 años. Con este dato presuponemos que hay casos en los que los alumnos o dejaron de estudiar o reprobaron algún ciclo escolar, sin embargo, según la encuesta, muy pocos los estudiantes, dijeron haber perdido años antes de estudiar en el bachillerato, y la edad en que 64.7% de los estudiantes de este grupo, entró al bachillerato, fue entre 15 y 16 años; 32.4% dijo haber iniciado sus estudios de bachiller entre los 13 y 14 años; y 2.9% reconoció entrar al bachillerato en una edad de 17 años o más.

En este grupo, el total de los estudiantes encuestados señaló no haber repetido algún año durante el bachillerato y sólo uno (2.9%) de ellos cambió de plantel.

Los resultados sobre los antecedentes académicos se muestran en las tablas correspondientes.

Edad en la que entró a la prepa	2B
De 13 a 14	32.4%
De más de 14 a 16	64.7%
Más de 16	2.9%

Número de años que dejó de estudiar antes de entrar a la prepa	
Ninguno	97.1%
Uno	2.9%
Más de uno	0.0%

Número de años que ha repetido la prepa	
Ninguno	97.5%
Uno	2.5%
Más de uno	0.0%

Número de veces que ha cambiado de prepa	
Ninguno	97.1%
Uno	2.9%
Más de uno	0.0

Poco menos de la mitad, dijo que ha faltado de una a tres veces a clases durante el último bimestre, mientras que 38.2% aseguró haber asistido a todas sus clases. Muy Pocos fueron los que faltaron más de 4 días, y por esta razón se asume que el problema de ausentismo no es grave.

Número de días que ha faltado a la escuela en el último bimestre	2B
Ninguno	38.2%
De 1 a 3	47.1%
De 4 a 7	11.8%
De 8 a 15	2.9%
16 o más	0.0%

Casi la mitad (47.1%) de los estudiantes dijeron ser puntuales en asistir a sus clases, menos de la mitad llegaron tarde cuando mucho tres veces. Así que en general no existe un problema en torno a la puntualidad de los estudiantes.

retardos	2B
Ninguno	47.1%
De 1 a 3	41.2%
De 4 a 7	8.8%
De 8 a 15	2.9%
16 o más	0.0%

En cuanto al promedio general, en este grupo un poco más de la mitad (52.9%), aseguró haber obtenido entre 7 y 7.9; los que dijeron tener entre 8 y 8.9, representan 32.4%. Cabe destacar que ninguno de los estudiantes encuestados dijo haber reprobado. Cuando los estudiantes han obtenido calificaciones menores a 7, señalaron como causa principal (52.9%), “problemas para entender a los profesores”, seguido (20.6%) de “la flojera que da estudiar”. Esto se aprecia en las siguientes tablas.

Promedio general el último bimestre	2B
De 9 a 10	11.8%
De 8 a 8.9	32.4%
De 7 a 7.9	52.9%
De 6 a 6.9	2.9%
5.0	0.0%

Motivo de tener calificaciones menores de 7	2B
Nunca obtiene calificaciones menores de 7	8.8%
Problemas económicos	0.0%
Problemas familiares	17.6%
Problemas para entender al profesor	52.9%
Flojera de estudiar	20.6%

En la materia de matemáticas, la calificación durante el bimestre anterior, se distribuyó como sigue: 18.4% , entre 6 y 6.9; luego, 26.5% entre 7 y 7.9; también, 26.5% entre 8 y 8.9; además 23.5% sacaron entre 9 y 10, y el resto reprobó. En la siguiente tabla se muestran los resultados.

Calificación de matemáticas que obtuvo en el último bimestre	2B
De 9 a 10	23.5%
De 8 a 8.9	26.5%
De 7 a 7.9	26.5%
De 6 a 6.9	20.6%
5.0	2.9%

Según la encuesta, poco más de la mitad de los estudiantes, es decir, 52.9%, aseguró cumplir con la mayoría de las tareas durante el bimestre anterior; los que cumplieron con todas formaron 26.5%, y el 20.6% señaló que realizó algunas de las tareas.

Número de tareas que hizo en el último bimestre	2B
Todas	26.5%
La mayoría	52.9%
Algunas	20.6%
Ninguna	0.0%

Asimismo, 38.2% dijo que estudia o hace tareas durante 2 ó 3 días a la semana, mientras que el 35.3% las hace de 4 a 5 días; 20.6% aseguró que hace tareas o estudia en 6 ó 7 días; el 2.9% sólo dedicó un día, y el mismo porcentaje lo representan los que no hicieron tareas ni estudiaron. Se presentan a continuación las tablas que evidencian los resultados correspondientes.

Número de días a la semana que estudia o hace tareas	2B
6 ó 7	20.6%
4 ó 5	35.3%
2 ó 3	38.2%
1	2.9%
0	2.9%

Entre las estrategias más empleadas por los estudiantes para preparar el examen de matemáticas, 38.2% señaló leer sus apuntes o su libro de texto; 32.4%, dijo repetir los ejercicios de los apuntes o libro de texto; 14.7% reconoció que realiza esquemas o resúmenes, guías, etcétera.; 8.8% dijo que sólo pone atención en clases, y el resto no estudia.

Método de estudio para preparar un examen de matemáticas	2B
Sólo pone atención en clases	8.8%
Lee sus apuntes o libro de texto	38.2%
Memoriza sus apuntes o libro de texto	0.0%
Repite ejercicios de los apuntes o libro de texto	32.4%
Pregunta a otras personas	2.9%
Hace esquemas o resúmenes, guías, etc.	14.7%
No estudia	2.9%

Poco menos de la mitad (47.1%) de estudiantes encuestados en este grupo, que a sus padres les gustaría que estudiaran hasta licenciatura; 35.3%, señaló que les gustaría a sus padres que llegaran a cursar un posgrado. A continuación se presenta la distribución de los resultados.

Nivel de estudio que sus padres esperan que logre	2B
Bachillerato	2.9%
Carrera técnica	5.9%
Licenciatura	47.1%
Posgrado (maestría o doctorado)	35.3%
No sabe	8.8%

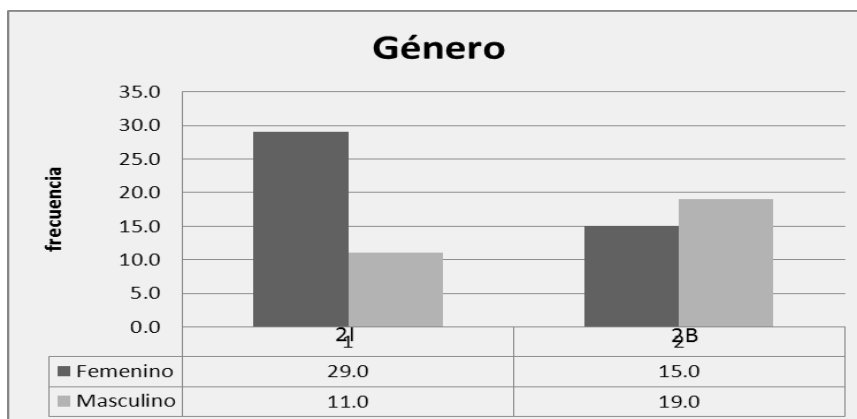
Coincidentemente las expectativas personales de los estudiantes con respecto a su estudio, son muy similares a lo que sus padres esperan, pese a que pocos padres son los que cursaron licenciatura, lo cual se puede apreciar con los resultados de la siguiente tabla.

Nivel de estudio que le gustaría lograr	2B
Bachillerato	14.7
Carrera técnica	8.8
Licenciatura	41.2
Posgrado (maestría o doctorado)	35.3
No sabe	0.0

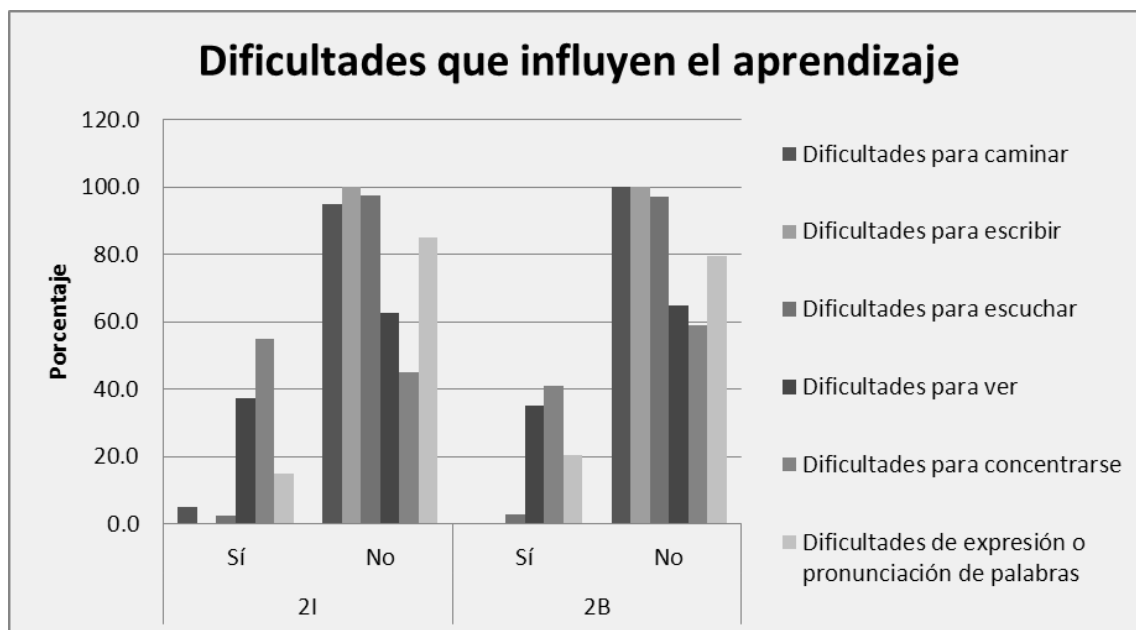
5.3 Contraste de resultados: grupo experimental vs grupo de control

Para realizar el contraste de los resultados obtenidos por las respuestas de los cuestionarios, se hizo un comparativo mediante gráficas de barras.

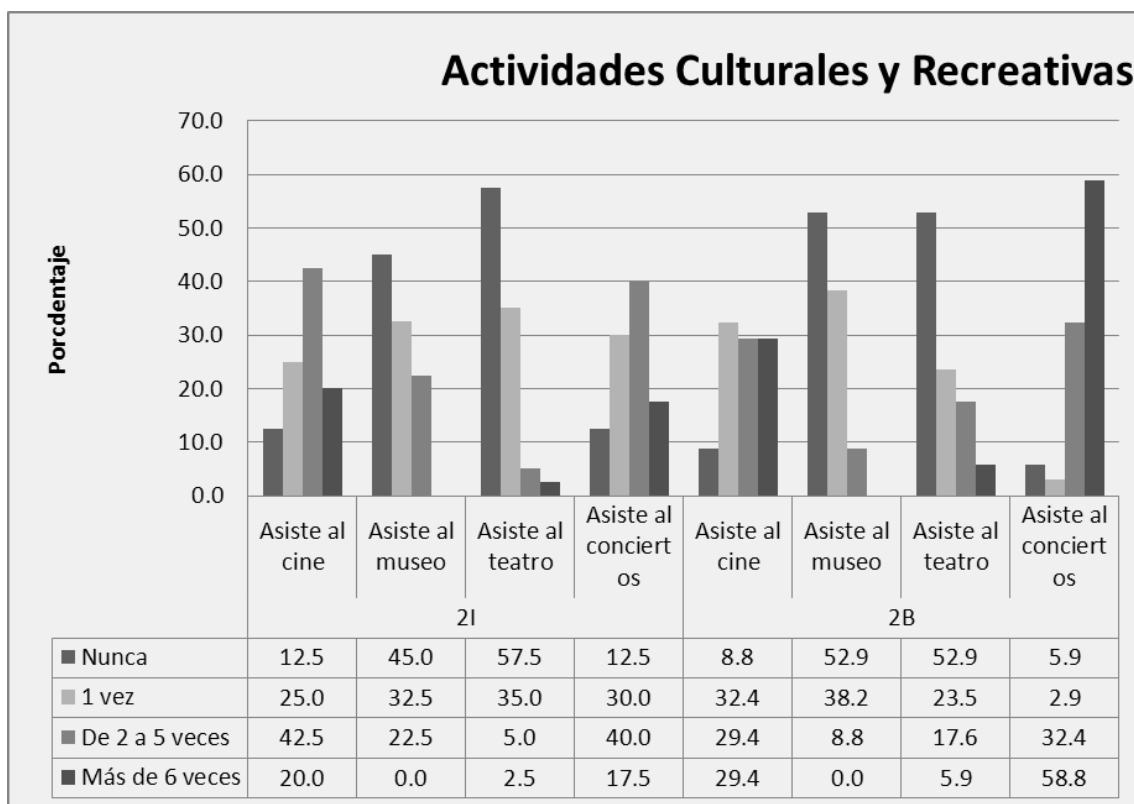
De acuerdo con el comparativo, es evidente que en el grupo experimental (2I), la cantidad de mujeres fue considerablemente mayor (29 de 40), mientras que en el grupo de control (2B), el género estuvo más equilibrado, con una tendencia moderadamente leve hacia los hombres. Esta característica que diferencia a los grupos, se debe sin duda a la especialidad tecnológica que cada grupo cursa: Los estudiantes de 2I, son de la carrera técnica de Administración, mientras que los de 2B, pertenecen a la carrera técnica de Informática.



Respecto a las dificultades físicas que influyen el aprendizaje, en ambos grupos la que predomina es la dificultad para concentrarse, seguida de los problemas de visión (dato curioso, muy pocos alumnos usan anteojos, pese a este problema que ellos mismos han señalado tener), en ambos grupos también, muy pocos tienen dificultades para escuchar, pocos tienen dificultades para expresarse y pronunciar palabras y ninguno tiene problemas de escritura. Sin embargo hubo muy pocos en 2I, que dijeron tener problemas para caminar y ningún en 2B dijo tener esta dificultad.



Las actividades culturales y recreativas que destacaron el grupo experimental fueron la asistencia mensual, a museos y al cine, mientras que en el grupo de control, los resultados muestran que los estudiantes prefieren ir a conciertos; se infiere que esta característica podría deberse al género, ya que se dijo que en el grupo experimental, más de la mitad son mujeres.



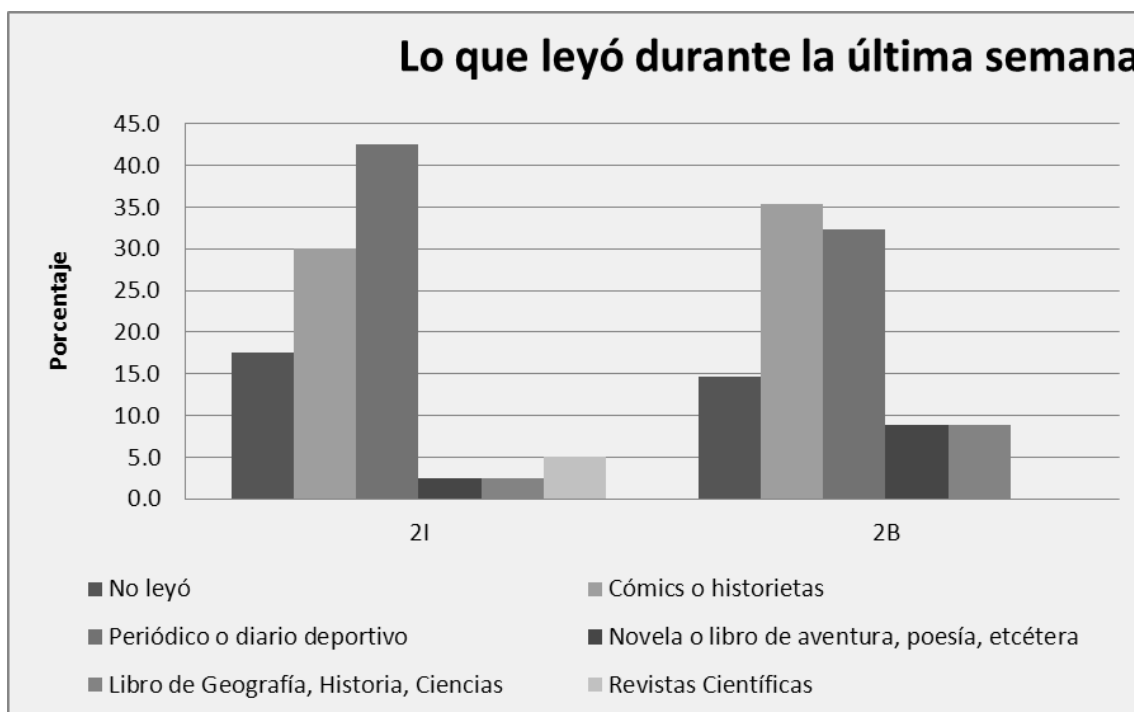
La lectura es una actividad importante en el aprendizaje. En ambos grupos (cerca de 70%) dijeron que disfrutaban poco de la lectura, mientras que son pocos los que no la disfrutaban. Sin embargo, en el grupo de 2I fue cerca de 20%, comparado con el 15% de alumnos de 2B, que disfrutaban mucho de la lectura.



Partiendo del hecho de que a la mayoría en ambos grupos les gusta leer, aunque sea poco, se analizó el tiempo que dedicaron a la lectura extraescolar durante el último bimestre, y se encontró que en 2I, aproximadamente 15%, no leyeron, mientras que en 2B, aproximadamente 20% tampoco lo hizo. De los que sí leen, en 2I, aproximadamente 60% lo hizo por menos de una hora diaria, contrastado con el aproximado de 35% de 2B. Entre los que dijeron leer más de una hora y hasta dos horas, la diferencia porcentual aproximada fue del 15% predominando el porcentaje de alumnos en 2B. Y son pocos los que afirmaron leer entre 2 y 4 horas diarias, siendo el porcentaje aproximado de 9%, a favor para 2B, con una diferencia porcentual aproximada de 6%.

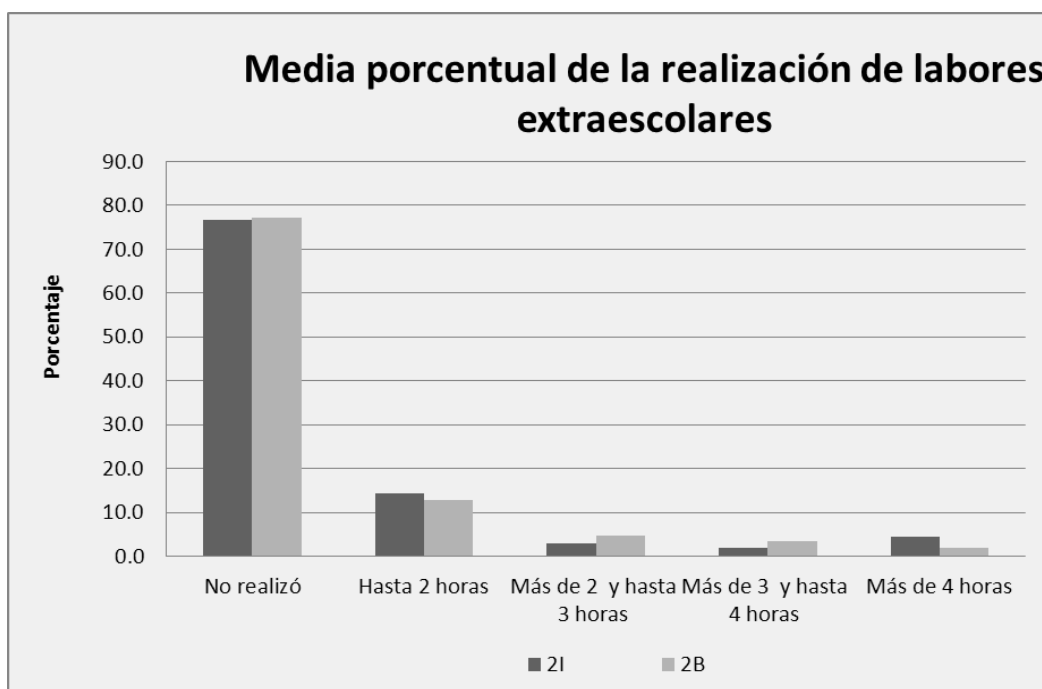


Y en torno a lo que leyeron, los que sí leyeron, en ambos grupos destacan la lectura del periódico o diario deportivo y cómics o historietas. En 2I fueron muy pocos los que leyeron revistas científicas, y menos los que leyeron libros de historia, geografía o de poesía; en 2B no hubo quienes leyeran revistas científicas y fueron pocos (ligeramente mayor comparado con 2I), los que leyeron libros de historia, geografía o de poesía. Con estos comparativos se tiene la noción de que los estudiantes en general leen poco y no están habituados a lectura de revistas científicas o libros de historia, geografía o poesía.



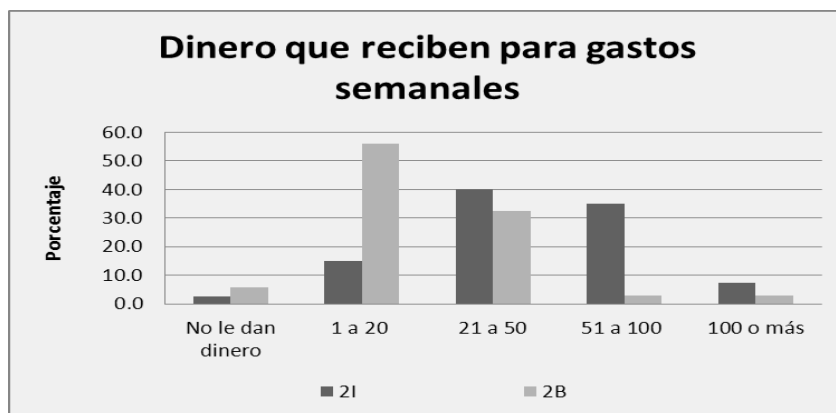
En cuanto a las labores extraescolares de los estudiantes, clasificadas en: quehaceres domésticos; labores agrícolas; venta de algún producto; a la producción de mercancía para vender; servicio social; cuidar niños o quehaceres fuera del hogar; prestación de servicios tales como: guardia de seguridad, secretaria, mesero, etcétera; buscar trabajo sin encontrarlo aún, se agruparon en un solo análisis, ya que lo que influiría en su desempeño académico no sería tanto la labor en sí, dados los resultados, sino el tiempo

dedicado a ella, por lo que se ha obtenido la media porcentual de las labores extraescolares, obteniendo resultados muy parecidos en porcentaje, en ambos grupos. Se destaca que cerca de 80% no dedica tiempo a estas actividades; poco menos de 15% en ambos grupos realiza alguna actividad de las mencionadas, y lo hace diariamente hasta 2 horas; mientras que los que lo hacen por más de ese tiempo, no llegan a representar ni 5%. De esta forma se puede señalar, que si la mayoría de los estudiantes no dedica tiempo a estas labores, entonces esta característica debería considerarse como un factor importante que influye en el desempeño académico de los estudiantes de manera positiva, ya que se asume, que cuentan con tiempo suficiente para sus estudios.

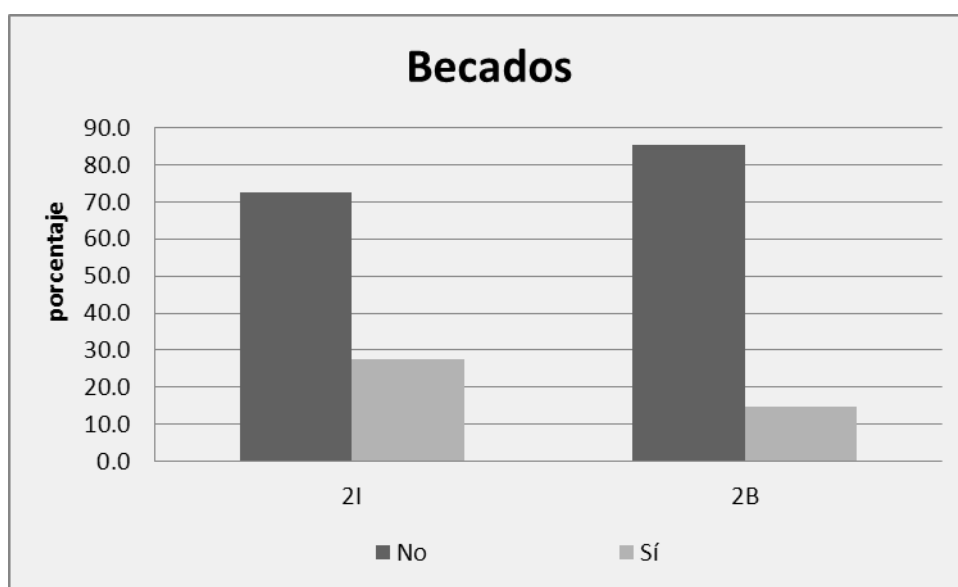


El aspecto económico podría ser considerado un factor influenciante para el desempeño académico, por razones de solvencia para sus materiales, transporte e incluso alimentación. Con base en el sondeo, el dinero que recibieron para gastos semanales, los estudiantes de cada grupo, manifestaron diferencias significativas: a la mayoría del grupo experimental les dan entre 20 y

100 pesos a la semana, mientras que a la mayoría del grupo de control les dan entre 11 y 50 pesos semanales; cabe comentar que en el grupo experimental aproximadamente 3%, comparado con el grupo de control de aproximadamente 6%, aseguraron que no les dan dinero.



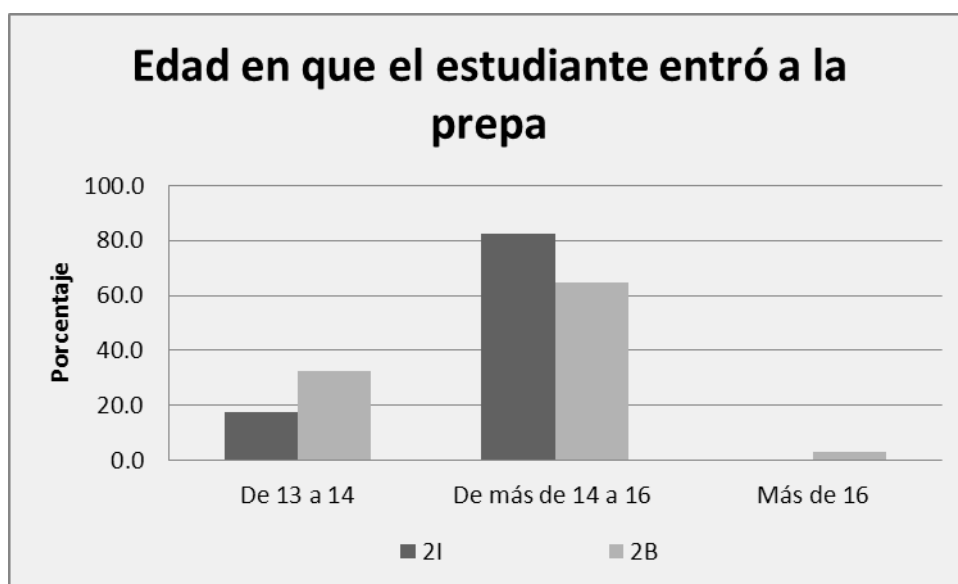
Algunos de los estudiantes de ambos grupos, han sido beneficiados mediante beca económica, y de acuerdo con lo que se apreció, fueron más los becados en el grupo experimental (aproximadamente el 30%), que en el grupo de control (aproximadamente 15%), y con este dato, se puede inferir que en el grupo de 2I se cuenta con un poco más de solvencia económica para sus gastos semanales.



El número de años académicos antes de ingresar al bachillerato en ambos grupos fue similar: la mayoría hizo 9 años, pocos hicieron más de 9 y ninguno hizo menos de 9. De aquí se deduce que en general se tienen alumnos regulares, es decir que no han reprobado ciclos escolares.



La edad en que la mayoría de los estudiantes encuestados en ambos grupos entró al bachillerato fue entre 14 y 16 años; sólo en 2B, muy pocos (aproximadamente menos del 3%) entraron de más de 16 años. Este factor caracteriza a ambos grupos, conformados en su totalidad, por adolescentes.



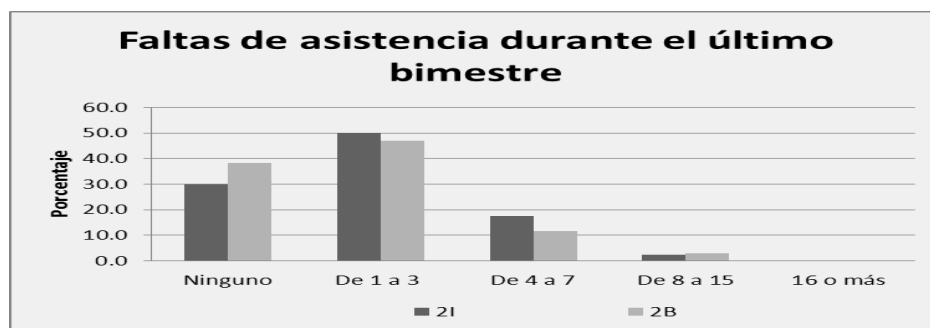
La mayoría de los estudiantes en ambos grupos (aproximadamente más del 90%), no dejó de estudiar algún ciclo escolar antes de entrar al bachillerato, y quienes sí lo hicieron, cuando mucho dejaron pasar un solo año. El porcentaje de estudiantes dejó de estudiar algún año antes de entrar a la prepa fue mayor en 2I (aproximadamente 10%) que en 2B (aproximadamente 3%).



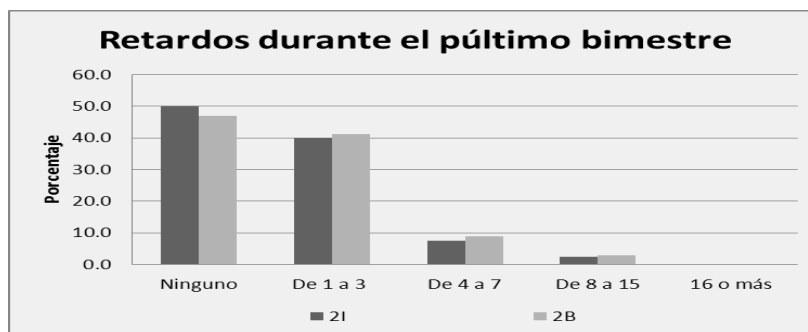
Luego el número de años en que se ha repetido la prepa en ambos grupos encuestados mostró el mismo resultado porcentual: aproximadamente menos de 3% reprobó un año, y no hubo alumnos que reprobaron más de un año. Es así que se puede afirmar que los grupos están conformados por estudiantes adolescentes, en general académicamente regulares.



La asistencia regular a clases es un aspecto importante en el desempeño académico, por lo que a través del sondeo se pudo evidenciar que en ambos grupos pocos fueron los que faltaron a sus clases más de 4 veces, durante el último bimestre. Cerca del 50% de los estudiantes encuestados dijo haber faltado de 1 a tres veces como máximo; el grupo experimental 2I presentó que aproximadamente el 30% no faltó a sus clases durante el periodo, y en 2B, los que no faltaron representaron cerca del 40%. Ninguno faltó más de 16 veces. Con estos datos se puede apreciar que en general, los estudiantes de ambos grupos asisten a sus clases regularmente.



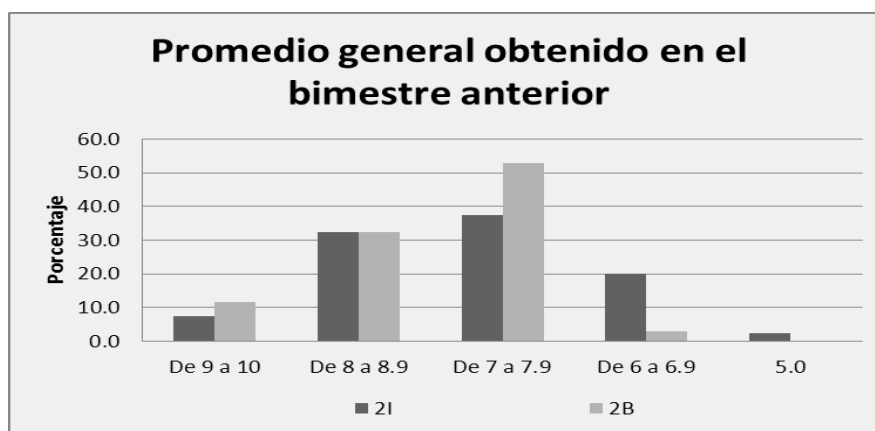
Otro aspecto no menos importante es la puntualidad y se obtuvieron resultados muy parecidos en ambos grupos, siendo que cerca del 50% en ambos grupos no tuvieron retardos durante el bimestre anterior; aproximadamente 40% registraron de 1 a 3 retardos; menos del 10% tuvieron de 4 a 7 retardos, y el resto de 8 a 15 retardos. Ninguno de ellos tuvo más de 16 retardos durante el periodo señalado. Así que los estudiantes de ambos grupos en general asisten a sus clases puntualmente y de manera regular.



El promedio general obtenido durante el bimestre anterior se evidencia en la siguiente tabla.

Grupo	5	6-6.9	7-7.9	8-8.9	9-10
Experimental 2I	2.5%	20%	37.5%	32.5%	7.5%
Control 2B		2.9%	52.4%	32.4%	11.8%

Evidentemente, en ambos grupos, los porcentajes más altos se ubicaron en la escala de 7 a 7.9, seguidos de 8 a 8.9, y se destaca que en el grupo de control no hubo reprobados.

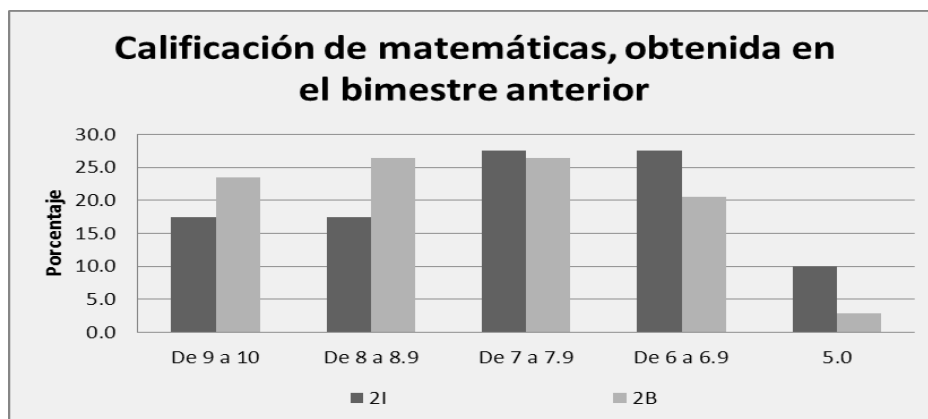


Asimismo, concretamente la calificación de matemáticas por cada grupo se presenta en la siguiente tabla, para su mejor visualización:

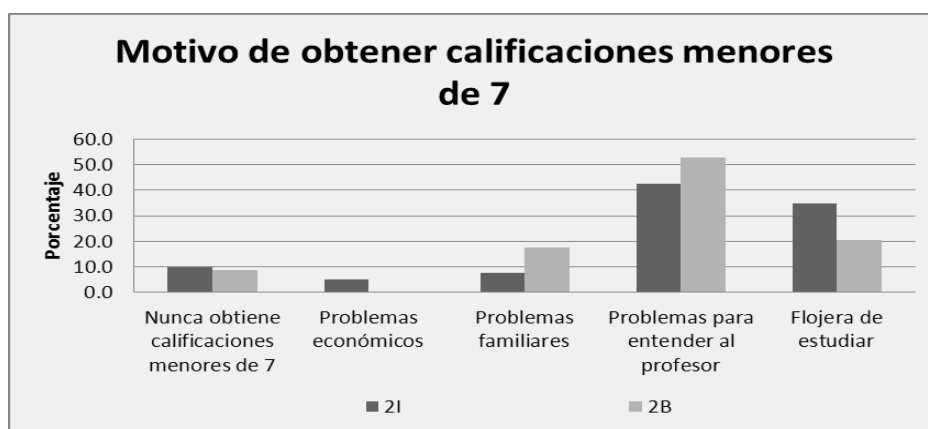
Grupo	5	6-6.9	7-7.9	8-8.9	9-10
Experimental 2I	10%	27.5%	27.5%	17.5%	17.5%
Control 2B	2.9%	20.6%	26.5%	26.5%	23.5%

Aquí, se puede apreciar que los mayores porcentajes de cada grupo los se ubican en la escala de 7 a 7.9, seguidos de los que tuvieron 8 a 8.9. El porcentaje de reprobados es mayor en 2I, y en 2B el porcentaje de los que se ubicaron en la escala de 9 a 10, fue mayor. Con estos datos evidencia que las

habilidades matemáticas del grupo experimental son moderadamente inferiores a las del grupo de control, aún.

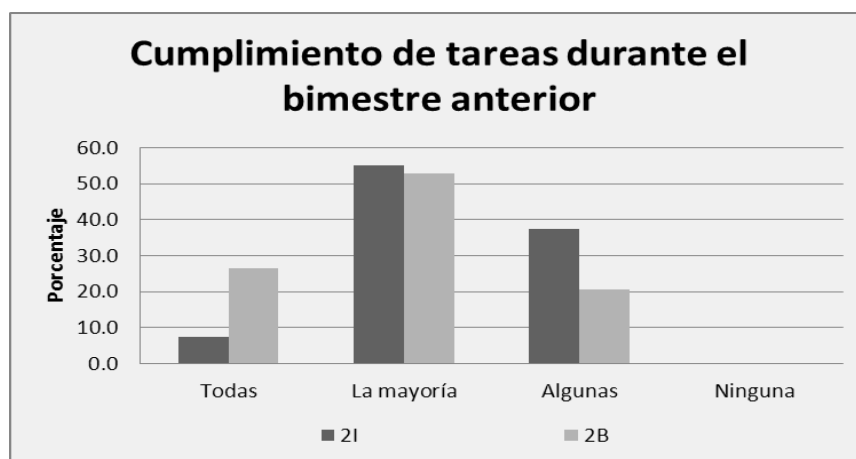


Los motivos que los estudiantes dijeron tener para obtener calificaciones menores de 7 en ambos grupos fue coincidente. En primer lugar: en 2I, aproximadamente el 40%, y en 2B cerca de 50%, dijo tener problemas para entender a los profesores, y como segundo motivo se destacó la flojera que les da estudiar, aunque cabe comentar que el promedio de los estudiantes de 2I que tienen este motivo es aproximadamente 30%, y los de 2B, 20%, aproximadamente.

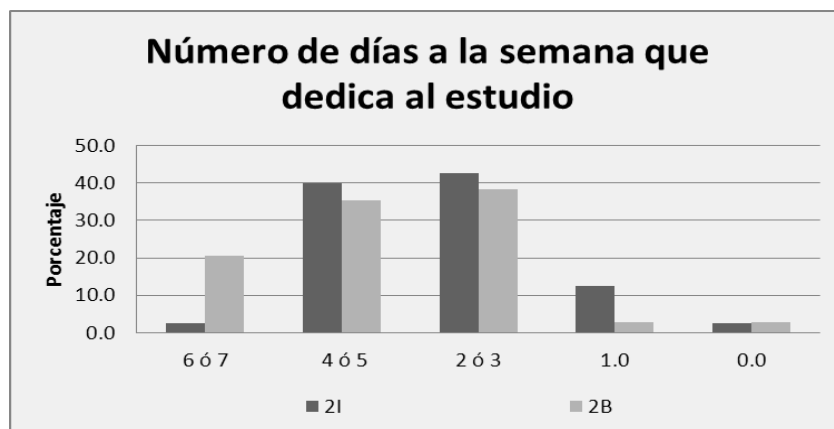


En el aspecto de cumplimiento de tareas durante el bimestre anterior, en ambos grupos, más de 50% dijo haber cumplido con la mayoría, fueron más los de 2B (aproximadamente más de 25% menos de 10 en 2I), que cumplieron con

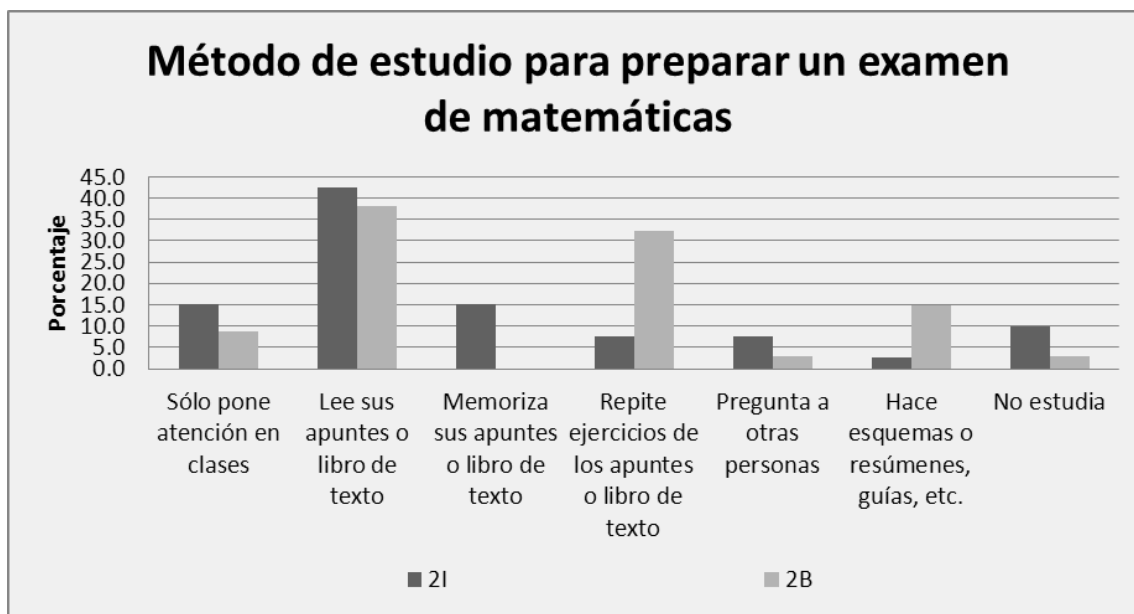
todas las tareas, pero se observó que aproximadamente menos de 40% de estudiantes de 2I cumplieron con algunas, mientras que el porcentaje de 2B en este indicador fue aproximadamente 20%. No obstante, se destaca que ningún alumno de estos grupos cumplió con ninguna tarea. Es importante comentar que las tareas forman parte importante de la evaluación, por lo que se ve que en general, los estudiantes cumplen con la mayoría de sus tareas.



Un factor importante en el desempeño académico de los estudiantes, es el número de días a la semana que los estudiantes dijeron dedicar al estudio. En ambos grupos comentaron la concentración de sus respuestas se dio de modo semejante, y cerca de 40% (los de 2I 40% y los de 2B aproximadamente 37%) indicaron que dedicaron al estudio de 4 a 5 días a la semana. Además, quienes dedicaron 2 ó 3 días al estudio se concentraron cerca del 40% también (los de 2I, aproximadamente 42% y los de 2B aproximadamente 38%). Un dato que destaca, es que 20% de los estudiantes de 2B, dijeron dedicar 6 ó 7 días para el estudio.



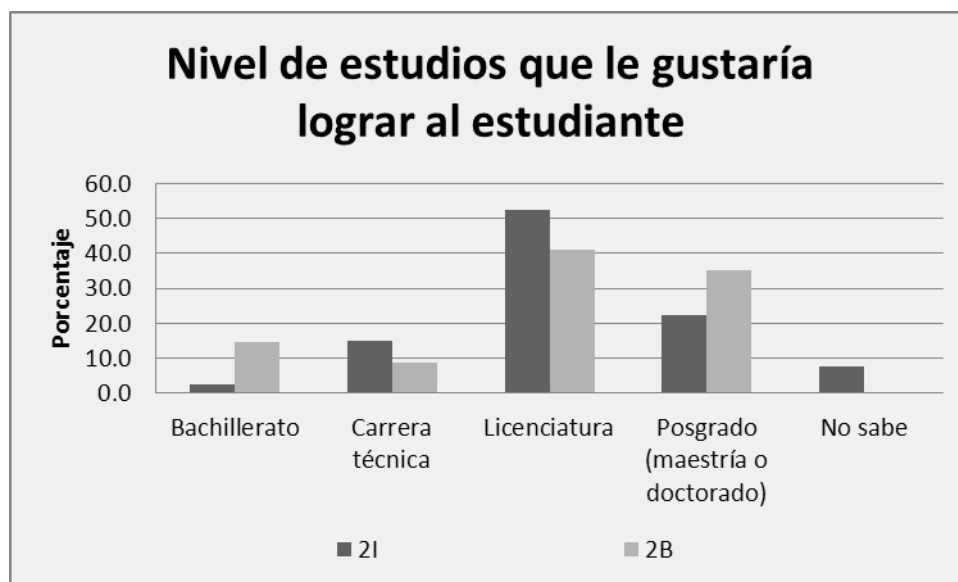
Para preparar un examen de matemáticas se debería contar con una estrategia que permita verificar la comprensión de los conceptos y la aplicación de los mismos en la solución de problemas, así como la ejercitación para adquirir habilidades. Cerca del 40% en ambos grupos indicaron que el método de estudio que emplearon para preparar un examen de matemáticas, consistió en leer sus apuntes o libro de texto; mientras que poco más de 30% de los estudiantes de 2B, contrastado con menos de 10% en 2I, repitieron ejercicios de su cuaderno de apuntes o su libro de texto. Ninguno de los estudiantes de 2B, memorizaron los apuntes o conceptos del libro de texto, sin embargo, aproximadamente 15% de los estudiantes de 2I sí lo hicieron; además, aproximadamente 15% en 2B hace esquemas, resúmenes, etcétera. En 2B, menos del 10% sólo pone atención en clase, y menos del 3% no estudia; pero en 2I, las cosas se revirtieron y se observó que aproximadamente 15% sólo pone atención en clase y 10% no estudia. Estos resultados dan una panorámica general para destacar que los métodos de estudio de los estudiantes del grupo de control, son mejores que los del grupo experimental.



Las expectativas de estudio que los padres de familia tienen a cerca de sus hijos en ambos grupos fueron muy cercanas: más del 40% espera que sus hijos terminen una licenciatura, cerca del 35% buscarían un posgrado. Pocos (menos de 10%) dijeron que estudiarían sólo el bachillerato o la carrera técnica (que oferta el bachillerato donde estudian) y aproximadamente 5% dijo que no sabe qué expectativas de estudio tienen sus padres hacia él.



En contraste, las expectativas de estudio de los estudiantes mostraron una moderada diferencia con respecto de las expectativas que tienen sus padres: menos de 15% en 2B y menos del 3% en 2I, se quedarían sólo con el bachillerato; los que sólo realizarían carrera técnica en 2B fueron menos del 10%, mientras que en 2I, aproximadamente 15%; quienes pretenden estudiar una licenciatura en 2B representan cerca del 41%, y en 2I son más del 50%; en 2B son más los que buscarían lograr un posgrado (aproximadamente 35%), en comparado con 2I (cerca de 22%). En 2I, 7.5%, aún no sabe, sin embargo ninguno en 2B dijo no saber qué nivel de estudios desea alcanzar.



Según lo anterior, las expectativas de estudio de los padres son cercanas a las expectativas que tienen los estudiantes encuestados, no obstante se aprecia que aquellos que desean cursar el nivel licenciatura superan moderadamente las expectativas de sus padres, y los que pretender lograr posgrado, superan significativamente las expectativas de los padres. De este modo se visualiza que el apoyo de los padres en torno a la continuidad de los estudios de sus hijos es motivante, e impulsa de algún modo el desempeño académico de los estudiantes.

Todo lo anterior, reflejó la visión general de los grupos que se estudiaron, y dio la pauta para establecer los parámetros de referencia en torno al resultado de esta propuesta de intervención pedagógica.

5.4 Resultados de las prueba de diagnóstico, habilidades y evaluación final aplicadas

5.4.1 Resultados del grupo experimental

En el grupo experimental, los 40 alumnos presentaron las tres pruebas. Como se aprecia en la tabla correspondiente, el promedio para prueba de diagnóstico fue de 5.4 puntos, en la de habilidades obtuvieron en promedio 15.68 puntos, mientras que en la prueba final el puntaje promedio fue de 11.63.

Estadísticos descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Prueba Diagnóstico	40	.00	22.00	5.4000	4.37241
Evaluacion de habilidades	40	7.00	29.00	15.6750	5.95878
Resultados de la prueba final	40	5.00	31.00	11.6250	6.13497
N válido (según lista)	40				

5.4.2 Resultados del grupo de control

Por su parte, en el grupo de control también presentaron las tres pruebas el total de estudiantes, y en su prueba de diagnóstico, obtuvieron una puntuación media de 5.7; en la de habilidades el puntaje promedio fue de 18.45; mientras que el promedio en la prueba final fue de 7.5 puntos.

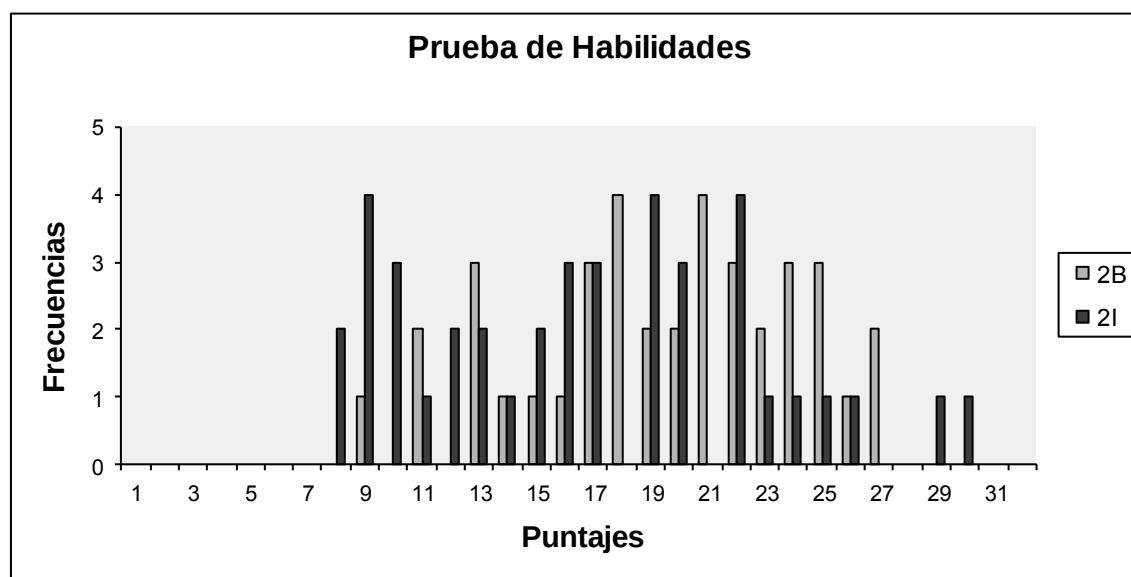
Estadísticos descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Prueba diagnóstico	38	.00	15.00	5.7105	3.21237
Puntaje prueba habilidades	38	8.00	26.00	18.4474	4.74027
Puntaje prueba final	38	2.00	26.00	7.5000	4.94155
N válido (según lista)	38				

5.5 Análisis Comparativo de resultados**5.5.1 Resultados comparativos prueba de habilidades**

En el grupo experimental, los 40 alumnos presentaron esta prueba, y el promedio fue 15.68 puntos, con una varianza de 35.507; en el grupo de control, 38 estudiantes participaron en esta prueba, y en su caso el promedio grupal fue 18.45 puntos, con su varianza correspondiente de 22.470.

En la siguiente gráfica comparativa se muestra una distribución de frecuencia de los puntajes obtenidos en esta prueba:



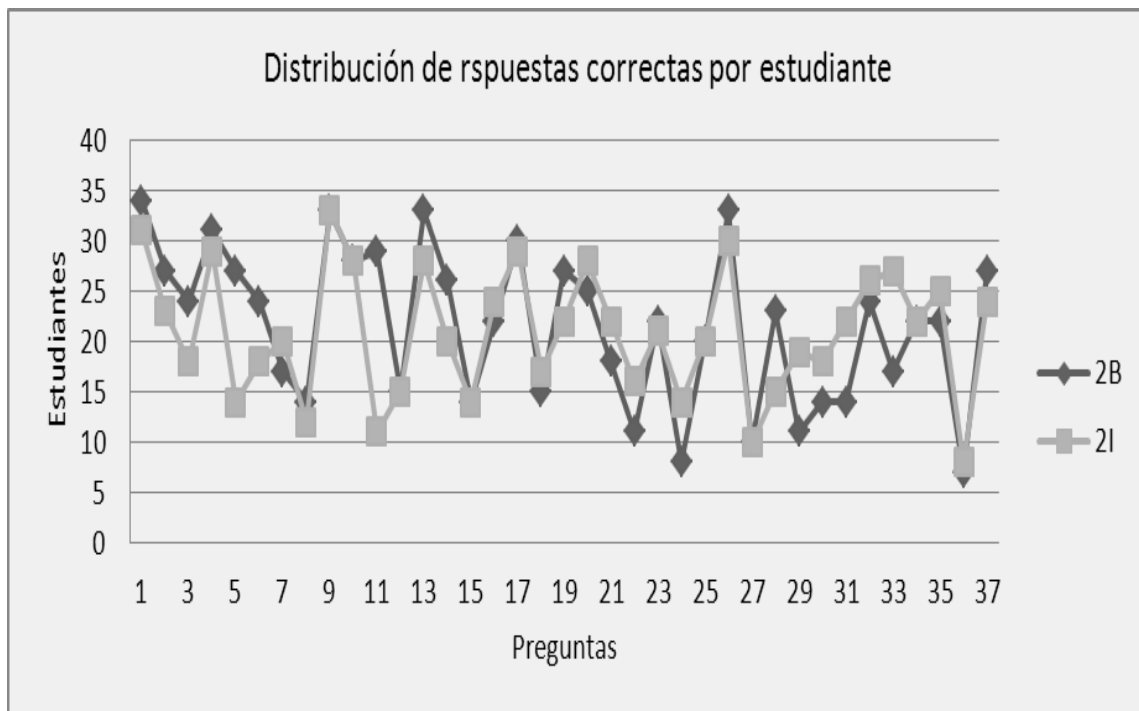
Esta prueba denominada de habilidades, estuvo compuesta por 33 ejercicios, de los que cuatro (del 26 al 29) requerían dos respuestas. Se puede ver esta prueba en el capítulo IV, apartado 4.8.2 Prueba de Habilidades, algunos casos resueltos por los estudiantes se encuentran en la sección de Anexos, en el apartado “Algunas Pruebas Resueltas”. Sin embargo, se presenta la distribución de las respuestas correctas dadas por los estudiantes, en la tabla siguiente:

Tabla de distribución de frecuencias correctas por estudiante por cada ejercicio

Núm. De ejercicio	Aciertos en 2B	Aciertos en 2I
1	34	31
2	27	23
3	24	18
4	31	29
5	27	14
6	24	18
7	17	20
8	14	12
9	33	33
10	28	28
11	29	11
12	15	15
13	33	28
14	26	20
15	14	14
16	22	24
17	30	29
18	15	17

Núm. De ejercicio	Aciertos en 2B	Aciertos en 2I
19	27	22
20	25	28
21	18	22
22	11	16
23	22	21
24	8	14
25	20	20
26a	33	30
26b	10	10
27a	23	15
27b	11	19
28a	14	18
28b	14	22
29a	24	26
29b	17	27
30	22	22
31	22	25
32	7	8
33	27	24

La distribución de frecuencias de la prueba de habilidades se puede apreciar en la gráfica comparativa que se muestra en seguida, en donde destacan las respuestas a los ejercicios 32 y 24, que tuvieron menos respuestas correctas; contrariamente, los ejercicios que con mayor frecuencia fueron resueltos correctamente fue el 1, 4, 9, 13, 17 y 26a.



Para analizar la validez de estos resultados se aplicó la prueba Anova, que permitió realizar la comparación de las varianzas de los resultados del grupo experimental contra los del grupo de control (2B contra 2I), a un nivel de significancia del 5%, estableciendo:

H_0 : No existe una diferencia significativa entre las medias de los resultados de la prueba de habilidades aplicada a los grupos 2B (control) y 2I (experimental).

H_A : Existe una diferencia significativa entre las medias de los resultados de la prueba de habilidades aplicada a los grupos 2B (control) y 2I (experimental).

Al realizar el análisis mencionado, se obtuvieron los mostrados en la tabla que sigue.

ANOVA

Prueba de habilidades

	Suma de cuadrados	Gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	804.057	16	50.254	2.072	.059
Intra-grupos	509.417	21	24.258		
Total	1313.474	37			

En esta tabla, se aprecia que el parámetro F obtenido estadísticamente, es menor al que corresponde para un valor crítico $F(16,21)$, es decir $2.07 < 2.28$ y de igual forma, $p = 0.059 > 0.05$, por lo que se decide aceptar (o al menos no rechazar) la hipótesis nula, H_0 : No existe una diferencia significativa entre las medias de los resultados de la prueba de habilidades aplicados a los grupos 2B (control) y 2I (experimental), al 5%.

5.5.2 Resultados comparativos de la prueba de diagnóstico

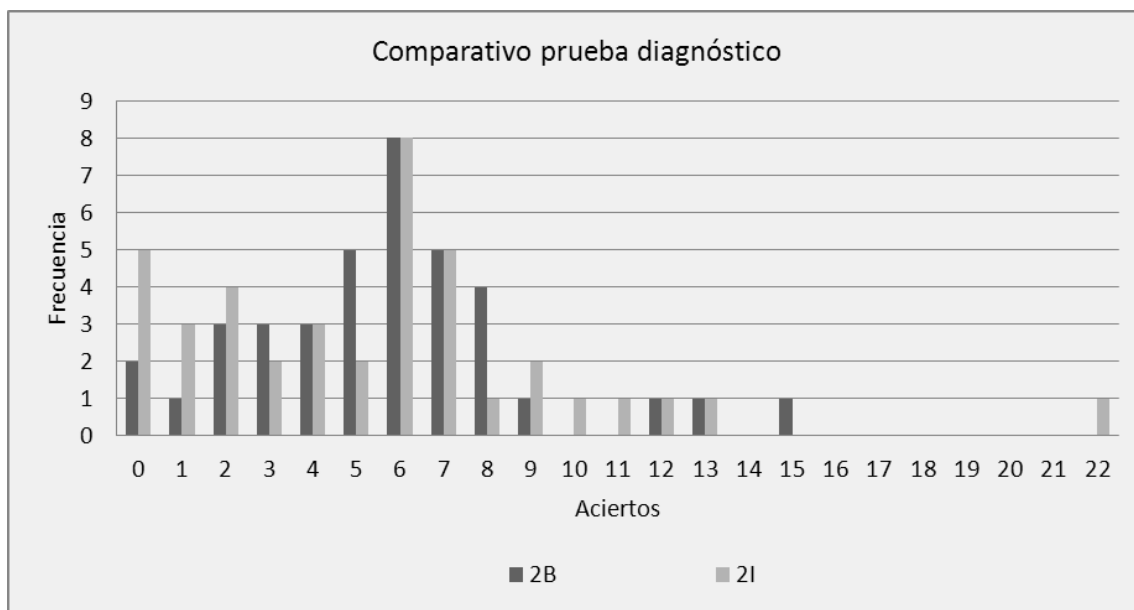
La prueba de diagnóstico estuvo compuesta por 5 inicios que requerían conceptos de álgebra: simplificación, operaciones fundamentales y solución de ecuaciones; además de un ejercicio de geometría (triángulos) y otro de trigonometría. El puntaje total de esta prueba fue de 27 puntos.

Presentaron esta prueba, en el grupo experimental 40 estudiantes y en el grupo de control 38. El grupo experimental obtuvo un promedio de 5.4, con una varianza de 19.118, su puntaje mínimo fue de 0 y su máximo de 22. El grupo de control logró una media de 5.7105, y su varianza fue de 10.319; el puntaje menor fue 0 y el mayor fue 15 puntos.

En la siguiente tabla se pueden apreciar los resultados.

Clase	Frecuencia 2B	Porcentaje	Frecuencia 2I	Porcentaje
0	2	5.3	5	12.5
1	1	2.6	3	7.5
2	3	7.9	4	10
3	3	7.9	2	5
4	3	7.9	3	7.5
5	5	13.2	2	5
6	8	21.1	8	20
7	5	13.2	5	12.5
8	4	10.5	1	2.5
9	1	2.6	2	5
10	0	0.0	1	2.5
11	0	0.0	1	2.5
12	1	2.6	1	2.5
13	1	2.6	1	2.5
14	0	0.0	0	0
15	1	2.6	0	0
16	0	0.0	0	0
17	0	0.0	0	0
18	0	0.0	0	0
19	0	0.0	0	0
20	0	0.0	0	0
21	0	0.0	0	0
22	0	0.0	1	2.5

En la siguiente gráfica se presenta un comparativo de estos resultados.



Si bien el grupo de control toma aparentemente ventaja en el promedio, nótese que ésta es estadísticamente muy ligera, pues la varianza disminuye mucho, y de no ser por el caso excepcional, dicha ventaja es más notoria, esto lo podremos visualizar mejor en la siguiente tabla de estadísticas, donde se ha adicionado una columna extra: 2I*, en la que se quitó el caso excepcional de este grupo, para visualizar mejor el comportamiento del mismo:

	2B	2I	2I*
Media	5.7	5.4	5.0
Error típico	0.5	0.7	0.6
Mediana	6.0	6.0	6.0
Moda	6.0	6.0	6.0
Desviación estándar	3.2	4.4	3.5
Varianza de la muestra	10.3	19.1	12.2
Curtosis	1.4	4.0	-0.5
Coefficiente de asimetría	0.7	1.4	0.3
Rango	15.0	22.0	13.0
Mínimo	0.0	0.0	0.0
Máximo	15.0	22.0	13.0
Suma	217.0	216.0	194.0
Cuenta	38	40	39

Cabe hacer mención que los estudiantes en ambos grupos contestaron en su mayoría la parte referente a álgebra, y sólo dos abordaron los contenidos de geometría y trigonometría. La mayor parte en ambos grupos, tuvo problemas al intentar resolver la resta algebraica (por la posición en que debería ir el sustraendo y el minuendo), y además comentaron que no recordaban nada de trigonometría.

Se validaron los resultados de esta prueba empleando el análisis de las varianzas, estableciendo las hipótesis:

H_0 : No existe una diferencia significativa entre las medias de los resultados de la prueba de diagnóstico aplicada a los grupos 2B (control) y 2I (experimental).

H_A : Existe una diferencia significativa entre las medias de los resultados de la prueba de diagnóstico aplicada a los grupos 2B (control) y 2I (experimental).

En la tabla siguiente se ven los resultados de esta prueba de contraste estadístico, considerando la misma significación al 5%.

En seguida parte, veremos el análisis correspondiente a la prueba diagnóstico.

ANOVA

Prueba diagnóstico

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	224.836	12	18.736	1.056	.433
Intra-grupos	443.375	25	17.735		
Total	668.211	37			

En esta prueba se tiene que el valor F^8 resultó ser menor a $F(12,25)$, es decir, $1.056 < 2.16$, además $p = 0.433 > 0.05$, con lo que nuevamente no se rechaza la hipótesis nula: H_0 : No existe una diferencia significativa entre las medias de los resultados de la prueba de diagnóstico aplicada a los grupos 2B (control) y 2I (experimental), al 5%.

5.5.3 Resultados comparativos de la prueba final

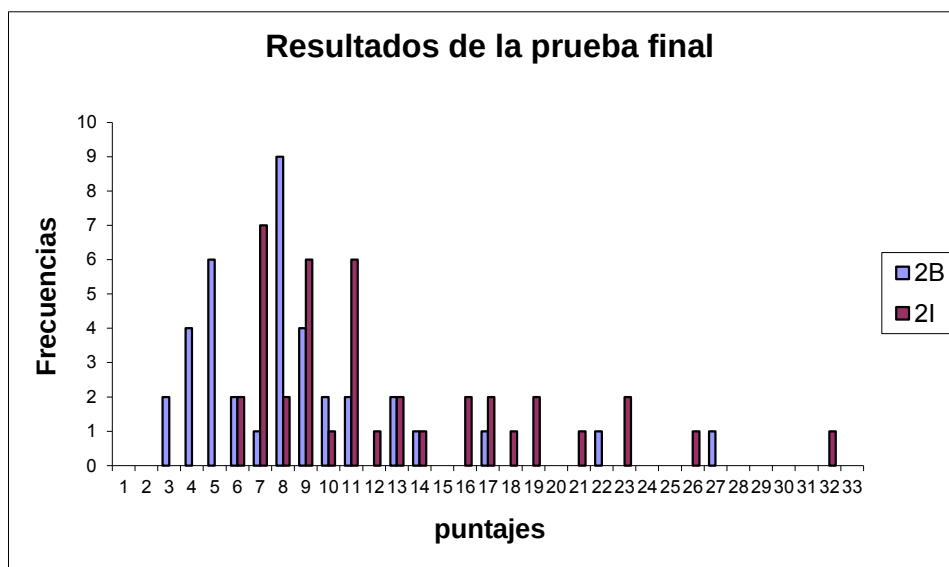
En esta prueba, participaron los 40 integrantes del grupo experimental, los cuales obtuvieron un puntaje promedio de 11.63, con una varianza de 37.638; en el grupo de control, el número de estudiantes que presentó esta prueba fue de 30 y lograron un porcentaje de 7.5 puntos, con una varianza de 24.419.

La prueba final estuvo compuesta por reactivos de 7 ejercicios, 4 conceptos y 4 problemas. El puntaje máximo era de 35 puntos.

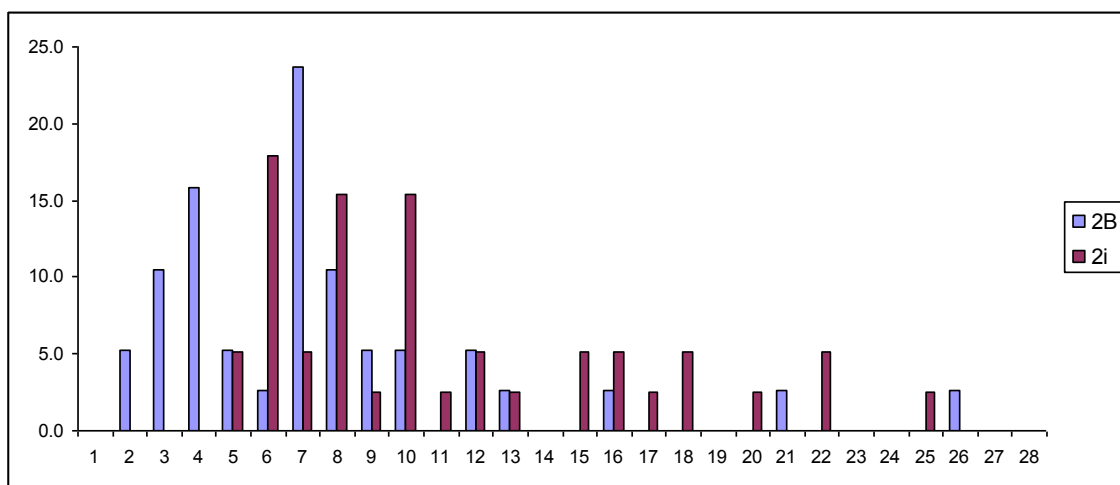
⁸ Consultado en la tabla de distribución de Fisher

Cabe destacar que la mayoría de los estudiantes en el grupo de control no abordaron los problemas, sin embargo, un número considerable del grupo experimental (28 estudiantes de 40) abordó al menos un problema de la prueba final, lo cual señala de inicio, una ventaja si se considera que, como se mencionó, al principio, su apatía y falta de interés por el aprendizaje concretamente de la materia, cambio de manera positiva, evidenciando una leve pero significativa ventaja.

Se puede ver el comparativo de los resultados en la siguiente gráfica donde se destaca el resultado menor obtenido por un estudiante del grupo de control y el resultado mayor logrado por un estudiante del grupo experimental. Cabe comentar que en el grupo experimental, este estudiante siempre mantuvo sus calificaciones muy por encima de la media, por lo que no sorprende ese resultado.



Para visualizar los resultados de esta prueba sin la influencia del caso especial en el grupo experimental, a continuación se tiene la siguiente gráfica:



Los estadísticos muestran que la media del grupo experimental sigue por encima de la media del grupo de control, lo cual evidencia la ventaja dado que el grupo experimental había permanecido en las pruebas anteriores por debajo del grupo de control.

	2B	2I
Media	7.5	11.1
Error típico	0.8	0.9
Mediana	7.0	10.0
Moda	7.0	6.0
Desviación estándar	4.9	5.3
Varianza de la muestra	24.4	28.5
Curtosis	5.3	0.1
Coefficiente de asimetría	2.1	1.0
Rango	24.0	20.0
Mínimo	2.0	5.0
Máximo	26.0	25.0
Suma	285.0	434.0
Cuenta	38.0	39.0

Finalmente se hace este análisis para la prueba correspondiente a la evaluación final.

Se establecen las hipótesis correspondientes:

H_0 : No existe similitud entre las medias de los resultados de la prueba de diagnóstico aplicada a los grupos 2B (control) y 2I (experimental).

H_A : Existe similitud entre las medias de los resultados de la prueba de diagnóstico aplicada a los grupos 2B (control) y 2I (experimental).

ANOVA

Prueba final

	Suma de cuadrados	Gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	465.785	17	27.399	.624	.835
Intra-grupos	878.083	20	43.904		
Total	1343.868	37			

Como se aprecia en la tabla anterior, el nivel de significancia es de 0.835, lo que indica que la p en este caso es mayor al nivel de significancia establecido, es decir $p = 0.835 > 0.05$, y de la misma manera, F es muy pequeña en comparada con el resultado correspondiente de la tabla de distribución F para $F(17,20)$, es decir $0.624 < 2.54$. Por tales razones se dice que la hipótesis nula no se rechaza: no existe similitud entre las medias de los resultados de la prueba de diagnóstico aplicada a los grupos 2B (control) y 2I (experimental) al 5%.

Es de comentar que los resultados tanto de F como de p son atípicos, pero garantizan de alguna manera el no rechazo de la hipótesis nula, con lo que se puede evidenciar un cambio moderado en los resultados del grupo experimental.

CAPÍTULO VI

Conclusiones

6.1 Conclusiones basadas en las respuestas de las encuestas

Si bien es cierto que existe una clara diferencia con respecto del porcentaje correspondiente al género de los estudiantes en ambos grupos, y que las estudiantes predominaron en el grupo experimental, mientras que los varones destacaron en número en el grupo de control, no se ha tomado en cuenta esta diferencia, ya que ambos grupos fueron mixtos, aunque con tendencias académicas claras, por lo que el género no se considera un factor influyente en los resultados.

La mayoría de los estudiantes entraron al bachillerato cuando tenían cumplidos entre 15 y 16 años, y previo a sus estudios de bachillerato cursaron al menos 9 años académicos, razón por la que se asume que los estudiantes poseen la madurez propia de la edad de un bachiller, además de los conocimientos previos que fundamentarían las bases para adquirir nuevos.

Sin embargo, es importante reconocer lo que los estudiantes expresaron acerca de sus dificultades para aprender, y como la principal causa, ambos grupos subrayaron en su mayoría la dificultad de concentración, por lo que se debe trabajar en conjunto con las otras materias para hacer frecuentemente actividades que les faciliten a los estudiantes adquirir la habilidad de concentrarse a pesar, incluso, del entorno. Si se consigue que los estudiantes se concentren en el aula, podrán mejorar estrategias y hábitos de estudio lo que se reflejará en el incremento de su aprendizaje.

Otra dificultad física que influyó en el aprendizaje en ambos grupos fue el problema de la vista, muchos de ellos manifestaron tener dificultades para ver bien, sin embargo, son muy pocos los que usan lentes y han atendido esta problemática. Este problema es digno de ser considerado por las autoridades escolares para que pongan a disposición de los estudiantes, programas que

permitan el examen de la vista, y el seguimiento de los casos. Aunque este programa podría implicar gastos fuera del presupuesto, bien valdría la pena buscar la opción a fin de que los estudiantes que en realidad sí tienen este problema y que no lo han atendido, mejoren en su aprendizaje y rendimiento escolar.

Por otro lado, es bien sabido que la lectura siempre será una herramienta muy efectiva para estimular la imaginación, expandir la cultura, activar el pensamiento y forjar la capacidad de analizar objetos y situaciones del entorno; por estas razones es importante promover en las aulas el hábito de la lectura, pero de nada servirá si no se ha combatido el problema de concentración, ni se tratan los problemas de visión que tienen los estudiantes.

Se sabe que a los estudiantes de estos grupos no les gusta mucho la lectura de revistas científicas, ni libros de historia, ni novela o poesía, ya que destacaron como lecturas principales los periódicos o diarios deportivos y los cómics. No será posible que a los estudiantes, de un momento a otro, logren interesarse en la lectura de revistas científicas o novelas, pero sí se puede hacer un esquema gradual, que involucre la lectura de temas de interés científico o literario, en los formatos que ellos prefieren leer, a manera de inducción a la lectura, y poco a poco adentrarlos a leer artículos y libros de contenido más profundo, hasta lograr que adquieran el hábito. No obstante, se intuye que los estudiantes llevan al menos 9 años de no fomentar la lectura de manera habitual, y que será una labor difícil, pero no imposible y de lograrse, encaminará sólidas bases para el aprendizaje.

Como se mencionó, la media porcentual de las actividades extraescolares, que de alguna manera influirían en el desempeño académico, por restarle tiempo al estudio mostró como resultado que la mayoría (cerca del 76%) no realiza labores ya sea de trabajo en casa o fuera de ella, por lo que se podría suponer que una buena parte en ambos grupos tiene tiempo para dedicar al estudio; los que sí realizan esas actividades, en su mayoría son quehaceres domésticos, y el tiempo invertido en esta actividad es de 2 a 4 horas diarias,

según indicaron. Pocos estudiantes son los que trabajan y reciben pago por sus actividades.

Por otro lado, el número de estudiantes becados fue mayor en el grupo experimental, y se intuye que el tipo de beca otorgada fue más bien por su situación económica que por excelencia académica, este supuesto se hace en virtud de que son muy pocos los estudiantes con promedios mayores a 9. Lo anterior se puede confirmar al visualizar que en el grupo experimental, el promedio general de la mayoría se ubica entre 7 y 8.9, pero muy pocos se colocaron entre 9 y 10, y por lo menos uno reprobó todas las materias. En el caso del grupo de control, se apreció que ninguno reprobó todas las materias, es mayor que en el otro grupo, el porcentaje de estudiantes cuyo promedio general estuvo entre 7 y 8.9 y también fue mayor el porcentaje de estudiantes cuyo promedio general cayó entre 9 y 10. Este comportamiento se dio desde el inicio del ciclo escolar, y se preveía que el final sería igual, ya que cabe destacar que el grupo experimental mostraba cierta apatía a realizar las actividades y tareas propuestas; la mayoría de los profesores que daban clase a este grupo se quejaban de su bajo aprovechamiento y constante incumplimiento de sus tareas.

En lo que corresponde a la asistencia a clases, éstas fueron concurridas normalmente, y pocos fueron los casos que se ausentaron por más de una semana. Un poco más de la mitad de los estudiantes ha sido impuntual por lo menos una vez. Sin embargo, el hecho de llegar tarde no se pudo evitar del todo, ya que los estudiantes se trasladaban de un salón a otro en cada cambio de sesión. Pero en términos generales, la inasistencia e impuntualidad de los estudiantes no impidieron el desarrollo normal de las sesiones.

Cuando un estudiante obtuvo calificaciones menores de 7, la mayoría en ambos grupos, señalaron que se debía a que tenían problemas para entender al profesor en cuestión, además de la flojera que a otros les da estudiar. Y tienen razón, no se puede culpar de los malos resultados a los estudiantes sólo porque son indolentes, pues es labor del profesor motivarlos a que estudien, y

también de buscar alguna estrategia para lograr una adecuada comunicación con los estudiantes. Al acercarse a ellos y hablar de cosas que son de su interés, se rompió con la barrera de la edad y de los roles, y la relación alumno-profesor, el ambiente en el aula y los resultados mejoraron.

También, mayoría de los estudiantes, en ambos grupos, afirmó haber cumplido con la mayor parte de las tareas, y que según la encuesta, emplearon entre 2 y 5 días para estudiar y hacer tareas. Si las tareas fueran hechas por cada estudiante, cumplirían su propósito de reforzar el aprendizaje, desafortunadamente no todos realizaron la tarea personalmente, ya que algunos fueron captados copiando la tarea durante una de las clases de otra materia, antes de entregarla, con lo que se podría evidenciar la falta de concentración del estudiante en una y otra materia.

En cuanto a las estrategias de estudio empleadas por cada grupo, destacan las estrategias del grupo de control ya que algunos por lo menos dieron repetir los ejercicios vistos en clase y realizar resúmenes o esquemas, mientras que los del otro grupo señalaron que memorizaron los apuntes. En ambos grupos, muchos estudiantes, sólo leyeron sus apuntes y libros de texto.

Referente a los estudios máximos, se destacó que en ambos grupos la madre o tutora tiene estudios máximos de secundaria, y que aquellas que cursaron una licenciatura representaron la minoría; es de comentar que ningún caso tiene estudios de postgrado. Por su parte, los estudios máximos del padre o tutor en la mayoría de los casos fueron la primaria completa; también es la minoría el número de padres que cursaron la licenciatura, pero en el grupo de control hay padres que realizaron un postgrado.

6. 2 Conclusiones basadas en los resultados de las pruebas de diagnóstico, de habilidades y de evaluación final

En torno a los resultados de la prueba de habilidades, en donde se pretendió medir la capacidad para relacionar figuras geométricas y continuar secuencias numéricas, ningún caso obtuvo el máximo puntaje (37 puntos), pues como se ha analizado, en el grupo experimental el promedio fue de 15.7 puntos, y su varianza estuvo ubicada en 35.51. Sin embargo el puntaje más alto se vio en este grupo debido a la presencia de un caso excepcional, cuyas características destacaron en todas las evaluaciones (la alumna provenía de la Escuela Secundaria Técnica No. 1, que tiene la fama de dar cabida a alumnos con promedios superiores a 9). Pero aún y con su puntaje alto, los resultados de esta evaluación fueron inclinándose a favor del grupo de control, ya que el promedio de éste alcanzó los 18.45 puntos, con varianza de 22.47. Se ha visto en la comparación de las medias (ANOVA) que en esta prueba la diferencia no fue significativa, ya que dicho nivel de significancia fue de 0.059, con lo que se puede decir que no existe una diferencia significativa entre las medias de los resultados de la prueba de habilidades aplicados a los grupos 2B (control) y 2I (experimental), al 5%. Además en esta prueba, las respuestas, distribuidas en 37 apartados, de 33 ejercicios (recuerde que los ejercicios del 26 al 29 constaban de respuestas dobles) mostraron que los ejercicios número 8, 24, 26b y 32 tuvieron menos respuestas correctas en ambos grupos, seguidos de los ejercicios 12, 15, 18 y 22. Sin embargo se pudo apreciar que el grupo experimental tuvo mayores errores al contestar el ejercicio 11 y el 27a, y por su parte el grupo de control tuvo más errores en los ejercicios 28b y 29b. Los ejercicios no tenían niveles de dificultad específica.

Tampoco los resultados fueron mejores para el grupo experimental en la prueba diagnóstico en donde se notó que el promedio del grupo experimental fue de 5.4, con el caso excepcional, y con la exclusión del mencionado caso dicho promedio fue de 5.0, y aunque ligeramente con un promedio de 5.7 el grupo de control le llevaba la ventaja. Los resultados de esta prueba fueron muy bajos, ya que la mayoría solo contestó la parte de álgebra, ignorando la parte de geometría y trigonometría, esto en ambos grupos.

En esta prueba, la comparación de las medias nos permitió visualizar que la diferencia no fue significativa, al obtener un nivel de significancia de .433, lo que en su momento dio la pauta para poder concluir que tampoco existe una diferencia significativa entre las medias de los resultados de la prueba de diagnóstico aplicada a los grupos 2B (control) y 2I (experimental), al 5%., es decir, quitando al caso excepcional, éstas fueron relativamente cercanas.

Ante este panorama, los resultados más favorecedores fueron encontrados en el grupo de control (2B), ya que como se ha comentado, este grupo tuvo mejores estrategias de estudio además de mostrar un poco de más dedicación en sus actividades escolares.

En este punto, el grupo experimental mostraba una apatía generalizada para realizar las actividades escolares, queja constante de sus profesores, inclusive de matemáticas.

Debido a lo anterior, los promedios generales y de matemáticas, fueron mayores en el grupo de control, en los dos bloques anteriores a la aplicación de la propuesta.

Después haber realizado las actividades de esta propuesta, se detectó un cambio favorable en la actitud de los estudiantes del grupo experimental, ya que se comprometieron a cumplir con sus actividades en su equipo, y lograron consolidar el aprendizaje de las actividades; mostrándose más participativos y satisfechos por haber comprobado concretamente los resultados que se pidieron encontrar.

Estos factores lograron propiciar que los resultados de la evaluación final fueron favorables para el grupo experimental (2I), que obtuvo un promedio de 11.63 (de los 35 puntos máximos), con una varianza de 37.64, que indica cierta dispersión de los resultados, comparando con el grupo de control que logró en promedio 7.5 puntos con una varianza de 24.42, con menos dispersión en los resultados.

Esta ventaja se vio en el grupo experimental (2I), debido a que un número considerable de sus integrantes (28 como ya se había mencionado) abordó al

menos uno de los cuatro problemas propuestos, en los que debía aplicar los conocimientos que pudieron comprobar sobre la solución de triángulos.

Cierto es que los resultados obtenidos en la prueba final, fueron mayores en el grupo experimental que en el grupo de control, pero ninguno de los casos obtuvo el mayor puntaje ya que el puntaje máximo de la prueba eran 35 puntos.

En este caso el la comparación de las medias (ANOVA) nos permitió afirmar que la diferencia fue significativa, ya que se obtuvo una significancia de 0.834, y aunque representa un resultado atípico, permitió visualizar que no existe similitud entre las medias de los resultados de la prueba final aplicada a los grupos 2B (control) y 2I (experimental), al 5%, lo que se interpreta como que los resultados obtenidos por los estudiantes variaron considerablemente a favor del grupo experimental (2I).

6.3 Conclusiones generales

El hecho de conocer aspectos personales de los estudiantes en el grupo de control, permitió identificar sus fortalezas y debilidades, factores que los predisponen al aprendizaje. Además fue útil saber sus intereses, aficiones, antecedentes académicos y las expectativas de estudio, para buscar con ello la manera de motivarles, y hacer cambiar su actitud hacia las actividades que se desarrollarían en el aula.

La información obtenida mediante ese cuestionario en el grupo de control se empleó para hacer un comparativo de todos esos factores, permitiendo marcar una diferencia.

A pesar de que se sabía que el grupo experimental tenía una actitud no muy buena hacia el estudio, y que tenía menores puntajes en las pruebas de diagnóstico y de habilidades, lograron disuadir esas diferencias elevando su puntaje en la prueba final, superando al grupo de control, por lo que se puede afirmar que las actividades que se realizaron con el diseño de la propuesta de intervención pedagógica fueron favorables para la obtención de tales

resultados, debido a que influyeron en el cambio de actitud de los estudiantes del grupo experimental.

Los resultados son evidentemente ligeros, pero al ser favorables en un grupo donde la constante era estar abajo del grupo de control, con actitudes de apatía y desinterés, se destaca que el éxito fugaz que aquí se muestra fue debido a que esta propuesta de intervención pedagógica fue implantada durante dos semanas escolares, poco tiempo para evidenciar resultados más contundentes, sin embargo, fue el tiempo suficiente para invertir la situación de competencia con el grupo de control que, como ya se ha dicho, llevaba la ventaja en todas las pruebas anteriores.

Los resultados expuestos no significan que el grupo de control haya ido en retroceso, lo que sí indican es la necesidad de llevar a cabo actividades semejantes a las propuestas aquí con el afán de mejorar la calidad de su aprendizaje y que logre ser significativo. Por esta razón, se comprueba que si se permanece estático ante la situación grupal, difícilmente se lograrán resultados que disminuyan el índice de reprobación, y se estaría limitando a los estudiantes, su capacidad de explorar y proponer alternativas en la solución de problemas, tal y como se pudo constatar en este trabajo, donde el grupo de control no mejoró.

Es por eso que se recomienda ampliamente el diseño de estrategias basadas en el aprendizaje colaborativo, el desarrollo de habilidades del pensamiento y el constructivismo, así como promover la lectura, establecer estrategias de estudio eficaces, realizar evaluaciones del aprendizaje, el empleo de objetos manipulables que permitan al estudiante concretar su pensamiento y explorar las propiedades del objeto en estudio, así como conocer a los estudiantes en aspectos personales, con el fin de conocerles, comprenderles, reconocer sus puntos de debilidad para reforzarlos mediante estrategias propicias, identificar las fortalezas del grupo para apoyar el aprendizaje colaborativo, y motivarles al estudio de la geometría y trigonometría (y la matemática en general), mediante aspectos de su interés. Todo esto con el afán

de lograr un verdadero aprendizaje significativo, y que éste no se vuelva efímero.

En esta ocasión se puede afirmar que sí se tuvo éxito al experimentar con el grupo designado como experimental, pero cabe subrayar que estos resultados, sólo han sido el inicio de un proceso que deberán llevar los estudiantes de ese grupo, siempre que se de continuidad a la propuesta, mediante estrategias basadas en el aprendizaje significativo y en la construcción de su aprendizaje.

Referencias bibliográficas, hemerográficas y de páginas electrónicas

1. Andere, E. (2007) *Rezagado, proyecto de modernización de SEP*. El Economista, 12 de octubre, pág. 38-A.
2. Antología I (2003), *Taller para la presentación de los programas de estudio de la reforma curricular de la educación media superior tecnológica*. Guadalajara, Jal., Méx., págs.133-158
3. Arons, A.D. (1979). *Some thoughts in reasoning capacities simplicity expected of college students*. En, *Cognitive process instruction research on teaching thinking skills*. Edit. Jack Lochhead and Jhon Clement. Philadelphia: The Franklin Institute Press.
4. Baddeley, A. D. (1998). *Memoria humana: teoría y práctica*. Madrid: McGraw-Hill.
5. Brown A. S. (1979). *Priming effects in semantic memory retrieval processes*. Journal of experimental psychology: Human learning and memory, 5, 65-77.
6. Calfee, R. (1981). *Cognitive psychology and educational practice*. En D. C. Berliner (Ed.), *Review on research in education*, 9, (pp. 3-73).
7. Carreto, Mario (1997), *¿Qué es el constructivismo? Desarrollo Cognitivo del Aprendizaje Constructivismo y Educación*. Editorial Progreso, México, pág. 39-71.
8. Carvajal, F.(1997). *Programación en el aula ¿Para qué?. Orientaciones didácticas para la planificación de la intervención docente en el aula*. Aula de innovación educativa. Año VI, Num. 57, Barcelona pp. 65-72.

9. De Sánchez, M (1991). *Desarrollo de Habilidades del pensamiento. Procesos Básicos del Pensamiento*. Editorial Trillas, México, D.F., Segunda Edición.
10. De Sánchez, M.A. (1992). *Desarrollo de habilidades del pensamiento. Razonamiento verbal y solución de problemas*. México : Trillas
11. Deval, J. (1994). *Aprender a aprender. El desarrollo de la capacidad de pensar*. Madrid: Alambra Longman.
12. García, E. (2001). *¿Qué? El arte de preguntar para enseñar mejor*. México, Byblos.
13. Gardner H. (2003) Cap. 6 El diseño de una educación para la comprensión. *La educación de la mente y el conocimiento de las disciplinas. online*. Disponible en:
<http://www.iea.gob.mx/php/EXANI2.PHP>
14. Gardner, H. (1996), *La educación de la mente y el conocimiento de las disciplinas*, Editorial Paidós Trancisiones, España , pág. 139.
15. Hinojosa de Coria, M. (2003). *Impulsa tu inteligencia, fundamentos teóricos*. Ed. Trillas. México D.F.
16. IEA-CENEVAL (2006). *Evaluación Estatal de la Calidad de la Educación Media: 1998 a 2004. Base de datos O*
17. Jones, B.; Palinscar, A. S.; Ogle, D. y Car, E. (1987). *Estrategias para enseñar a aprender*. Aique. Buenos Aires.
18. Mata, L. (2006), *línea de investigación: “aprendizaje significativo”*
<http://drmataluis.com/>, visitada 20 de diciembre 2007.
19. Martín, J.F. (2001). *Enseñanza de procesos de pensamiento : metodología, metacognición y transferencias*. Revista electrónica de

investigación y evaluación educativa. Volumen 7. Número 22. En red.
Recuperado en : http://www.uv.es/RELIEVE/v7n2/RELIEVEv7n2_2.htm.
Consultado el 12 de marzo de 2003.

20. Merchán F. J (1993) *Reflexiones a un caso: Técnica y progreso en el siglo XXI*, Aula de innovación educativa Num. 19 pp. 15-21.
21. Morín E. (2004) *El paradigma de la complejidad. Introducción al Pensamiento Complejo. Antología, taller para la presentación de los programas de estudio de la reforma curricular de la educación media superior tecnológica*. Guadalajara, Jal., Méx. pág 87-110.
22. Peaget, J. y colaboradores (1968). *Los estadios en la psicología del niño*. La Habana, Instituto del Libro.
23. Pimienta, J. (2005) *Constructivismo, estrategias para aprender mejor*. México, Ed. Pearson Educación.
24. Pimienta, J. (2005) *Metodología Constructivista, guía para la planeación docente*. México, Ed. Pearson Educación.
25. Pozo, J.I.; Gómez-Crespo, M.A. (1998) *Aprender y enseñar ciencias*. Madrid : Morata
26. Raths, L. E. y cols (1997). *Cómo enseñar a pensar. Teoría y aplicación*. México : Paidós.
27. Reyes, S.L. (2004). *El bajo rendimiento académico de los estudiantes universitarios. Una aproximación a sus causas*. Revista Theorethicos. Año VI, No. 18, Enero-Junio. Salvador: Universidad Francisco Gavidia.
28. Rogoff, Barbara, Lave, J. (1984) . *Everyday cognition: its development in social context*. Cambridge, MA: Harvard Univ. Press.

29. Rumelhart, D.E. & Norman D.A. (1985). *Representation of knowledge*. In : Issues in cognitive modeling. Eds. A.M. Aitkenhead & J.M. Slack. In : Issues in cognitive modeling. Eds. A.M. Aitkenhead & J.M. Slack. Lawrence Erlbaum Associates.
30. Sternberg, R. (1987). *Inteligencia humana II : Cognición, personalidad e inteligencia*. Cambridge University Press. Barcelona, España : Edit. Paidós, Ibérica, S.A.
31. Torres Landa A. y otros (2004). *Constructivismo y Evaluación Psicoeducativa. Diplomado de formación de profesores para educación a distancia* Universidad Autónoma de Aguascalientes.
32. Vidal, R. & Díaz, M.A. (2004). *Resultados de las pruebas PISA 2000 y 2003 en México*. México, D.F: INEE [Visitado el 20 de noviembre de 2007] Disponible en:
http://www.inee.edu.mx/images/stories/documentos_pdf/Publicaciones/Libros_Informes/Informe_Pisa2003/informepisa2003.pdf
33. Villalobos, J. (2003) *El docente y actividades de enseñanza / aprendizaje, algunas consideraciones teóricas y sugerencias prácticas*. Universidad de los Andes. Artículos Arbitrarios, Año 7, No. 22
34. Whimbey, A.; Lochhead, J. (1986). *Problem solving and comprehension*. Hillsdale, N.J. : Edit. Lawrence Erlbaum Associates.
35. Antología I (2003), *taller para la presentación de los programas de estudio de la reforma curricular de la educación media superior tecnológica*. Guadalajara, Jal., Méx.
36. Carreto, Mario (1997), *¿Qué es el constructivismo?. Desarrollo Cognitivo del Aprendizaje Constructivismo y Educación*. Progreso, México, págs. 39-71

37. De Sánchez, M (1991). *Desarrollo de Habilidades del pensamiento. Procesos Básicos del Pensamiento*. Editorial Trillas, México, D.F., Segunda Edición.
38. De Sánchez, M.A. (1992). *Desarrollo de habilidades del pensamiento. Razonamiento verbal y solución de problemas*. México : Trillas
39. Hinojosa de Coria, M. (2003). *Impulsa tu inteligencia, fundamentos teóricos*. Ed. Trillas. México D.F.
40. Pimienta, J. (2005) *Constructivismo, estrategias para aprender mejor*. México, Ed. Pearson Educación.
41. Pimienta, J. (2005) *Metodología Constructivista, guía para la planeación docente*. México, Ed. Pearson Educación.
42. Test de inteligencia, http://www.uv.es/buso/iq/index_es.html, visto en abril 2008.

Libro de texto que apoyó las actividades

Román, Gabriela (2006) *Geometría y Trigonometría. Cuaderno de trabajo Interactivo*. México. Ed. Trillas

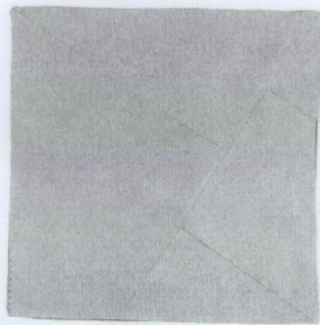
ANEXOS

Anexo1

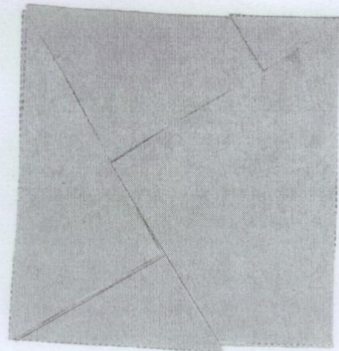
Rompecabezas del teorema de Pitágoras que se propuesto a los estudiantes para comprobación de dicho teorema

Los casos que se presentan son los logrados en su mayoría por los estudiantes del grupo de control, quienes lo resolvieron en menos de 7 minutos. Los estudiantes del grupo experimental no lograban realizarlo, pasados 26 minutos solo 4 estudiantes lograron realizar la primera forma.

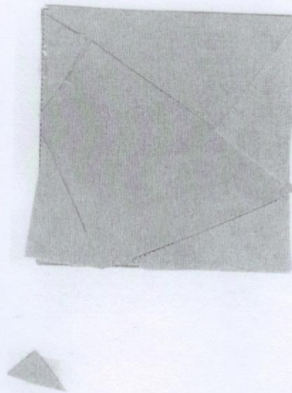
1)



2)



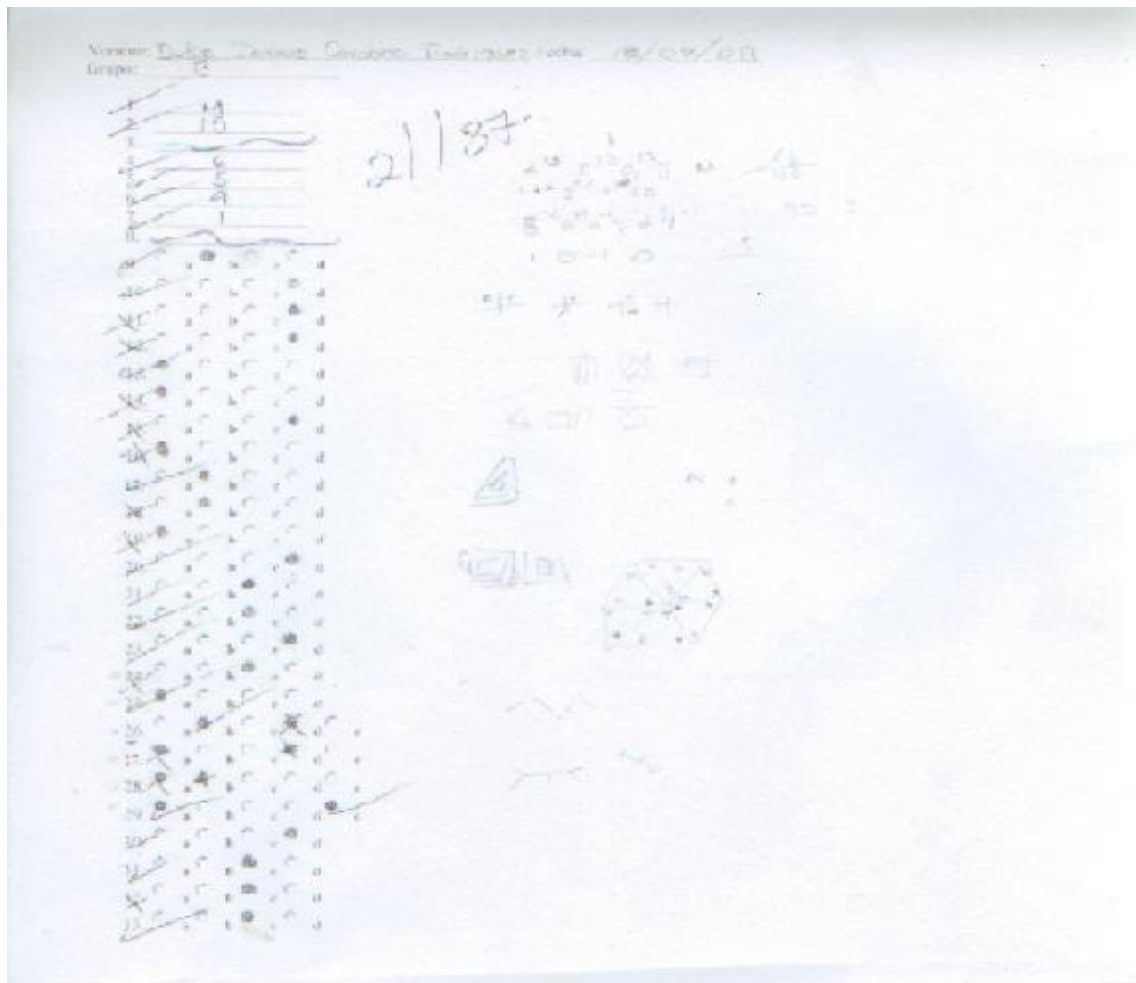
Entre los casos que no lograron resolver este el rompecabezas, destacó este, en donde el estudiante hizo recortes adicionales de algunas de las piezas, sin embargo le sobró un triángulo que no logró acomodar, y algunos espacios vacíos en el cuadrado de la hipotenusa.



Anexo 2

Algunos exámenes resueltos por los estudiantes

Prueba de Habilidad



Prueba de Diagnóstico

Prueba de Diagnóstico

1/3



CECyTEA
COLEGIO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS
Y TECNOLÓGICOS DEL ESTADO DE AGUASCALIENTES
CECyT Saltillo Coahuila

EXAMEN DIAGNÓSTICO
GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA

Ing. Gabriela Román Loera

9A

Nombre: Mirtha Angelica Loera Hdz. Grupo: 2°B

Fecha de aplicación: 12 de febrero 2008

INSTRUCCIONES GENERALES: Realiza las operaciones indicadas, simplificando al máximo la expresión obtenida.

Algebra:

1. Simplificar las siguientes expresiones:

a. $3x^2 + 2x - 7 + 5x^2 - 4x + 2 = 8x^2 - 2x + 5$

b. $2a + 3ab + 4 - 5a + 2b - 7ab = 3a - 4ab + 4 + 2b$

Valor 2 puntos

2. Realiza las operaciones que se indican entre las siguientes expresiones

a. Suma: $3x + 2y - 4z + 5x + 3y - 6z = 8x + 5y + 10z$

b. Restar $2x - 3y + 2z + 1$ de $-5x + 3y + 6z = -3x - 1y + 1$

c. Multiplicar $(x+2)(x^2 - 4x + 1) = x^3 - 2x^2 + 3 - 8x$

d. Dividir $x^2 - 4x + 1$ entre $x+2 =$

Valor 4 puntos

3. Desarrollar los siguientes Productos Notables

a. $(3x - 5)^2 = (3x - 5)(3x - 5) = 9x^2 - 15x - 25$

b. $(2m^2 - 4n)^2 = (2m^2 - 4n)(2m^2 - 4n)$

c. $(x+4)(x-4) = x^2 - 16$

d. $(x+3)(x-12) = x^2 - 12x + 3x - 36$

Valor 4 puntos

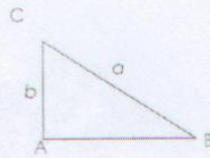


CECyTEA
COLEGIO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS
Y TECNOLÓGICOS DEL ESTADO DE AGUASCALIENTES
CECyT San Millán Moroles

3/3

EXAMEN DIAGNÓSTICO
GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA

Ing. Gabriela Román Loera



$$\tan B = \frac{5}{8}$$

Encuentra primero el lado que falta para poder iniciar con las relaciones trigonométricas que faltan.

$$\text{Sen } B =$$

$$\text{Cos } B =$$

$$\text{Cot } B =$$

$$\text{Sec } B =$$

$$\text{Csc } B =$$

No me
acuerdo

11

2

8

Valor 6 puntos

Valor total de la prueba: 26 puntos

1/2

250
junio 2008

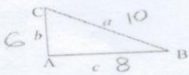
CECyTEA
COLEGIO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS
Y TECNOLÓGICOS DEL ESTADO DE AGUASCALIENTES
CECyTEA - Saltillo, Coahuila

EXAMEN DEL TERCER BLOQUE
GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA
Ing. Gabriela Román Loera

Nombre: Alexis Zamarripa Cardeña Grado: 2º Grupo: 1

I. Contesta lo que se te pide

1. Conociendo la siguiente relación, encuentra las demás funciones de este triángulo rectángulo



cat B = $\frac{8}{6}$

$b^2 + c^2 = a^2$
 $(6)^2 + (8)^2 = a^2$
 $36 + 64 = a^2$
 $100 = a^2$
 $a = 10$

$\text{Sen } B = \frac{6}{10}$ $\text{Tan } B = \frac{6}{8}$
 $\text{Cos } B = \frac{8}{10}$ $\text{Sec } B = \frac{10}{8}$
 $\text{Cosec } B = \frac{10}{6}$

Encuentra primero el lado que falta para poder iniciar con las relaciones trigonométricas que

II. Completa los siguientes enunciados:

- La función recíproca de seno es cosecante
- La función recíproca de la tangente es cotangente
- La función recíproca de la secante es cosec
- Función trigonométrica que está compuesta por la razón de la hipotenusa y el cateto opuesto: cosecante
- Función trigonométrica que está compuesta por la razón del cateto adyacente y el cateto opuesto: cotangente

III. Contesta de manera concreta las siguientes preguntas:

- ¿Para qué sirve el teorema de Pitágoras?
 a) resolver problemas b) resolver triángulos ☒ resolver triángulos rectángulos
- ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde un vértice de un hexágono?
 a) cuatro b) seis c) diez ☒ tres
- ¿Cuál es el número total de diagonales que se pueden trazar en un pentágono?
 a) cuatro b) seis ☒ cinco d) tres
- Si en el triángulo ABC, el ángulo A = 24° y el ángulo B = 72°, cuánto debe valer el ángulo C?
 a) 96° ☒ 84° c) 180° d) 94°
- Se tiene un triángulo rectángulo en el que el valor de uno de sus catetos es de 24, y el de su hipotenusa es de 30, ¿cuál será el valor del otro cateto?
 a) 12 b) 36 c) 9 ☒ 18

valor: 15 puntos



CECYTEA
COLEGIO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS
Y TECNOLÓGICOS DEL ESTADO DE AGUASCALIENTES
CECyT San Felipe Morelos

2/3

EXAMEN DIAGNÓSTICO
GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA

Ing. Gabriela Román Loera

5. Realiza la factorización de las siguientes expresiones:

a. $x^2 + 10x + 25 = (x^2 + 5)(x^2 - 5)$

b. $x^2 + 15x + 50 =$

c. $x^2 - 9 =$

d. $x^3 + 27 =$

e. $5x^3y + 125x^3y^3 - 25x^2 + 15x^4y^3 - 25x^5y^4z^3 =$

Valor 5 puntos

6. Encuentra el valor de la variable independiente en las siguientes Ecuaciones:

a. $x + 2 - 5x = 4x + 3$

b. $x^2 + 15x + 50 = 0$

c. $\begin{cases} x + y = 45 \\ 4x + 2y = 60 \end{cases}$

a. $x - 5x - 4x = +3 - 2$
 $-8x = \frac{1}{-8}$

b. $\frac{15 \pm \sqrt{(15)^2 - 4(x)(50)}}{2(1)}$ Valor 5 puntos

7. Trigonometría

c. $\begin{cases} -4x + 4y = 80 \\ +4x + 2y = 60 \end{cases}$ $y = 60$

Conociendo la siguiente relación, encuentra las demás funciones de este triángulo rectángulo

$x + (60) = 45$
 $x = 45 - 60$
 $x = -15$

Prueba final

1/2



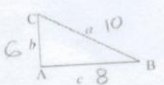
CECyTEA
CENTRO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS
Y TECNOLÓGICOS DEL ESTADO DE AGUASCALIENTES
CECyT Aguascalientes

**EXAMEN DEL TERCER BLOQUE
GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA**
Ing. Gabriela Román Lora

Nombre: Alicia Zamarrón Cardona Grado: 2º Grupo: 1

1. Contesta lo que se te pide

1. Conociendo la siguiente relación, encuentra las demás funciones de este triángulo rectángulo



$$b^2 + c^2 = a^2$$

$$(b)^2 + (8)^2 = 10^2$$

$$b^2 + 64 = 100$$

$$b^2 = 36$$

$$b = 6$$

Encuentra primero el lado que falta para poder iniciar con las relaciones trigonométricas que

$$\sin B = \frac{b}{a} = \frac{6}{10}$$

$$\cos B = \frac{c}{a} = \frac{8}{10}$$

$$\tan B = \frac{b}{c} = \frac{6}{8}$$

$$\sec B = \frac{a}{c} = \frac{10}{8}$$

II. Completa los siguientes enunciados:

- La función recíproca de seno es cosecante
- La función recíproca de la tangente es cotangente
- La función recíproca de la secante es coseceno
- Función trigonométrica que esta compuesta por la razón de la hipotenusa y el cateto opuesto: cosecante
- Función trigonométrica que esta compuesta por la razón del cateto adyacente y el cateto opuesto: cotangente

II. Contesta de manera concreta las siguientes preguntas:

- ¿Para qué sirve el teorema de Pitágoras?
 - resolver problemas
 - resolver triángulos
 - resolver triángulos rectángulos
- ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde un vértice de un hexágono?
 - cuatro
 - seis
 - diez
 - ☒ tres
- ¿Cuál es el número total de diagonales que se pueden trazar en un pentágono?
 - cuatro
 - seis
 - ☒ cinco
 - tres
- Si en el triángulo ABC, el ángulo A = 24° y el ángulo B = 72°, cuánto debe valer el ángulo C?
 - 96°
 - ☒ 84°
 - 180°
 - 94°
- Se tiene un triángulo rectángulo en el que el valor de uno de sus catetos es de 24, y el de su hipotenusa es de 30, ¿cuál será el valor del otro cateto?
 - 12
 - 36
 - 9
 - ☒ 18

valor: 15 puntos



CECyTEA
COLEGIO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS
Y TECNOLÓGICOS DEL ESTADO DE AGUASCALIENTES
CECyT Saltillo, Coahuila

**EXAMEN DEL TERCER BLOQUE
GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA**

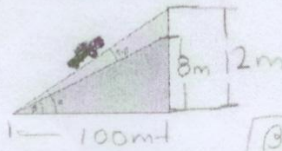
Ing. Gabriela Román Loera

2/2

junio 2008

IV. Contesta los siguientes problemas empleando tus conocimientos sobre la solución de triángulos.

- 1.- Un cierto tramo de carretera es una subida del 12% (al avanzar 100 m se suben 12 m) como se considera excesiva esta subida, se va a reducir al 8%. Se desea conocer el ángulo que debe formar la nueva carretera con la antigua.



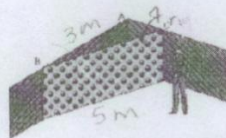
$$\tan \alpha = \frac{12}{100} = 0.12 \quad \alpha = 4^{\circ}34'26''$$

$$\tan \beta = \frac{8}{100} = 0.08 \quad \beta = 6^{\circ}50'33''$$

$$\beta - \alpha = 2^{\circ}16'7.86''$$

Valor 5 puntos

- 2.- Para los decorados de una representación teatral un tramoyista desea reducir la longitud de las paredes de una estancia. Para ello se recurre a la mampara BC, que tiene longitud 5m, con la que se tapa la esquina. Hallar el ángulo x con el que se tapa mayor longitud de pared, sabiendo que las paredes AB y AC son perpendiculares, y que $AB = 3m$ y $AC = 4m$.



$$\tan x = \frac{4}{3} = 1.33$$

$$\angle x = 53.13^{\circ}$$

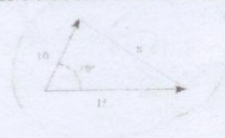
valor 5 puntos

- 3.- Hallar el área de un rectángulo sabiendo que una diagonal mide 60m y el ángulo obtuso que determinan sus diagonales es $x = 120^{\circ}$.



Valor 5 puntos

- 4.- Dos coches, con velocidades respectivas de 60km/h y 90km/h, toman dos carreteras que se bifurcan con un ángulo de 70° . ¿Qué distancia habrá entre ellos a los 10 minutos de viaje?



valor 5 puntos

Anexo 3

Páginas del libro de texto empleado en las actividades de la propuesta de intervención pedagógica

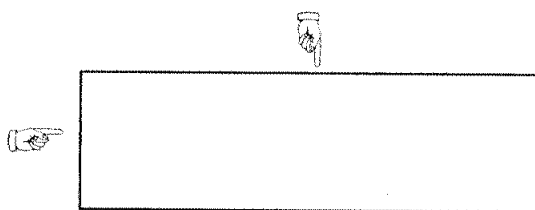
Además:

$$\frac{\cos B}{\cos B} =$$

Y considerando las funciones recíprocas:

$$\frac{1}{\cos^2 B} =$$

Si sustituimos en la relación original, tenemos:



que es la relación entre tangente y secante.

Relación entre la cotangente y la cosecante

De manera análoga, podemos determinar la relación entre la cotangente y la cosecante. De la relación:

$$\sin^2 B + \cos^2 B = 1$$

tenemos que al dividirla entre $\sin^2 B$, nos queda:

$$\frac{\sin^2 B + \cos^2 B}{\sin^2 B} = \frac{1}{\sin^2 B}$$

Luego:

$$\frac{\cos^2 B}{\sin^2 B} = \frac{\overline{AB}^2}{\overline{BC}^2} = \frac{\overline{AC}^2}{\overline{BC}^2}$$

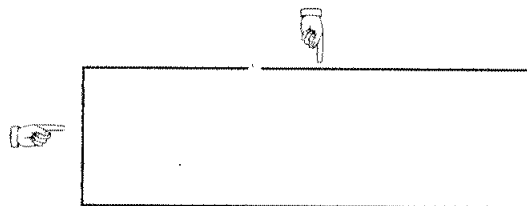
pero: $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} =$

y: $\frac{\overline{AB}^2}{\overline{AC}^2} =$

Y también, al considerar las funciones recíprocas:

$$\frac{1}{\sin^2 B} =$$

Sustituyendo los valores determinados en la relación original, la relación entre cotangente y cosecante es:



Completa los siguientes enunciados con base en tus conocimientos adquiridos:

1. La relación entre la cotangente y la cosecante está dada por _____.
2. La _____ está dada por $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$.
3. La relación entre la tangente y la _____ está dada por _____.

Realiza en la página 103 un mapa conceptual sobre las relaciones trigonométricas.

8.4. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

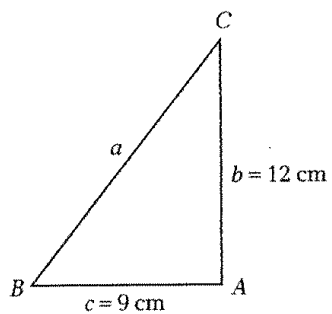
Las llamadas funciones o razones trigonométricas son las que ya hemos mencionado: seno, _____, _____, _____ y _____.

Ejemplo interactivo: Dado un triángulo rectángulo (pág. 103) cuyos catetos miden 9 y 12 cm, calcula las funciones trigonométricas del ángulo agudo mayor.

$$\begin{aligned} b &= 12 \text{ cm} \\ c &= 9 \text{ cm} \\ a &= ? \end{aligned}$$

Relaciones trigonométricas

Mapa conceptual de las relaciones trigonométricas



Por el Teorema de Pitágoras, encontramos el lado a :

$$a = \sqrt{\quad}$$

Completa las siguientes expresiones utilizando los conocimientos adquiridos sobre las razones trigonométricas.

El ángulo mayor es _____.

Una vez encontrado el valor del lado a (hipotenusa) y determinado el ángulo mayor, podemos ini-

ciar la determinación de las funciones trigonométricas, calculando el cociente de las razones:

$$\text{sen} \dots = \frac{b}{a} = \dots =$$

$$\text{tan} \dots = \frac{c}{b} = \frac{12}{9} =$$

$$\text{cos} \dots = \frac{c}{a} = \dots =$$

$$\text{cot} \dots = \frac{9}{12} =$$

$$\text{sec} \dots = \frac{a}{c} = \dots =$$

$$\text{csc} \dots = \frac{b}{c} = \dots =$$

Contesta las siguientes preguntas, con el fin de concretar lo que acabas de deducir:

1. En el triángulo de la figura anterior, ¿cómo es el lado b respecto del lado c ?
2. En la misma figura, ¿cuál es el ángulo mayor?
3. ¿Cómo determinaste cuál es el ángulo mayor?
4. Completa la siguiente propiedad de los triángulos: "A mayor lado se opone"
5. ¿Coincide con el criterio que empleaste para determinar el ángulo mayor de ese triángulo?
6. En el triángulo de la figura, se dan inicialmente dos lados. ¿Cómo puedes hallar el lado que falta?
7. Determinados el ángulo mayor y el lado que falta, ¿qué sigue hacer?

8. ¿Qué debes considerar para establecer las funciones trigonométricas?

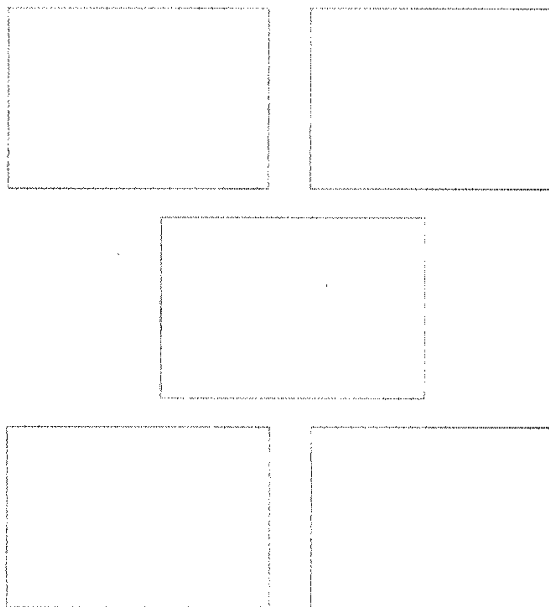
9. A manera de reflexión, escribe las funciones trigonométricas y sus razones correspondientes:

$$\text{sen } x = \dots \quad \text{tan } x = \dots$$

$$\text{cos } x = \dots \quad \text{cot } x = \dots$$

$$\text{sec } x = \dots \quad \text{csc } x = \dots$$

10. Compara las razones anteriores con las funciones que completaste en el ejercicio introductorio de esta sección, y en caso de que haya algún error, haz los cambios pertinentes para ser congruentes.
11. Realiza un diagrama de flujo en el que se determinen los pasos que hay que seguir en el procedimiento de establecer las funciones trigonométricas de un triángulo rectángulo.



Ejercicios

Realiza los siguientes ejercicios sobre la determinación de las funciones trigonométricas, considerando los aspectos que ya se mencionaron.

La expresión $\text{sen } 47^\circ 20' 25''$ tiene por objetivo

El procedimiento para encontrar dicho valor es:

1.
2.
3.
4.

La expresión $\text{sen } B = 0.3456$ tiene por objetivo

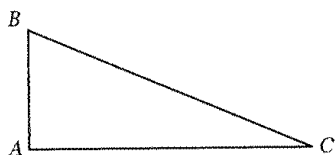
El procedimiento para encontrar dicho valor es:

1.
2.
3.
4.

Entonces podemos afirmar que entre las dos expresiones existe una relación de, ya que en la primera expresión se debe hallar el y en la segunda expresión se debe encontrar el valor de

8.5. RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Observa con atención la siguiente figura y completa los enunciados.



En la figura se tiene un

Consta de ángulos y de lados, por lo que afirmamos que el está compuesto por elementos.

Resolver un triángulo es hallar tres de sus elementos, conociendo los otros tres.

108

En la figura, el ángulo es un ángulo recto, el cual mide, y esto es siempre que se tiene un triángulo

Observa y analiza la figura anterior para contestar las siguientes preguntas:

1. ¿Cuánto vale el ángulo conocido en un triángulo rectángulo?
2. ¿Cuántos elementos faltan por conocer?
3. Si conocemos *dos de sus lados* (además del dato ya conocido), ¿es posible resolver el triángulo rectángulo?
4. Si conocemos *dos de sus ángulos* (además del dato ya conocido), ¿es posible resolver el triángulo rectángulo?
5. Si conocemos *uno de sus lados y uno de sus ángulos* (además del dato ya conocido), ¿es posible resolver el triángulo rectángulo?
6. De acuerdo con lo anterior, ¿cuál sería el requisito necesario para resolver un triángulo rectángulo?

Por esa razón, conociendo otros de esos elementos (aparte del ángulo de), siempre que uno de esos elementos sea un lado, es posible resolver un

Observa y analiza la figura anterior para completar los siguientes enunciados.

Considerando la afirmación anterior (que se debe conocer por lo menos un lado), se presentan los siguientes casos para resolver triángulos rectángulos:

1. Dados los dos catetos.
2. Dados un cateto y la
3. Dados un y un ángulo agudo.
4. Dados la hipotenusa y un

Compara tus observaciones con las de tus compañeros y discute tus resultados con el fin de obtener una conclusión razonada sobre los mismos.

Caso 1: dados los dos catetos

Dibuja un triángulo rectángulo y determina todos sus elementos, utilizando convencionalmente literales mayúsculas o minúsculas, según corresponda, y completa lo que se indica.

1. Identifica el propósito del caso:

.....

.....

.....

2. Propón los datos conocidos:

..... =

..... =

..... = 90°

3. Considera las siguientes situaciones con el fin de establecer las fórmulas convenientes para la solución del triángulo rectángulo:

- a) Si se tienen dos, para hallar el tercero, podemos utilizar el, por lo que podemos establecer que:

- b) Si se conocen dos, para hallar el ángulo que comprenden dichos se deben considerar aquellas funciones en las que sólo se involucra a los y no a la hipotenusa. Las únicas funciones que cumplen lo anterior son:

Por lo que se elige la relación:
para determinar el ángulo comprendido por los

- c) Una vez establecida la relación trigonométrica correspondiente a este caso, obtenemos el cociente con la finalidad de encontrar el
- d) Conociendo un ángulo más (el determinado en el inciso anterior), recordando el teorema 4.1 sobre los ángulos interiores de un triángulo y considerando que en un triángulo tenemos un ángulo que vale, para hallar el otro podemos establecer que:

4. Se muestran los resultados obtenidos.

Realiza en el diagrama de abajo el flujo correspondiente al procedimiento de resolver un triángulo rectángulo, conocidos dos catetos.

Ejercicios

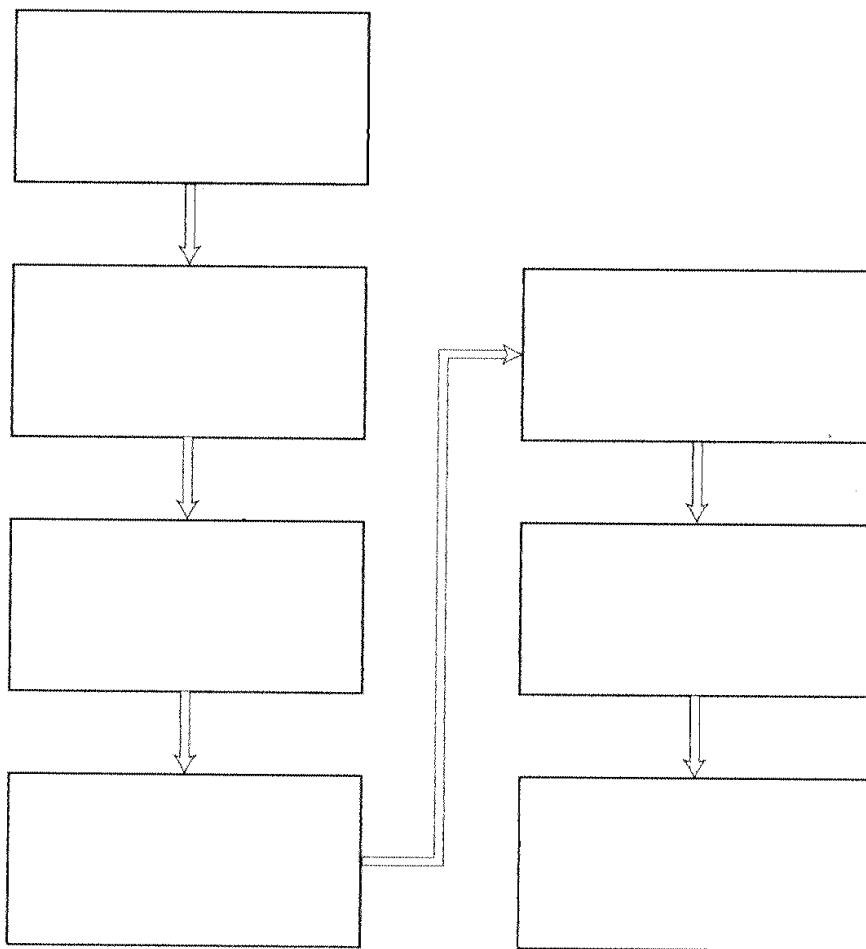
Tomando en cuenta el procedimiento expuesto en tu diagrama de flujo, resuelve los siguientes triángulos rectángulos, conocidos dos catetos. Dibuja en cada caso el triángulo correspondiente para apreciar mejor la situación planteada.

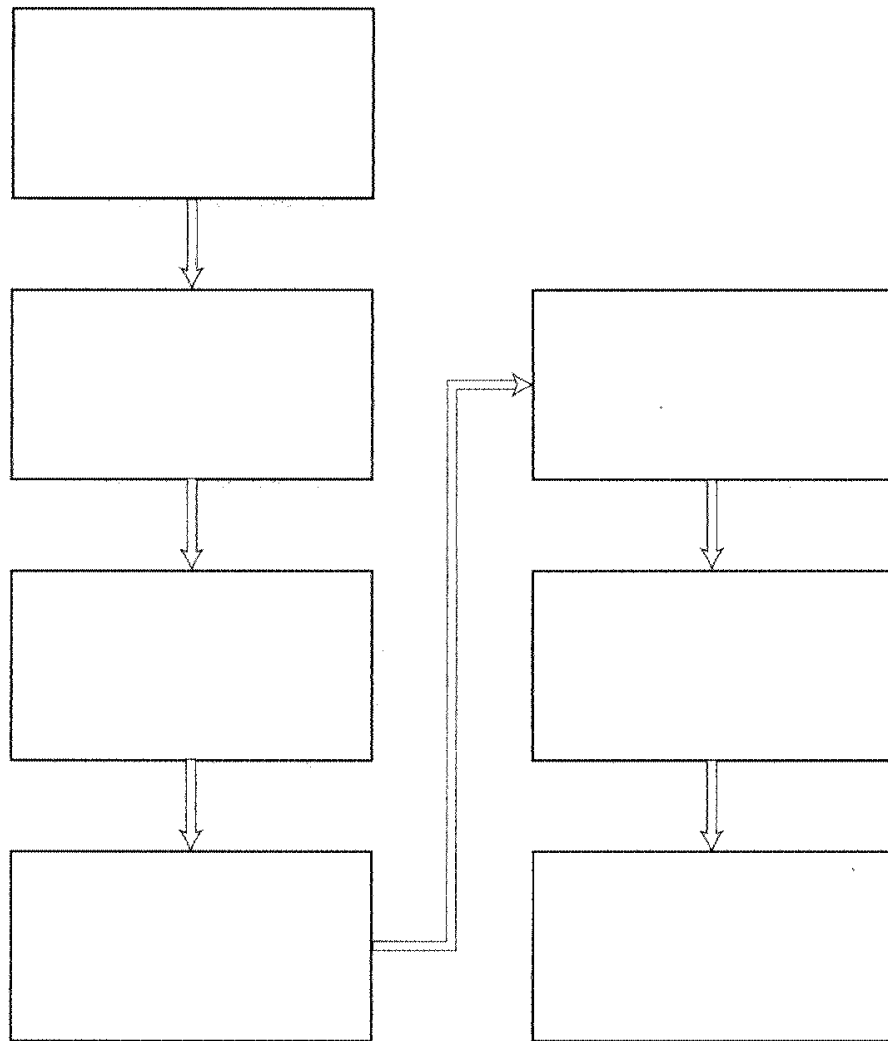
1. Conociendo los catetos $b = 3$ cm y $c = 4$ cm, halla los datos que faltan en el triángulo rectángulo ABC .
2. Conociendo los catetos $y = 18$ cm y $z = 24$ cm, halla los datos que faltan en el triángulo rectángulo XYZ .

3. Sean $m = 15$ m y $n = 14$ m los catetos del triángulo rectángulo PMN . Encuentra sus elementos faltantes.
4. Inventa dos ejemplos similares sobre este caso de solución de triángulos rectángulos, resuélvelos y compártelos con otros compañeros para comparar sus resultados.

Caso 2: dados un cateto y la hipotenusa

Dibuja un triángulo rectángulo y determina todos sus elementos, utilizando convencionalmente literales mayúsculas o minúsculas, según corresponda, y completa lo que se indica.





Realiza en el diagrama de arriba el flujo correspondiente al procedimiento de resolver un triángulo rectángulo, conocidos un cateto y la hipotenusa.

Ejercicios

Tomando en cuenta el procedimiento expuesto en tu diagrama de flujo, resuelve los siguientes triángulos rectángulos, conocidos un cateto y la hipotenusa. Dibuja en cada caso el triángulo correspondiente para apreciar mejor la situación planteada.

1. Conociendo el cateto $b = 6$ cm y la hipotenusa $a = 10$ cm, halla los datos que faltan en el triángulo rectángulo ABC .
2. Conociendo el cateto $y = 18$ cm y la hipotenusa

$x = 36$ cm, halla los datos que faltan en el triángulo rectángulo XYZ .

3. Sean $m = 15$ m y $p = 24$ m el cateto y la hipotenusa, respectivamente, del triángulo rectángulo PMN . Encuentra sus elementos faltantes.
4. Inventa dos ejemplos similares sobre este caso de solución de triángulos rectángulos, resuélvelos y compártelos con otros compañeros para comparar sus resultados.

Caso 3: dados un cateto y un ángulo

Dibuja un triángulo rectángulo y determina todos sus elementos, utilizando convencionalmente literales mayúsculas o minúsculas, según corresponda, y completa lo que se indica.

b) Si se conocen un y un , para hallar los otros dos se deben considerar aquellas funciones en las que se involucra al cateto conocido y otro lado (otro cateto y/o la hipotenusa). Una vez seleccionadas las funciones se deben realizar los despejes necesarios para calcular el otro cateto y la hipotenusa:

1. Identifica el propósito del caso:

.....

2. Propón los datos conocidos:

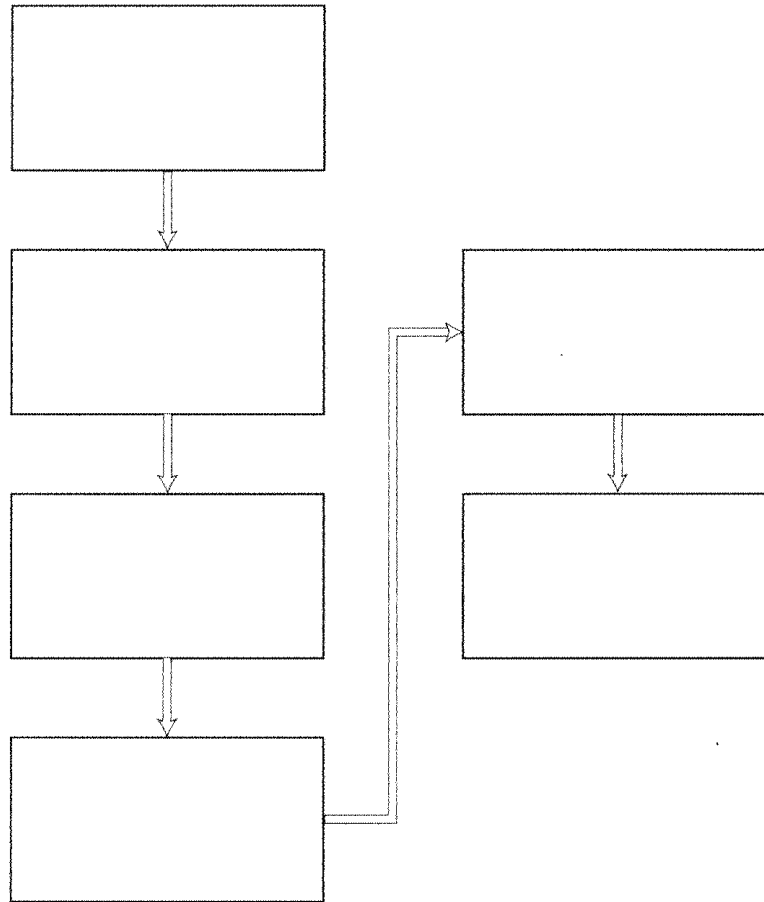
..... =
 =
 = 90°

3. Considera las siguientes situaciones con el fin de establecer las fórmulas convenientes para la solución del triángulo rectángulo:

a) Si se tienen un y un para hallar el otro ángulo, recordemos el teorema 4.1 sobre los ángulos interiores de un triángulo y consideremos que en un triángulo tenemos un ángulo que vale Un ángulo agudo lo conocemos como dato, y el otro lo podemos encontrar a través de:

4. Se muestran los resultados obtenidos.

Realiza el diagrama de flujo correspondiente al procedimiento de resolver un triángulo rectángulo, conocidos un cateto y un ángulo (véase fig. pág. 114).



Ejercicios

Tomando en cuenta el procedimiento expuesto en tu diagrama de flujo, resuelve los siguientes triángulos rectángulos, conocidos un cateto y un ángulo. Dibuja en cada caso el triángulo correspondiente para apreciar mejor la situación planteada.

1. Conociendo un cateto $b = 6$ cm y un ángulo agudo $C = 37^\circ$, halla los datos que faltan en el triángulo rectángulo ABC .
2. Conociendo un cateto $y = 18$ cm y un ángulo agudo $Z = 47^\circ$, halla los datos que faltan en el triángulo rectángulo XYZ .
3. Sean $m = 15$ m y $N = 62^\circ$ un cateto y un ángulo agudo, respectivamente, del triángulo rectángulo PMN . Encuentra sus elementos faltantes.

4. Inventa dos ejemplos similares sobre este caso de solución de triángulos rectángulos, resuélvelos y compártelos con otros compañeros para comparar sus resultados.

Caso 4: dados la hipotenusa y un ángulo

Dibuja un triángulo rectángulo y determina todos sus elementos, utilizando convencionalmente literales mayúsculas o minúsculas, según corresponda, y completa lo que se indica.

b) Si se conocen la y un para hallar los otros dos se deben considerar aquellas funciones en las que se involucra la hipotenusa que es conocida y otro cateto (una relación de la hipotenusa y cada uno de los catetos). Una vez seleccionadas las funciones se deben realizar los despejes necesarios para calcular los otros catetos:

1. Identifica el propósito del caso:

.....

2. Propón los datos conocidos:

.....

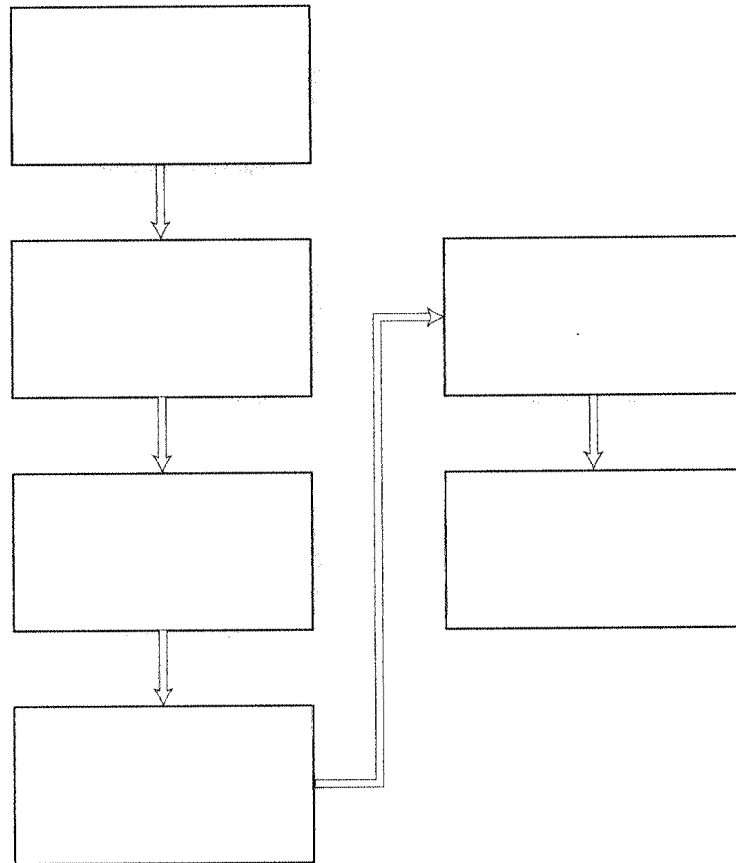
 = 90°

3. Considera las siguientes situaciones con el fin de establecer las fórmulas convenientes para la solución del triángulo rectángulo:

a) Si se tienen la y un para hallar el otro ángulo, recordemos el teorema sobre los ángulos interiores en un triángulo y consideremos que en un triángulo tenemos un ángulo que vale Un ángulo agudo lo conocemos como dato, y el otro lo podemos encontrar a través de:

4. Se muestran los resultados obtenidos.

Realiza en la página 116, el diagrama de flujo correspondiente al procedimiento de resolver un triángulo rectángulo, conocidos la hipotenusa y un ángulo.



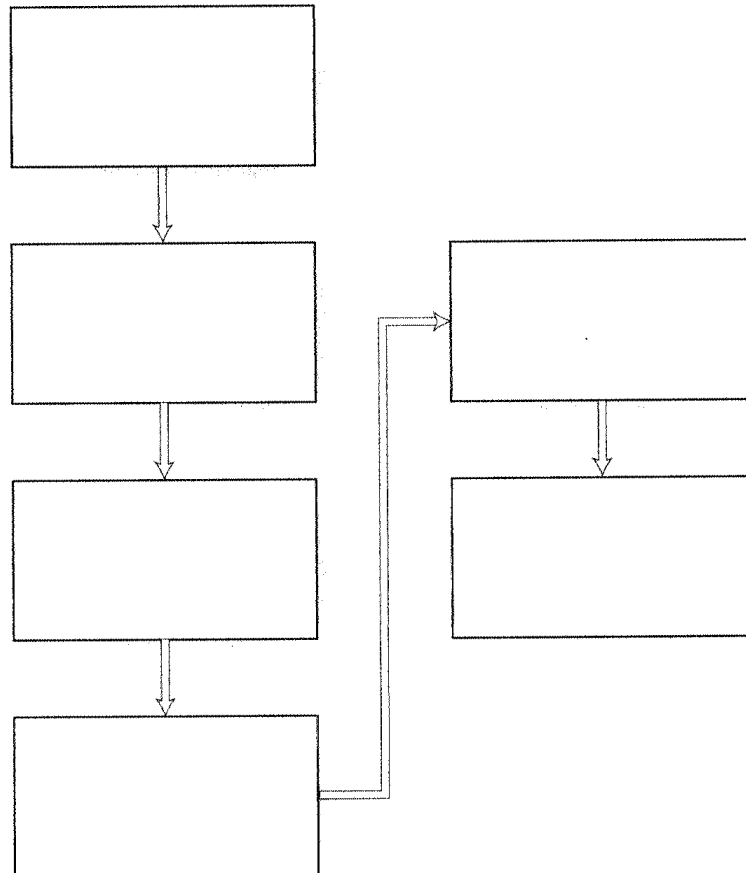
Ejercicios

Tomando en cuenta el procedimiento expuesto en tu diagrama de flujo, resuelve los siguientes triángulos rectángulos, conocidos la hipotenusa y un ángulo. Dibuja en cada caso el triángulo correspondiente para apreciar mejor la situación planteada.

1. Conociendo la hipotenusa $a = 25$ cm y un ángulo agudo $C = 37^\circ$, halla los datos que faltan en el triángulo rectángulo ABC .
2. Conociendo la hipotenusa $x = 18$ cm y un ángulo agudo $Z = 47^\circ$, halla los datos que faltan en el triángulo rectángulo XYZ .

3. Sean $p = 15$ m y $N = 62^\circ$ la hipotenusa y un ángulo agudo, respectivamente, del triángulo rectángulo PMN . Encuentra sus elementos faltantes.
4. Inventa dos ejemplos similares sobre este caso de solución de triángulos rectángulos, resuélvelos y compártelos con otros compañeros para comparar sus resultados.

Realiza en la página 117 un mapa conceptual sobre los casos de resolución de triángulos rectángulos.



Ejercicios

Tomando en cuenta el procedimiento expuesto en tu diagrama de flujo, resuelve los siguientes triángulos rectángulos, conocidos la hipotenusa y un ángulo. Dibuja en cada caso el triángulo correspondiente para apreciar mejor la situación planteada.

1. Conociendo la hipotenusa $a = 25$ cm y un ángulo agudo $C = 37^\circ$, halla los datos que faltan en el triángulo rectángulo ABC .
2. Conociendo la hipotenusa $x = 18$ cm y un ángulo agudo $Z = 47^\circ$, halla los datos que faltan en el triángulo rectángulo XYZ .

3. Sean $p = 15$ m y $N = 62^\circ$ la hipotenusa y un ángulo agudo, respectivamente, del triángulo rectángulo PMN . Encuentra sus elementos faltantes.
4. Inventa dos ejemplos similares sobre este caso de solución de triángulos rectángulos, resuélvelos y compártelos con otros compañeros para comparar sus resultados.

Realiza en la página 117 un mapa conceptual sobre los casos de resolución de triángulos rectángulos.

Casos de resolución
de triángulos rectángulos

Mapa conceptual de los casos de resolución de triángulos rectángulos

Con base en el mapa conceptual anterior, establece las semejanzas, en la primera tabla, y las diferencias, en la segunda tabla, que existen entre los casos de resolución de triángulos rectángulos.

Semejanzas

vs.	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Caso 1				
Caso 2				
Caso 3				
Caso 4				

Diferencias

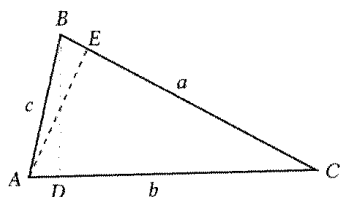
vs.	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Caso 1				
Caso 2				
Caso 3				
Caso 4				

9.5. LEY DE LOS SENOS

Deducción

NOTA: A partir de esta sección, estudiaremos triángulos que no son triángulos rectángulos, es decir, aquellos triángulos que no tienen ángulos rectos y que son conocidos como oblicuángulos, los cuales involucran a los triángulos acutángulos y a los triángulos obtusángulos.

Observa la siguiente figura y contesta las preguntas.



1. En la figura se tiene el triángulo ABC , que es _____, porque todos sus ángulos son agudos.

2. Los segmentos $\overline{BD}$ y $\overline{AE}$ son las _____, trazadas desde los vértices B y A , respectivamente.

3. ¿Cuántos triángulos rectángulos puedes ver?

4. ¿Cuáles son esos triángulos rectángulos?

5. El $\triangle ABD$ es un triángulo _____, con su ángulo recto en el vértice _____. Entonces, podemos establecer que en el $\triangle ABD$:

$$\text{sen } A = \frac{\overline{BD}}{c}$$

de donde al multiplicar ambos miembros de la igualdad por c , tenemos:

$$\overline{BD} = c \text{ sen } A \quad (1)$$

6. De modo análogo, el $\triangle BCD$ es un triángulo _____, con su ángulo recto en _____.

el vértice _____. Entonces, podemos establecer que en el $\triangle BCD$:

$$\text{sen } A = \frac{\overline{BD}}{a}$$

de donde al multiplicar ambos miembros de la igualdad por a , tenemos:

$$\overline{BD} = a \text{ sen } A \quad (2)$$

7. Compara los resultados obtenidos en las expresiones 1 y 2. Recuerda que "cada cantidad puede ser sustituida por su igual". Si $(1) = (2)$, entonces:

$$c \text{ sen } A = a \text{ sen } A$$

8. Divide ambos miembros de la expresión anterior entre $\text{sen } A$ y escribe el resultado de esta operación:

$$\frac{c}{\text{sen } A} = \frac{a}{\text{sen } A} \quad (I)$$

9. Ahora analiza el $\triangle ABE$, que es un triángulo _____, con su ángulo recto en el vértice _____.

10. Luego:

$$\text{sen } B = \frac{\overline{AE}}{c}$$

de donde al multiplicar ambos miembros de la igualdad por c , tenemos:

$$\overline{AE} = c \text{ sen } B \quad (3)$$

11. Análogamente, el $\triangle AEC$ es un triángulo _____, con su ángulo recto en el vértice _____. Entonces, podemos establecer que en el $\triangle AEC$:

$$\text{sen } C = \frac{\overline{AE}}{a}$$

de donde al multiplicar ambos miembros de la igualdad por a , tenemos:

$$\overline{AE} = a \text{ sen } C \quad (4)$$

12. Compara los resultados obtenidos en las expresiones 3 y 4.
Si $(3) = (4)$, entonces:

$$b \operatorname{sen} C =$$

13. Divide ambos miembros de la expresión anterior entre $\operatorname{sen} C \operatorname{sen} B$, y escribe el resultado de esta operación:

$$\frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \quad (\text{II})$$

14. Enseguida compara los resultados obtenidos en las relaciones I y II, y establece una sola relación:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

Recuerda que las letras minúsculas representan los lados, y las letras mayúsculas representan los ángulos en cualquier polígono.

15. Compara la relación que obtuviste en el número anterior con la que se presenta a continuación. En caso de ser diferentes, revisa los procedimientos que seguiste para llegar a ella:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

A esta expresión se le conoce como la **ley de los senos**, la cual enuncia lo siguiente (completa el enunciado siguiente):

"Los lados de un _____ son proporcionales a los senos de los ángulos _____."

Análisis de cada caso posible

Para encontrar un dato en cada una de esas relaciones se deben conocer (observa el punto 1 y completa los puntos 2 y 3):

$$1. \frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$$

1. a, A y B ;
 a, A y b ;
 a, B y b ;
 A, B y b ;

$$2. \frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

2.

$$3. \frac{c}{\operatorname{sen} C} = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$$

3.

De acuerdo con lo anterior, y tomando en cuenta que las letras minúsculas representan los lados, y las mayúsculas, los ángulos en el triángulo acutángulo, podemos establecer que:

"Para emplear la ley de los senos, es necesario conocer un lado y dos ángulos (uno de ellos opuesto al lado en cuestión), o dos lados y un ángulo opuesto a uno de esos lados."

Esta ley se aplica también para triángulos obtusángulos.

El tipo de triángulos que se resuelven por esta ley es _____ y _____, es decir, oblicuángulos.

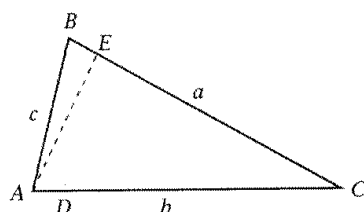
Escribe tus conclusiones sobre la ley de los senos, en función de lo estudiado hasta el momento:

9.6. LEY DE LOS COSENOS

Deducción

NOTA: En esta sección continuamos con el estudio de triángulos que no son triángulos rectángulos, sino oblicuángulos, los cuales involucran a los triángulos acutángulos y a los triángulos obtusángulos.

Observa la siguiente figura y contesta las preguntas.



1. En la figura se tiene el triángulo ABC , que es _____, porque todos sus ángulos son agudos.
2. Los segmentos BD y AE son las _____, trazadas desde los vértices B y A , respectivamente.
3. ¿Cuántos triángulos rectángulos puedes ver?

4. ¿Cuáles son esos triángulos rectángulos?

5. Por el Teorema de Pitágoras, tomando en cuenta el $\triangle BDC$, que es un triángulo _____, con ángulo recto en el vértice _____, podemos establecer que:

$$a^2 = (b - AD)^2 + BD^2$$

Al desarrollar el binomio al cuadrado, tenemos la expresión:

$$a^2 = \dots\dots\dots$$

Ahora, consideremos el $\triangle DBA$, que también es un triángulo _____, con su ángulo recto en el vértice _____.

De donde se tiene:

$$c^2 = BD^2 + AD^2$$

y al despejar BD^2 , nos queda:

$$BD^2 = \dots\dots\dots$$

Sustituye este valor de BD^2 en la expresión donde desarrollaste el binomio al cuadrado:

$$a^2 = \dots\dots\dots$$

Realiza las operaciones indicadas (reducción de términos semejantes):

$$a^2 = \dots\dots\dots$$

Considera que $\cos A = \frac{AD}{c}$ en el $\triangle DBA$, por lo que de aquí podemos obtener que:

$$AD = \dots\dots\dots$$

Al sustituir el valor de AD en la última expresión de a^2 , podemos obtener finalmente la expresión:

$$\dots\dots\dots$$

Compara la expresión que obtuviste con la expresión que te presentamos:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Si es igual, lo has hecho muy bien, pero si existe alguna diferencia, revisa tus procedimientos para verificar si hay algún error.

Considera ahora el $\triangle CEA$ para encontrar una expresión equivalente para b^2 :

Por el Teorema de Pitágoras, tomando en cuenta el $\triangle CEA$, que es un triángulo _____, con ángulo recto en el vértice _____, podemos establecer que:

$$b^2 = (a - BE)^2 + AE^2$$

Al desarrollar el binomio al cuadrado, tenemos la expresión:

$$b^2 = \dots\dots\dots$$

Ahora, consideremos el $\triangle EBA$, que también es un triángulo con su ángulo recto en el vértice

De donde se tiene:

$$c^2 = BE^2 + AE^2$$

y al despejar AE^2 , nos queda:

$$AE^2 = \dots\dots\dots$$

Sustituye este valor de BE^2 en la expresión donde desarrollaste el binomio al cuadrado:

$$b^2 = \dots\dots\dots$$

Realiza las operaciones indicadas (reducción de términos semejantes):

$$b^2 = \dots\dots\dots$$

Considera que $\cos B = \frac{BE}{c}$ en el $\triangle EBA$, por lo que de aquí podemos obtener que:

$$\overline{BE} = \dots\dots\dots$$

Al sustituir el valor de $\overline{BE}$ en la última expresión de b^2 , podemos obtener finalmente la expresión:

.....

Sigue los pasos similares para determinar ahora el valor de c^2 , utilizando la misma figura, en la que se tienen los triángulos ADB y BEA , para iniciar el análisis, y escribe la expresión análoga a las expresiones anteriores.

.....

Compara los resultados obtenidos con las siguientes expresiones; en caso de alguna diferencia, revisa tus procedimientos y haz las correcciones pertinentes.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos C$$

A las expresiones anteriores se les conoce como **ley de los cosenos** o Teorema de Pitágoras generalizado para triángulos no rectángulos.

Analiza cada expresión para traducir del lenguaje algebraico en que se presentan al lenguaje común:

1. ¿Qué representan a, b y c ?
2. ¿Qué significado tienen las expresiones $2bc$, $2ac$ y $2ab$?
3. ¿Qué representan A, B y C ?

Con los datos anteriores, y con la finalidad de enunciar la generalización de la ley de los cosenos completa el siguiente enunciado:

“El de un lado de un triángulo es igual a la suma de los de los otros , menos el producto de esos lados, multiplicados por el del ángulo que forman.”

Análisis de cada caso posible

Observa cada caso representado a continuación y completa el párrafo de manera general (es decir aplicable a las tres situaciones expuestas).

1. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
2. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$
3. $c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos C$

Si quieres conocer un lado se deben conocer de antemano los otros dos y el ángulo que forman esos ; si quieres conocer el ángulo, necesitas conocer los tres

De acuerdo con lo anterior, y tomando en cuenta que las letras minúsculas representan los y las mayúsculas los en el triángulo en cuestión, podemos establecer que:

"Para emplear la ley de los cosenos, es necesario conocer dos lados y el ángulo comprendido por ellos, o los tres lados para encontrar un ángulo."

Esta ley se aplica también para triángulos obtusángulos.

El tipo de triángulos que se resuelven por esta ley es _____ y _____, es decir, son triángulos oblicuángulos.

Escribe tus conclusiones sobre la ley de los cosenos, en función de lo estudiado hasta el momento:

Cita las diferencias de aplicación entre la ley de los senos y la ley de los cosenos, según tus análisis previos:

Ley de los senos:

1. ¿Para qué sirve?
2. ¿Qué necesitamos saber para emplearla?

Ley de los cosenos:

1. ¿Para qué sirve?
2. ¿Qué necesitamos saber para emplearla?

¿Cuál es la similitud entre ambas leyes en cuanto a su aplicación?

NOTA: Por la relación que guardan el seno y el coseno con la tangente, realizando una combinación de ambas leyes (seno y coseno) se puede determinar la ley de las tangentes.

9.7. SOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

Al igual que en la solución de triángulos rectángulos, para resolver un triángulo oblicuángulo es necesario conocer tres elementos (lados y/o ángulos) para hallar los otros tres.

IMPORTANTE: Aparte de las leyes estudiadas en las secciones anteriores, para resolver un triángulo obtusángulo es preciso recordar el teorema de la suma de los ángulos interiores de un triángulo (que vale 180°) y algo de procedimientos algebraicos para realizar algunos despejes en las fórmulas, así como contar con un poco de sentido común y buena disposición.

A continuación se presentan algunos elementos de triángulos oblicuángulos, los cuales pueden ser resueltos a través del análisis hecho previamente en las secciones 9.5 y 9.6 sobre la aplicación de cada una de las leyes. Para facilitar aún más dicho análisis individual, contesta las preguntas que se presentan en cada ejercicio.

NOTA: Los datos que se presentan están dados en centímetros y no están especificados en cada ejercicio con la finalidad de facilitar el cálculo.

1. $a = 21$
 $b = 18.4$
 $c = 29$

- a) ¿Cuáles lados se dieron como dato?
- b) ¿Cuáles ángulos se conocen?
- c) ¿Qué se desea conocer?
- d) De acuerdo con tus respuestas, y con base en el análisis previo, ¿cuál es la ley que aplicarías en este caso?
- e) ¿Es necesario hacer un despeje de la fórmula original?
- f) ¿Cómo quedaría el despeje de la fórmula para hallar el dato necesario?

- g) Para conocer los demás datos, ¿seguirías utilizando la misma ley?
- h) ¿Es necesario volver a despejar?, o, ¿se podría hacer una analogía del despeje?
- i) ¿Qué posibilidades tienes ahora para encontrar el dato faltante?
- j) ¿Se comprueba que la suma de los ángulos interiores de este triángulo da 180° ?

2. $a = 12$
 $b = 15.4$
 $C = 66^\circ 28' 34''$

- a) ¿Cuáles lados se dieron como dato?
- b) ¿Cuáles ángulos se conocen?
- c) ¿Qué se desea conocer?
- d) De acuerdo con tus respuestas, y con base en el análisis previo, ¿cuál es la ley que aplicarías en este caso?
- e) ¿Es necesario hacer un despeje de la fórmula original?
- f) ¿Cómo quedaría el despeje de la fórmula para hallar el dato necesario?
- g) Para conocer los demás datos, ¿seguirías utilizando la misma ley?
- h) ¿Es necesario volver a despejar?, o, ¿se podría hacer una analogía del despeje?
- i) ¿Qué posibilidades tienes ahora para encontrar el dato faltante?
- j) ¿Se comprueba que la suma de los ángulos interiores de este triángulo da 180° ?

3. $a = 51$
 $B = 18^\circ 50' 42''$
 $C = 39^\circ 34'$

- a) ¿Cuáles lados se dieron como dato?
- b) ¿Cuáles ángulos se conocen?
- c) ¿Qué se desea conocer?
- d) De acuerdo con tus respuestas, y con base en el análisis previo, ¿cuál es la ley que aplicarías en este caso?
- e) ¿Es necesario hacer un despeje de la fórmula original?
- f) ¿Cómo quedaría el despeje de la fórmula para hallar el dato necesario?
- g) Para conocer los demás datos, ¿seguirías utilizando la misma ley?
- h) ¿Es necesario volver a despejar?, o, ¿se podría hacer una analogía del despeje?
- i) ¿Qué posibilidades tienes ahora para encontrar el dato faltante?
- j) ¿Se comprueba que la suma de los ángulos interiores de este triángulo da 180° ?

Reflexiones sobre el tema

Reflexiona y contesta cada una de las siguientes preguntas.

- ¿Sería posible resolver un triángulo oblicuángulo si conociéramos sólo los tres ángulos de dicho triángulo?
- Cita los casos en los que es posible la solución de triángulos oblicuángulos.
- ¿Cuántos casos pudiste establecer?
- ¿Habrá algún otro caso que falte considerar?

5. ¿En qué casos es conveniente utilizar la ley de los senos en la solución de triángulos oblicuángulos?

$$\begin{aligned} 1. \quad & a = 19 \\ & B = 28^\circ 34' 52'' \\ & C = 110^\circ 24' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad & a = 13 \\ & b = 18 \\ & C = 68^\circ 38' 24'' \end{aligned}$$

6. ¿En qué casos es conveniente utilizar la ley de los cosenos en la solución de triángulos oblicuángulos?

$$\begin{aligned} 3. \quad & a = 40 \\ & b = 44 \\ & c = 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad & a = 50 \\ & c = 25 \\ & B = 98^\circ 38' 6'' \end{aligned}$$

7. Cita de manera general los pasos que seguiste en cada caso de solución de triángulos oblicuángulos.

$$\begin{aligned} 5. \quad & a = 86 \\ & b = 71 \\ & c = 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad & a = 1492 \\ & A = 65^\circ 29' 52'' \\ & C = 78^\circ 58' \end{aligned}$$

Realiza el diagrama de flujo correspondiente a los pasos que se siguen para resolver triángulos oblicuángulos.

Ejercicios

En la segunda columna se presentan algunos elementos de triángulos oblicuángulos. Encuentra los elementos faltantes, tomando en cuenta lo que hemos establecido con anterioridad.

Compara tus resultados con otro compañero y comparte tus conclusiones. En caso de que detecten algún error, revisen sus procedimientos y corrijan lo necesario. Inventa dos ejercicios de cada caso, resuélvelos y compártelos con un compañero para que éste a su vez los resuelva. Comparen sus resultados.

Anexo 4

Triángulos de la actividad principal y resultados de los estudiantes (fotografías)

