UNIVERSIDAD PANAMERICANA
CAMPUS BONATERRA
ESCUELA DE INGENIERÍA
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
AGUASCALIENTES, AGS.

PROPORCIONALIDAD, UN TEMA INCLUYENTE, ABORDADO CON BASE EN LA TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS Y HACIENDO ÉNFASIS EN EL USO DE LAS TIC'S

PRESENTA: María de Lourdes Sánchez Valle

"Tesis presentada para optar por el grado de Maestro en Enseñanza de las Matemáticas con reconocimiento de validez oficial del Instituto de Educación de Aguascalientes según acuerdo número 0383 con fecha de noviembre de 2000"

.: SÓLO PARA CONSULTA :.

Dedico el presente trabajo a :

Mis padres

mi esposo y mis hijos,

mi fortaleza en los

momentos difíciles

Juanita

y

Felícitas,

por su apoyo

silencioso

e

incondicional

TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN

La proporcionalidad es uno de los escasos conceptos matemáticos ampliamente difundido en la población. Esto se debe a que es en buena medida intuitivo y de uso muy común, aplicable a una gran variedad de situaciones.

Personas con bajo nivel de escolaridad inclusive, son capaces de intuir relaciones proporcionales entre variables y resolver problemas llamados comúnmente de regla de tres.

Este conocimiento intuitivo sobre variación proporcional debe sistematizarse en el transcurso de la Educación Básica y alcanzar niveles que permitan al alumno distinguir la variación proporcional directa de la inversa, representar la información proporcionada en un problema, en una tabla y su consecuente análisis para la resolución del mismo, dada una gráfica identificar el tipo de variación a que corresponde y asociar adecuadamente una gráfica con la expresión algebraica que la representa y viceversa.

Los temas que pueden ser abordados a través de los conceptos de proporcionalidad son presentados en el contexto escolar, en diferentes momentos a lo largo de los 3 años de la Secundaria no solo en la asignatura de Matemáticas, sino también en las asignaturas de Física, Química, Biología y Geografía principalmente. Estudios realizados con relación al desarrollo del pensamiento proporcional concluyen que este se consolida en la Secundaria para algunas personas, pero para otros hasta casi concluir el Bachillerato. Esta conclusión se corrobora en la realidad, en los niveles de Secundaria y Bachillerato los alumnos presentan dificultad para interpretar un problema o una relación entre variables en términos de proporcionalidad, por lo que se aprecia la necesidad de enriquecer la experiencia escolar con una propuesta que contribuya a lograr un mejor nivel por parte de los alumnos en cuanto a interpretación del tema de proporcionalidad y sus representaciones tabular, gráfica y algebraica.

El presente trabajo nace precisamente de la idea de presentar al alumno los temas de proporcionalidad vistos a lo largo de los tres años de Secundaria a través de una Propuesta de Intervención Pedagógica que constará de 12 secuencias didácticas, diseñadas con el propósito de ser abordadas de manera continua en 18 sesiones de clase, cuando el alumno se encuentre por concluir el tercer grado de Secundaria, con el propósito de lograr una visión inclusiva, una vinculación entre temas aparentemente inconexos y una mayor profundidad en cuanto a la organización de la información , su representación y aplicación en la resolución de problemas que impliquen una variación proporcional. El diseño de las secuencias didácticas se sustentará en la Teoría de las Situaciones Didácticas y se hará énfasis en el uso de la Tecnología, usando los programas Inventor Geométrico, Cabri y Excel.

La Propuesta de Intervención Pedagógica (PIP) se implementará en el grupo de 3° D (grupo experimental) del turno matutino de la Escuela Secundaria General No. 2 de Yahualica, Jalisco, de la generación 2009-2012, el grupo de 3°C de la misma institución, generación y turno será el grupo control. Se aplicará a ambos grupos un examen previo a la aplicación de la propuesta y uno posterior, con la información que de ellos se obtenga se realizará un análisis estadístico para valorar la efectividad de la propuesta, se enriquecerá la conclusión con las observaciones y registros de clase, notas de campo, rúbricas y otros exámenes de que se aplicarán a los alumnos.

.: SÓLO PARA CONSULTA :.

CAPÍTULO 1

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Antecedentes

En la situación actual el maestro enfrenta múltiples problemáticas, los resultados de las pruebas estandarizadas nos revelan niveles de aprovechamiento escolar exageradamente bajos, los docentes contamos con escaso o nulo apoyo de un buen número de padres de familia, los alumnos cuentan con poderosos distractores, que hacen ver insignificante a la actividad escolar. Ante esta panorámica la respuesta del maestro no debe ser otra que la de prepararse, asumir una actitud crítica para investigar su propia práctica, diseñar y aplicar propuestas didácticas interesantes, con sentido para los estudiantes, que permitan el apoyo entre iguales mediante el trabajo colaborativo, que favorezcan el desarrollo de competencias para la interpretación, producción y comunicación de la información, así como la argumentación y la validación de procesos y resultados.

El legado de experiencias con las que un maestro cuenta es muy rico, cuando abordamos un tema, sabemos de antemano en que van a tener dificultad nuestros alumnos, cuáles serán las preguntas obligadas, que actividades deberán ser las introductorias, cuales conviene proponer después, qué contenidos mínimos conviene abordar, cuales conviene tener muy presente por su aplicabilidad en temas posteriores, etc., un foco de atención para los maestros es la sistematicidad en cuanto al manejo de esa gran cantidad de información con la que contamos, por comodidad o por economía de tiempo, preferimos aplicar secuencias de aprendizaje estandarizadas, más que diseñar las propias o rediseñar a conciencia las que oficialmente se sugieren, que en ocasiones sólo son cortadas para adaptarlas a los tiempos o a las condiciones de los grupos escolares. Se requiere que el trabajo del docente sea más fuerte en cuanto a investigación y diseño de secuencias de aprendizaje.

Analizando uno a uno los reactivos de los exámenes estandarizados, nos damos cuenta de que en prácticamente todos los temas, los alumnos dan muestras de no contar con las competencias que les permitan poner en juego los conocimientos con que cuentan, para resolver las situaciones problemáticas propuestas y en concreto los temas relativos a proporcionalidad no son la excepción.

Se tomó la decisión de hacer un análisis de los conceptos de Proporcionalidad, por la gran cantidad de problemas que el alumno se encontrará en posibilidad de poder resolver si interpreta el tema adecuadamente y porque los resultados de los exámenes estandarizados revelan que no obstante haber sido abordados en el aula dichos temas, los alumnos no son capaces de transferir los conocimientos y aplicarlos en la solución de problemas.

En concreto se hizo la revisión de dos grupos de mi centro de Trabajo: La Escuela Secundaria General No. 2, “Manuel Ávila Camacho de Yahualica, Jal., dichos grupos fueron 2º C y 2º D, se elaboraron las tablas siguientes de acuerdo a lo contestado en los exámenes de Enlace del ciclo escolar 2010-2011.

Los datos fueron obtenidos de la página http://www.enlace.sep.gob.mx/, en Tabla 1.1 se encuentra el concentrado de los dos grupos, en las Tablas 1.2 y 1.3, el concentrado se realizó de manera que se encuentran contabilizados cuantos alumnos contestaron acertadamente cada reactivo y los reactivos se encuentran ordenados de acuerdo al tema. Se añadió además en la parte inferior la misma información expresada en porcentaje de alumnos y el porcentaje que como grupo acertó un determinado reactivo.

Además de Análisis de la Información y Representación de la Información se incluyeron los temas de Formas Geométricas, Medida y Transformaciones porque en algunos de los reactivos de estos temas se incluyen temas de proporcionalidad.

Tabla 1.1

	PORCENTAJE DE ALUMNOS QUE CONTESTARON ACERTADAMENTE LOS REACTIVOS CORRESPONDIENTES A CADA TEMA	
	3º C	3º D
ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	46.2 %	48.8 %
FORMAS GEOMÉTRICAS	54.3 %	52.2 %
MEDIDA	48.2 %	48.5 %
REPRESENTACIÓN DE LA INFORMACIÓN	48.3 %	47.5 %
TRANSFORMACIONES	53.7 %	47.7 %
PROMEDIO	50.14 %	48.94

TABLA 1.2

RESULTADOS DEL GRUPO DE 2°C												
Tema	**Preguntas Acertadas**											
	Número de pregunta											
	021	**030**	**070**	**103**	**112**							
Análisis de la Información	18	17	27	6	24							
	45 %	43 %	68 %	15 %	60 %							
46.2 %												
	017	**018**	**026**	**027**	**056**	**057**	**067**	**068**	**099**	**100**	**108**	**109**
Formas Geomé-tricas	33	20	9	19	22	32	28	38	8	21	12	18
	83 %	50 %	23 %	48 %	55 %	80 %	70 %	95 %	20 %	53 %	30 %	45 %
54.3 %												
	019	**058**	**069**	**101**	**102**	**110**						
Medida	12	25	9	18	25	26						
	30 %	63 %	23 %	45 %	63 %	65 %						
48.2%												
	031	**032**	**033**	**060**	**061**	**062**	**071**	**072**	**073**	**104**	**113**	**114**
Representación de la Informa-ción	23	18	31	15	34	10	26	13	16	14	9	22
	58 %	45 %	78 %	38 %	85 %	25 %	65 %	33 %	40 %	35 %	23 %	55 %
48.3%												
	020	**059**	**111**									
Transformacio-nes	23	19	22									
	58 %	48 %	55 %									
53.7%												

TABLA 1.3

RESULTADOS DEL GRUPO DE 2°C												
Tema	**Preguntas Acertadas**											
	Número de pregunta											
	021	**030**	**070**	**103**	**112**							
Análisis de la Información	16	19	37	5	23							
	39 %	46 %	90 %	13 %	56 %							
48.8%												
	017	**018**	**026**	**027**	**056**	**057**	**067**	**068**	**099**	**100**	**108**	**109**
Formas Geomé-tricas	25	22	12	16	26	29	28	37	11	25	7	20
	61 %	49 %	29 %	39 %	65 %	71 %	68 %	90 %	27 %	61 %	17 %	49 %
52.2%												
	019	**058**	**069**	**101**	**102**	**110**						
Medida	7	31	12	18	22	29						
	17 %	76 %	29 %	44 %	54 %	71 %						
48.5%												
	031	**032**	**033**	**060**	**061**	**062**	**071**	**072**	**073**	**104**	**113**	**114**
Representación de la Informa-ción	26	24	33	15	34	14	28	9	12	18	5	16
	63 %	58 %	80 %	37 %	83 %	34 %	68 %	22 %	29 %	44 %	13 %	39 %
47.5%												
	020	**059**	**111**									
Transformacio-nes	24	16	19									
	58 %	39 %	46 %									
47.7%												

De acuerdo a los niveles de logro prácticamente en todos los temas se encuentran los grupos en el nivel de elemental, todos ellos con calificación reprobatoria.

Como se aprecia los grupos C y D de los que se concentraron los resultados, son similares en cuanto a puntajes obtenidos. En ambos grupos se cuenta con muy buenos alumnos pero también hay aproximadamente 10 alumnos en cada grupo para los que la materia de matemáticas es difícil comprensión y no es fácil motivarlos. En general los alumnos provienen de familias funcionales, son de nivel socioeconómico medio y los problemas que presentan son los que comúnmente vemos en los adolescentes de secundaria: desmotivados para el trabajo, trabajando con la ley del mínimo esfuerzo, muy interesados en la música, el deporte, el juego, las relaciones interpersonales, etc., que si bien no son nocivas, son fuertes distractores que no favorecen el aprovechamiento escolar.

En la propuesta que se pretende implementar el grupo de 3º D será el grupo experimental y el grupo de 3º C será el grupo control.

.: SÓLO PARA CONSULTA :.

1.2 Justificación

En los planes de estudio de las últimas tres reformas educativas, la variación proporcional ha sido un tema obligado, pero a mi juicio, muy acertadamente en el Plan de estudios 2006, y su reestructuración realizada en el 2011, el tema es abordado en diferentes momentos y con diferentes grados de complejidad, sugiriendo en la utilización de factores de proporcionalidad: números enteros, fraccionarios y decimales, insistiendo en el paso de los procedimientos personales a los procedimientos expertos y con aplicabilidad en muy diferentes tipos de problemas.

Con la reestructuración del Plan de Estudios de Educación Básica se cuenta con documentos en los que se muestra la articulación entre los niveles de Educación Primaria y Secundaria. Los programas de matemáticas en concreto se organizaron en 10 temas y a través de la Tabla 1.4 siguiente, se muestra la forma como es presentado el tema de proporcionalidad en el esquema de Educación Básica:

TABLA 1.4

<table>
<tr><th>T</th><th>G</th><th>CONTENIDOS</th><th>APRENDIZAJES ESPERADOS</th><th>ESTÁNDARES</th></tr>
<tr><td rowspan="9">PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES</td><td rowspan="3">5°.</td><td>5.1.8 Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).</td><td rowspan="3">Resuelve problemas de valor faltante en los que la razón interna o externa es un número natural.</td><td rowspan="9">Calcula porcentajes y utiliza esta herramienta en la resolución de otros problemas, tales como la comparación de razones.</td></tr>
<tr><td>5.2.7 Identificación y aplicación del factor constante de proporcionalidad (con números naturales) en casos sencillos.</td></tr>
<tr><td>5.3.8 Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (suma término a término, cálculo de un valor intermedio, aplicación del factor constante).</td></tr>
<tr><td rowspan="6">6°.</td><td>5.5.7 Relación del tanto por ciento con la expresión “n de cada 100”. Relación del 50%, 25%, 20%, 10% con las fracciones 1/2, 1/4, 1/5, 1/10, respectivamente.</td><td rowspan="3">Calcula porcentajes e identifica distintas formas de representación (fracción común, decimal, %).</td></tr>
<tr><td>6.1.7 Cálculo del tanto por ciento de cantidades mediante diversos procedimientos (aplicación de la correspondencia “por cada 100, n”, aplicación de una fracción común o decimal, uso del 10% como base).</td></tr>
<tr><td>6.2.4 Resolución, mediante diferentes procedimientos, de problemas que impliquen la noción de porcentaje: aplicación de porcentajes, determinación, en casos sencillos, del porcentaje que representa una cantidad (10%, 20%, 50%, 75%); aplicación de porcentajes mayores que 100%.</td></tr>
<tr><td>6.3.6 Comparación de razones en casos simples.</td><td rowspan="3">Resuelve problemas que implican comparar dos o más razones.</td></tr>
<tr><td>6.4.7 Comparación de razones del tipo “por cada n, m”, mediante diversos procedimientos y, en casos sencillos, expresión del valor de la razón mediante un número de veces, una fracción o un porcentaje.</td></tr>
<tr><td>6.5.6 Resolución de problemas de comparación de razones, con base en la noción de equivalencia.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>T</th><th>G</th><th>CONTENIDOS</th><th>APRENDIZAJES ESPERADOS</th><th>ESTÁNDARES</th></tr>
<tr><td rowspan="11">PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES</td><td rowspan="6">7°.</td><td>7.1.8 Resolución de problemas de reparto proporcional.</td><td rowspan="6">Resuelve problemas de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante”, en los que la razón interna o externa es un número fraccionario.</td><td rowspan="11">Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, tales como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.</td></tr>
<tr><td>7.2.7 Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos contextos, con factores constantes fraccionarios.</td></tr>
<tr><td>7.3.6 Formulación de explicaciones sobre el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas.</td></tr>
<tr><td>7.4.4 Análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios.</td></tr>
<tr><td>7.4.5 Análisis de los efectos del factor inverso en una relación de proporcionalidad, en particular en una reproducción a escala.</td></tr>
<tr><td>7.5.6 Resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.</td></tr>
<tr><td rowspan="5">8°.</td><td>8.1.6 Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, tales como aplicar un porcentaje a una cantidad, determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa.</td><td rowspan="2">Resuelve problemas que implican el cálculo de porcentajes o de cualquier término de la relación: Porcentaje = cantidad base × tasa. Inclusive problemas que requieren de procedimientos recursivos.</td></tr>
<tr><td>8.1.7 Resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos.</td></tr>
<tr><td>8.2.6 Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos.</td><td rowspan="3">Identifica, interpreta y expresa relaciones de proporcionalidad directa o inversa, algebraicamente o mediante tablas y gráficas.</td></tr>
<tr><td>8.3.6 Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad $y = kx$, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación.</td></tr>
<tr><td>8.4.4 Análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano.</td></tr>
</table>

T	G	CONTENIDOS	APRENDIZAJES ESPERADOS	ESTÁNDARES
PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES	**9°.**	8.4.5 Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma: $y = ax + b$.	Lee y representa, gráfica y algebraicamente, relaciones lineales y cuadráticas.	Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.
		8.5.5 Lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos.		
		8.5.6 Análisis de los efectos al cambiar los parámetros de la función $y = mx + b$, en la gráfica correspondiente.		
		9.1.4 Análisis de representaciones (gráficas, tabulares y algebraicas), que corresponden a una misma situación. Identificación de las que corresponden a una relación de proporcionalidad.		
		9.1.5 Representación tabular y algebraica de relaciones de variación cuadrática, identificadas en diferentes situaciones y fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas		
		9.3.5 Lectura y construcción de gráficas de funciones cuadráticas para modelar diversas situaciones o fenómenos.		
		9.3.6 Lectura y construcción de gráficas formadas por secciones rectas y curvas que modelan situaciones de movimiento, llenado de recipientes, etcétera.		
		9.4.6 Cálculo y análisis de la razón de cambio de un proceso o fenómeno que se modela con una función lineal. Identificación de la relación entre dicha razón y la inclinación o pendiente de la recta que la representa.		
		9.5.5 Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.		

Adentrarse en el estudio de los temas de proporcionalidad es relevante dada su aplicabilidad en muy diversos problemas. Existen testimonios de que su estudio es tan antiguo como la humanidad misma, en fuentes egipcias como son los papiros Rhind o Golenischev o en algunas tablillas de arcilla de los pueblos babilónicos, son planteados problemas de reparto proporcional.

Las primeras inferencias sobre proporcionalidad aparecen a muy temprana edad, niños en edad de Preescolar y aún más pequeños, en cuanto conocen el valor del dinero, concluyen que a mayor cantidad de dinero tengan, mayor cantidad de golosinas o juguetes pueden comprar. Todos conocemos personas con nivel de escolaridad que pudiera ser ni de de Primaria concluida, calculan porcentajes del 10%, el 20%, el 25%, el 50 %, el 75% con suma facilidad. En los casos de porcentajes del 26% por ejemplo realizan una estimación, entendiendo que se trata de un poco más de la cuarta parte de la cantidad en cuestión.

En lugares donde es muy común el cambio de dólares, las personas realizan estimaciones muy cercanas a la realidad ya conociendo el precio de la divisa. Los campesinos realizan cálculos sobre la cantidad de semilla, fertilizante, herbicida, etc., que se necesitarán para sembrar una determinada superficie. Las amas de casa estiman la cantidad de ingredientes necesarios para preparar lo doble o lo triple de raciones de comida…en fin, el razonamiento proporcional está presente en un sin número de situaciones cotidianas y es usado por niños, jóvenes, personas de todas las edades y con diferentes niveles académicos. De forma que podemos afirmar categóricamente que todos contamos con un precedente sobre el tema, de acuerdo con lo arrojado por investigaciones relativas al razonamiento proporcional es muy probable que en su mayoría las personas se encuentren en el nivel del lenguaje cotidiano y con el estudio sistemático del tema, se estará en posibilidad de avanzar hacia los niveles del lenguaje gráfico y el lenguaje formal.

En el programa de estudios se requieren los conceptos de proporcionalidad en temas no solo de Proporcionalidad y Funciones, sino también en el de Análisis y Representación de Datos, Nociones de Probabilidad, Medida, Figuras y Cuerpos y Problemas Multiplicativos entre otros, los conceptos de semejanza, razones entre el lado de un cuadrado y su perímetro, conversiones de unidades de cualquier tipo, de tiempo, de longitud, de superficie, de volumen, de presión, etc. requieren para su comprensión del concepto de proporcionalidad.

El tema de proporcionalidad es importante además en el estudio de las ciencias, en Física por ejemplo el maestro deberá diseñar estrategias para lograr que los alumnos interpreten, a través de expresiones matemáticas las relaciones entre las variables que determinan un fenómeno.

Dada una ley expresada en lenguaje ordinario, por ejemplo: “La intensidad de la corriente eléctrica es directamente proporcional al voltaje e inversamente proporcional a la resistencia del material”, se requiere que el alumno se encuentre en posibilidad de poder traducir dicha expresión en una fórmula matemática. Y por supuesto también se requiere el proceso inverso, esto es que dada una fórmula matemática el alumno interprete la relación que guarden entre sí las variables involucradas.

Lograr que el alumno se encuentre en posibilidad de realizar lo que se acaba de mencionar, implica un camino largo, que da inicio precisamente desde muy temprana edad y se va enriqueciendo con la actividad escolar, las experiencias cotidianas y por supuesto los esquemas de razonamiento que al paso de los años se van consolidando en el estudiante.

La práctica corrobora la teoría y efectivamente es entre la Secundaria y el Bachillerato que los alumnos logran consolidar los esquemas de pensamiento que les permiten tener éxito en la interpretación y la realización de tareas de razonamiento proporcional. En algunos alumnos se aprecia que a temprana edad no muestran dificultades en la comprensión del tema, mientras que otros muestran dificultad y algunos inclusive casi por concluir el Bachillerato continúan mostrando deficiencias en la interpretación de situaciones de proporcionalidad.

Existen investigaciones que pueden servir como referente al presente trabajo, relativas a como el estudiante accede a los temas de proporcionalidad, de cómo se da el paso del razonamiento proporcional cualitativo al cuantitativo, la edad en que teóricamente el alumno cuenta con las estructuras del pensamiento que le permiten resolver problemas de proporcionalidad y como la proporcionalidad inversa se constituye en una “ruptura” del pensamiento proporcional, particularmente en los contextos gráfico y aritmético.

1.3 Reconocimiento de la situación problemática

Aún cuando los temas de proporcionalidad son abordados en los momentos que el programa de estudios especifica, aprecio un buen número de situaciones que seguramente serán las que determinan que el alumno no sea capaz de transferir y aplicar en una situación problemática los conceptos vistos:

- ✓ Los alumnos cuentan con procedimientos personales muy arraigados, que difícilmente dejarán de usar.
- ✓ El alumno no le ve utilidad a emplear formas sistemáticas de organizar la información, puesto que cataloga sus métodos como más simples y que le permiten encontrar información válida con economía de tiempo.
- ✓ Cuando se le recomienda emplear razones y proporciones, lo hace por cumplir, pero en general si se le da a escoger, no emplea ese método de resolución. De ordinario prefiere obtener valores unitarios y a partir de ahí hacer cálculos.
- ✓ En general a la elaboración de tablas y gráficas no les encuentra sentido.
- ✓ Cuando el alumno identifica un problema de proporcionalidad, de primera intención, sin mucho reflexionar pretende resolverlo como si fuera de variación directa. En ocasiones encuentra el resultado y no se preocupa por preguntar si es o no un resultado lógico. Lo percibe cuando se le cuestiona sobre la validez del mismo, en ocasiones tarda en captar el error.
- ✓ De acuerdo a mi experiencia laboral no identifico que la proporcionalidad inversa constituya una “ruptura” del pensamiento proporcional, como lo señalan algunos textos, pero si considero importante que el alumno de manera sis-

temática, ante una situación de proporcionalidad, realice el análisis de las variables y determine las condiciones que permiten asegurar cuando una variación es directa o inversa.

- ✓ En ocasiones los maestros manejamos ejemplos que la experiencia nos indica que son apropiados para el abordaje de un tema específico, en ocasiones se requiere variedad o experimentar con nuevos ejemplos. En la bibliografía consultada me encontré con propuestas que me parecieron muy interesantes, como es:
  a) El "caso de Paulina" en que se proponen favorecer el paso del pensamiento proporcional cualitativo al cuantitativo mediante secuencias de actividades relativas a figuras semejantes empleando papel cuadriculado.
  b) Y un modelo descrito en el artículo: ***Reversibility of thought: An instance in multipplictive tasks***, para el estudio de la variación proporcional inversa, en la que sugiere "El principio de momentos", estableciendo equivalencias empleando diferentes valores de fuerzas y brazos de palanca. Presentando este modelo la ventaja de logran además de la comprensión del tema, algo que el programa sugiere de manera permanente: la vinculación entre las diversas asignaturas de la currícula.

- ✓ En mi práctica comúnmente empleo de inicio problemas a través de los cuales el alumno puede dar las respuestas casi de inmediato, pues las operaciones aritméticas que debe realizar son muy simples, pero aprecio que cuando los problemas involucran operaciones aritméticas cuya resolución se complica por ser las cantidades mas grandes o emplear números decimales o fraccionarios, el alumno fácilmente se rinde y desiste de la solución. Requiriendo en este caso el uso inteligente de la calculadora pues es más importante que el alumno concentre energías en interpretar el problema, relacionar adecuadamente los datos, justificar los procedimientos empleados, valorar si el resultado encontrado es lógico, etc., que centrar la atención en la resolución de las operaciones aritméticas.

- ✓ Considero conveniente mencionar en este momento una reflexión de Santos (1997), pues considero que en ocasiones no tenemos cuidado con la selección de tareas y su importancia educativa.

En una crítica a la importancia que tradicionalmente se dan a las tareas intelectuales promovidas por la escuela, Santos Guerra señala que se dan en sentido inverso a su "importancia educativa".

IMPORTANCIA EDUCATIVA	TAREAS INTELECTUALES
8°	**MEMORIZACIÓN**
7°	**ALGORITMOS**
6°	**COMPRENSIÓN**
5°	**ANÁLISIS**
4°	**COMPARACIÓN**
3°	**CRÍTICA**
2°	**OPINIÓN**
1°	**CREACIÓN**

- ✓ Cuando los alumnos llegan de la Primaria a la Secundaria traen esquemas muy arraigados que es difícil erradicar, sobre todo porque los métodos que se sugieren en el nuevo nivel no los valoran como seguros, es común que el alumno pueda convertir km a m y segundos a horas pero si se le pide que convierta una cantidad expresada por ejemplo en km/h a m/seg, por lo regular no procede de manera correcta, pues en general quiere aplicar lo que llama regla de tres para todos los casos, sin razonar adecuadamente las relaciones entre las variables.

- ✓ En general un buen número de alumnos se queda con la idea de que "***si una de las variables aumenta y la otra también la variación es directa y que si una aumenta y la otra disminuye la variación es inversa"***. Por lo que es conveniente insistir en la interpretación de las relaciones $\frac{y}{x} = k$ y $(x)(y) = k$, así como en la representación gráfica, pues el alumno debiera concluir las limitaciones que en cuanto a validez tiene la citada afirmación.

- ✓ Para formalizar en el lenguaje de las ciencias es muy importante el estudio de la variación proporcional. Al estudiar un fenómeno, en el caso concreto de la Física que es mi referente obligado por ser una asignatura que imparto en Bachillerato, se insiste a los alumnos que analicen los factores que lo influyen, esto es las variables que lo determinan. Por ejemplo si la resistencia eléctrica de un material depende de la naturaleza del material, de la longitud, de la sección y de la temperatura, es necesario expresar dicha relación en lenguaje que involucre los términos de proporcionalidad directa o proporcionalidad inversa. Ofrece muchas ventajas que los alumnos se familiaricen con el empleo del lenguaje formal, uno de ellos que a mi juicio es muy importante es la posibilidad de acceso a bibliografía de la asignatura, pues de otra forma si el alumno sólo emplea el lenguaje coloquial, siempre tendrá necesidad que otra persona "le traduzca" el contenido de un texto científico. Y por supuesto la posibilidad de que dada una fórmula el alumno sea capaz de identificar las relaciones de proporcionalidad entre las variables. Cuando esto se logra si el alumno deja de ver a una fórmula como una receta sin sentido para pasar a visualizarla como una relación funcional entre variables.

- ✓ La formalización del lenguaje, de los procesos, la sistematicidad para la organización de los datos, a mi juicio pocos alumnos lo logran en el nivel de Secundaria. Conformándose en muchos casos con el empleo de procedimientos empíricos.

- ✓ Favorecerían los avances en cuanto a los niveles de comprensión de los alumnos si en el nivel de Secundaria en otras asignaturas, además de en matemáticas fueran abordados los temas de proporcionalidad de una manera más razonada y no como simples fórmulas o relaciones a aplicar, por ejemplo en el uso de escalas en Geografía, los datos empleados en Biología sobre medidas de microorganismos expresadas en diferentes unidades de longitud, en las leyes de Física y de Química, en la interpretación de tablas o gráficas sobre estudios de fenómenos o problemas sociales en Historia, en Cívica y

Ética. Sin duda que el estudio de situaciones en que se emplea el razonamiento proporcional es un conocimiento transversal que se aborda en más de una asignatura y como tal debiera ponderarse.

- ✓ En la vida cotidiana cuando se desea hacer el cálculo del costo de un cierto número de artículos, un descuento de acuerdo a un porcentaje, la cantidad de dinero a recibir al cambiar cierta cantidad de dólares, la cantidad de ingredientes para una comida según las raciones, etc. generalmente no requerimos de un cálculo exacto, una estimación del resultado es buena y es algo a lo que nuestros alumnos no dan importancia, emiten un resultado y parece que ahí terminara su compromiso, es común que al preguntarles si su resultado es o no lógico, relegan la responsabilidad al profesor, identificando entre las atribuciones del rol de este, la tarea de validar la respuesta. Creo que es una competencia a desarrollar que los alumnos, convendría que aún antes de empezar a realizar los cálculos para resolver un problema, estimen entre que intervalo de valores se encontrará la respuesta, con el propósito de dar sentido al resultado obtenido.

1.4 Propósitos de la investigación

Habiendo expuesto en la sección anterior la problemática detectada del porqué el alumno de Secundaria, no aplica adecuadamente los conceptos de proporcionalidad en la resolución de problemas. Se diseñará una secuencia didáctica para aplicarse a un grupo de Tercero de Secundaria, dicha secuencia incluirá actividades en que se:

- Favorezca el paso del pensamiento proporcional cualitativo al cuantitativo.
- Favorezcan la reflexión para determinar si se da la relación entre dos variables y si se trata de una variación es proporcional directa o inversa.
- Muestren ejemplos variados: conversiones de unidades de diferentes tipos de medidas, leyes de la Física, escalas, temas de semejanza: teorema de Tales, funciones trigonométricas, etc.
- Favorezcan el análisis de los resultados, preguntándose si es o no lógica una respuesta, cómo se interpreta. Así como inferir una respuesta, anticipar o estimar un resultado.
- Organice los datos en una tabla y en una gráfica. Y de manera inversa que deduzca a partir de una tabla o una gráfica de qué tipo de variación se trata.
- Empleen el Inventor Geométrico, el Programa Cabri y la hoja de cálculos de Excel para comprobar y graficar relaciones de proporcionalidad.

Además de las consideraciones anteriores se tendrá presente lo que el Plan de Estudios sugiere con relación al diseño de actividades:

> ***Diseñar actividades implica responder a cuestiones como las siguientes:***
> ***• ¿Qué situaciones resultarán interesantes y desafiantes para que los estudiantes indaguen, cuestionen, analicen, comprendan y reflexionen?***
> ***• ¿Cuál es el nivel de complejidad que se requiere para la actividad que se planteará y cuáles son los saberes que los alumnos tienen?***
> ***• ¿Qué aspectos quedarán a cargo de los alumnos y cuáles será necesario explicar para que puedan avanzar?***
> ***• ¿De qué manera pondrán en práctica la movilización de saberes para lograr los aprendizajes y qué desempeños los harán evidentes?***

Y por supuesto las sugerencias propias del campo formativo, Pensamiento matemático:

> ***"El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos puedan utilizarlo de manera flexible para solucionar problemas. De ahí que los procesos de estudio van de lo informal a lo convencional, tanto en términos de lenguaje como de representaciones y procedimientos. La actividad intelectual fundamental en estos procesos se apoya más en el razonamiento que en la memorización.***
> ***El énfasis de este campo se plantea con base en la solución de problemas, en la formulación de argumentos para explicar sus resultados y en el diseño de estrategias y sus procesos para la toma de decisiones. En síntesis, se trata de pasar de la aplicación mecánica de un algoritmo a la representación algebraica.***
> ***Esta visión curricular del pensamiento matemático busca despertar el interés de los alumnos, desde la escuela y a edades tempranas, hasta las carreras ingenieriles, fenómeno que contribuye a la producción de conocimientos que requieren las nuevas condiciones de intercambio y competencia a nivel mundial".***

Por lo que el propósito de la investigación podría expresarse de la siguiente manera:

"Diseñar y llevar a la práctica una secuencia de aprendizaje que permita al alumno identificar una relación de proporcionalidad, determinar de qué tipo es, adquirir competencias que le permitan organizar los datos en una tabla, llevarlos a una gráfica y aplicar los conceptos adquiridos en la resolución de problemas".

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

Muchos historiadores concuerdan en que el primer matemático fue el griego Thales de Mileto. Se cuenta que en las tierras del Nilo, los sacerdotes egipcios, poniéndolo a prueba, le preguntaron en cuánto estimaba la altura de la gran pirámide de Keops. Con la serenidad de un sabio, Thales respondió que, antes que estimarla, prefería medirla. Los egipcios, estupefactos, presenciaron la simple y maravillosas medición de Thales, quien, mediante un bastón y una proporción, logró rápidamente la proeza. (Agüero, 2011)

2.1 Proporcionalidad

La proporcionalidad es uno de los escasos conceptos matemáticos ampliamente difundido en la población. Esto se debe a que es en buena medida intuitivo y de uso muy común, aplicable a una gran variedad de situaciones.

De todos es conocido cómo personas con bajo grado de escolaridad, pueden calcular o estimar las proporciones por ejemplo de una receta de cocina si se requiere preparar la mitad o el doble de raciones; el pago que debe hacerse por dos productos, tres o diez del mismo precio; la cantidad de intereses a pagar por un capital que se presta al 2% o al 5 %, etc.

2.1.1 Antecedentes históricos

Los conocimientos matemáticos tienen su origen con la humanidad misma, los primeros registros de producción matemática se remontan a las grandes culturas de la Antigüedad, en las que se encuentra evidencia de temas relativos a proporcionalidad. Se hará referencia a continuación a los indicios en el estudio de temas de proporcionalidad entre las culturas egipcia, babilónica, china, hindú y griega.

Entre las fuentes escritas más antiguas de la **civilización egipcia** se encuentra el papiro Rhind, el cual da evidencia de problemas relativos a proporcionalidad. El papiro mide unos 6 m de largo por 33 cm de ancho. Representa la mejor fuente de información sobre matemática egipcia que se conoce. Escrito en hierático, consta de 87 problemas y su resolución. Se conoce muy poco sobre el objetivo del papiro, se cree que pudiera ser un documento con claras intenciones pedagógicas o un cuaderno de notas de un alumno. Aún cuando en su contenido aparecen errores, importantes en algunos casos, el documento es una guía de las matemáticas del Antiguo Egipto, pues es el mejor texto escrito en el que se revelan los conocimientos matemáticos: nos da información sobre cuestiones aritméticas básicas, fracciones, cálculo de áreas, volúmenes, progresiones, repartos proporcionales, reglas de tres, ecuaciones lineales y trigonometría básica.

El contenido del papiro Rhind, publicado por Richard J. Gillins en "Mathematics in the Time of the Pharaohs" se muestra en la Tabla 2.1:

TABLA 2.1

Problemas	**Descripción**
1 - 6	Reparto de 1,2,6,7,8 y 9 barras entre 10 hombres
7 - 20	Multiplicación de fracciones
21 - 23	Sustracción
24 - 29	Búsqueda de números (28 y 29) y ecuaciones resueltas por "regula falsi" (24 a 27)
30 - 34	Ecuaciones lineales más complicadas resueltas mediante divisiones.
35 - 38	Ecuaciones lineales más complicadas resueltas mediante la regla de la falsa posición
39 - 40	Progresiones aritméticas
41 - 46	Volúmenes
47	Tabla de fracciones de 1 hekat en fracciones ojo de Horus
48 - 55	Áreas de triángulos, rectángulos, trapecios y círculos
56 - 60	Pendientes, alturas y bases de pirámides
60 - 61B	Tabla de una regla para encontrar 2/3 de impares y fracciones unitarias

62	Peso de metales preciosos
63	Repartos proporcionales
64	Progresión aritmética
65	División proporcional de granos en grupos de hombres
69 - 78	Intercambios, proporción inversa, cálculos de "pesu"
79	Progresión geométrica
80 - 81	Tablas de fracciones ojo de Horus de grano en términos de hinu
82 - 84	Problemas, no claros, sobre cantidades de comida de gansos, pájaros y bueyes
85	Escritura enigmática. En el papiro aparece al revés.
86 - 87	Memorando de ciertas cuentas e incidentes, gran parte perdida.

Los problemas marcados en gris son relativos a problemas en los que de una forma u otra se abordan temas de proporcionalidad, cabe aclarar que los procedimientos empleados por los egipcios son eminentemente prácticos, emplean reglas que no justifican, algunas de ellas válidas y otras no, encuentran en muchas ocasiones resultados aproximados que toman como válidos, en algunos problemas llegan al resultado sin ser claro el proceso seguido, pero independientemente de esto, el papiro de Rhind representa una fuente de información valiosísima de los conocimientos de la matemática egipcia en sus orígenes.

Los pueblos babilónicos dejaron, en las tablillas de arcilla, clara evidencia de los conceptos matemáticos que manejaron en cuanto a Teoría de números, Álgebra y Geometría, en la Tabla 2.2, se muestra a manera de resumen de los temas por ellos abordados, apareciendo problemas en que realizaron cálculos sobre porcentajes y el empleo con suma facilidad del concepto de razón.

TABLA 2.2

Teoría de números	• **Sistema de numeración posicional en base 60** • **Fracciones sexagesimales** • **Las operaciones fundamentales** incluido el cálculo de raíces

	cuadradas • **Tablas de números**: multiplicar, inversos, cuadrados, cubos, raíces cuadradas y cúbicas, potencias sucesivas de un número (los primeros logaritmos) • **Ternas pitagóricas** • **Interpolación lineal**
Álgebra	• **Ecuaciones lineales** • **Sistemas de ecuaciones lineales** • **Ecuaciones de segundo grado** • **Algunas ecuaciones cúbicas**
Geometría	• **Áreas de figuras planas** • **Volumen del tronco de cono o de la pirámide** • **Triángulos rectángulos** • **La altura de un triángulo isósceles divide a la base en dos partes iguales** • **Obtención del apotema a partir de la cuerda y el radio de la circunferencia**

Durante mucho tiempo las matemáticas en **China** se desarrollaron de manera independiente a los demás pueblos de la Antigüedad, por razones principalmente de tipo geográfico. Su carácter fue diferente a la matemática griega por no presentar desarrollo axiomático y similar a la matemática egipcia y babilónica pues se encontraba motivada por la resolución de problemas prácticos.

Una de las fuentes que da evidencia de la matemática China es la obra conocida como **Los nueve capítulos del arte matemático**, quizá la obra de mayor influencia en todos los tiempos, en esta civilización. Este libro incluye 246 problemas sobre agrimensura, agricultura, ingeniería, impuestos, calculo, resolución de ecuaciones y propiedades de los triángulos rectángulos.

Llama la atención que se encuentran, al igual que en otros textos matemáticos chinos, una sorprendente mezcla de resultados exactos e inexactos, primitivos y sofisticados. Igual se dan reglas concretas para calcular el área de triángulos, rectángulos y trapecios, se resuelven problemas por reglas de tres, o bien en otros se encuentran raíces cuadradas e incluso cúbicas.

De manera muy simplificada se muestra en la Tabla 2.3 una breve descripción de cada uno de los nueve capítulos, en los que se aprecia en manejo de temas de proporcionalidad:

TABLA 2.3

NÚMERO DE CAPÍTULO	TÍTULO	TEMAS QUE ABORDA
CAPÍTULO I	"El campo de la medición"	Métodos para el cálculo de áreas de tierra
CAPÍTULO II	"De los cereales"	Problemas sobre proporciones (para el intercambio de los cereales, el mijo o de arroz)
CAPÍTULO III	"Distribución por porcentaje"	Problemas de distribución proporcional
CAPÍTULO IV	¿Qué ancho?	Cálculo de la longitud de un lado de una figura si se conoce el área o el volumen. Búsqueda de la raíz cuadrada o la raíz cúbica de un número
CAPÍTULO V	Las consultas de la construcción	Cálculo de las construcciones de figuras sólidas. Cálculo de su volumen
CAPÍTULO VI	Los impuestos justos	Cálculo de la distribución del grano y el trabajo.
CAPÍTULO VII	El exceso y la deficiencia	Uso del método de la posición falsa para resolver problemas "difíciles"
CAPÍTULO VIII	Las matrices rectangulares	Problemas de ecuaciones lineales simultáneas. Se introducen los conceptos de números positivos y negativos, así como las operaciones con dichos números.
CAPÍTULO IX	Triángulos	Problemas sobre triángulos rectángulos. Resolución de ecuaciones cuadráticas.

Entre los principales logros del tratado, *Nueve capítulos sobre el arte matemático*, pueden mencionarse los siguientes:

1. La elaboración de un tratamiento sistemático de las operaciones aritméticas con fracciones, 1.400 años antes que los europeos.

2. Tratar con diversos tipos de problemas en las proporciones, 1.400 años antes que los europeos.

3. La elaboración de métodos para la extracción de raíz cuadrada y raíz cúbica, que es muy similar al método de hoy, varios cientos de años antes que los matemáticos occidentales.

4. Desarrollo de soluciones para un sistema de ecuaciones lineales, alrededor de 1.600 años antes que los matemáticos occidentales.

5. Introducción a los conceptos de números positivos y negativos, más de 600 años antes que los de Occidente.

6. El desarrollo de una fórmula de solución general para los problemas de Pitágoras, 300 años antes que los de Occidente.

7. Poner las teorías de avance del cálculo de áreas y volúmenes de diferentes formas y figuras.

Las excavaciones arqueológicas de Mohenjo Daro dan evidencia que en la **India** floreció una civilización tan legendaria y majestuosa como la egipcia.

El origen de la geometría en la India es muy similar a la de Egipto, conformando un cuerpo de conocimientos denominados los *Sulvasutras o reglas de las cuerdas,* de origen eminentemente práctico, por la necesidad de medir la tierra, el diseño de templos y la medición y construcción de altares.

Los matemáticos hindúes fueron en general muy imaginativos, se interesaron más por el cálculo numérico que por el rigor deductivo, su fuerte fueron las operaciones aritméticas y la resolución de ecuaciones determinadas e indeterminadas, aunque no de manera muy formal introdujeron inclusive las raíces negativas. Se aprecia además que no conceden importancia a la distinción entre un resultado exacto o uno aproximado.

El Aryabhatiya, es una obra hindú que representa para la India un papel análogo a lo que representarían para Grecia los Elementos de Euclides, ambas son compilaciones de desarrollos anteriores, realizadas por un autor único, pero con diferencias muy marcadas.

Mientras que Los Elementos constituyen una síntesis estrictamente ordenada de matemática pura, expuesta con un alto nivel de abstracción y con un objetivo pedagógico evidente, el Aryabhatiya es una breve obra descriptiva escrita en 1232 estrofas métricas y desarrollada sin ninguna relación con la lógica o metodología deductiva. Igual habla de potencias de diez que de los métodos para calcular áreas de polígonos, las fórmulas para el caso del triángulo, el círculo y el trapecio, correctas, pero fórmulas que generalizan para calcular el área de cualquier polígono, incorrectas, lo mismo con aquellas con las que pretenden calcular el volumen de una pirámide o de una esfera.

Una parte típica del Aryabhatiya es la que trata de progresiones aritméticas, la cual contiene reglas para calcular la suma de los términos de una progresión, y también para hallar el número de términos de una progresión conocido el primer término, la diferencia y la suma de todos los términos.

Y por demás típica la forma de cómo resolver una regla de tres:

“Multiplica el fruto por el deseo y divide por la medida. El resultado será el fruto del deseo”.

Que corresponde desde luego a la regla bien conocida que nos dice que si:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \qquad \rightarrow \; \mathrm{X} = \frac{bc}{a}$$

donde a es ‘la medida’, b ‘el fruto’, c ‘el deseo’ y x ‘el fruto del deseo’, a los que hace referencia el texto hindú.

Lo relevante del Aryabhatiya es que aparece en ella un elemento nuevo que habría de dejar una huella permanente en la matemática de las generaciones futuras: el sistema de numeración decimal posicional.

La raza helena, surgida probablemente de la fusión de las poblaciones egeas con los invasores aqueos llegados de Europa Central al final de la Edad de Bronce, es una raza extraordinariamente dotada: curiosa, inteligente, intuitiva y artista, sensible sobre todo a la invisible realidad de las formas inteligibles de la naturaleza, el arte, las costumbres y las leyes. Esta raza de hombres dedicada a la búsqueda de la verdad en todas sus formas, fomentó una atmósfera de racionalismo en la que, desde el siglo VI a. C., los hombres se preocuparon no sólo por investigar “el cómo”, sino sobre todo de establecer “el porqué”.

Continúa siendo un misterio y siempre es actual la pregunta: ¿De qué manera tomó forma la ciencia deductiva de los griegos y por qué estos rechazaron el aspecto empírico de las cuestiones y no aceptaron más que el rigor matemático basado en un conocimiento teórico antes que práctico?

Grecia catalogada como la cuna de la civilización occidental vio el nacimiento de ciencias como la filosofía, la astronomía, la medicina y las matemáticas, entre otras y el florecimiento de las artes y otras disciplinas afines como la arquitectura, la escultura, la literatura y la oratoria.

La aportación matemática de Grecia al mundo, fue muy basta, proliferaron los matemáticos y la producción de conocimientos.

La Teoría de las proporciones nace con los pitagóricos, en fechas que no pueden precisarse con exactitud, teoría que se cimbraría con el descubrimiento de las cantidades inconmesurables. Pero puede asegurarse que es con Eudoxo de Cnido (4087-355 a.C.), con quien se consolida dicha teoría que se expone en el libro V de los Elementos de Euclides.

Eudoxo hace extensiva la Teoría de las proporciones tanto a cantidades conmesurables como inconmesurables. Precedida sólo por cuatro definiciones sobre la naturaleza de las razones y sobre las magnitudes entre las que existe una razón, la célebre formulación de Eudoxo es la siguiente:

"La razón entre magnitudes es la misma, entre la primera y la segunda y entre la tercera y la cuarta, si, de todo equimúltiplo de la primera y la tercera, y de todo equimúltiplo de la segunda y la cuarta, los primeros equimúltiplos son mayores, iguales, o más pequeños que los últimos equimúltiplos considerados en el orden correspondiente".

Así $\frac{x}{z} = \frac{m}{n}$ si, dados a y b enteros, siempre que $ax < bz, \rightarrow am < bn$, ó si $ax = bz \rightarrow am = bn$, o si $ax > bz \rightarrow am > bn$. Esta definición tiene la ventaja de ser aplicable, no solo a números, sino también a elementos geométricos.

En el Libro VII de los Elementos de Euclides se encuentran numerosas proposiciones relativas a propiedades de las proporciones, como las siguientes:

1) Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

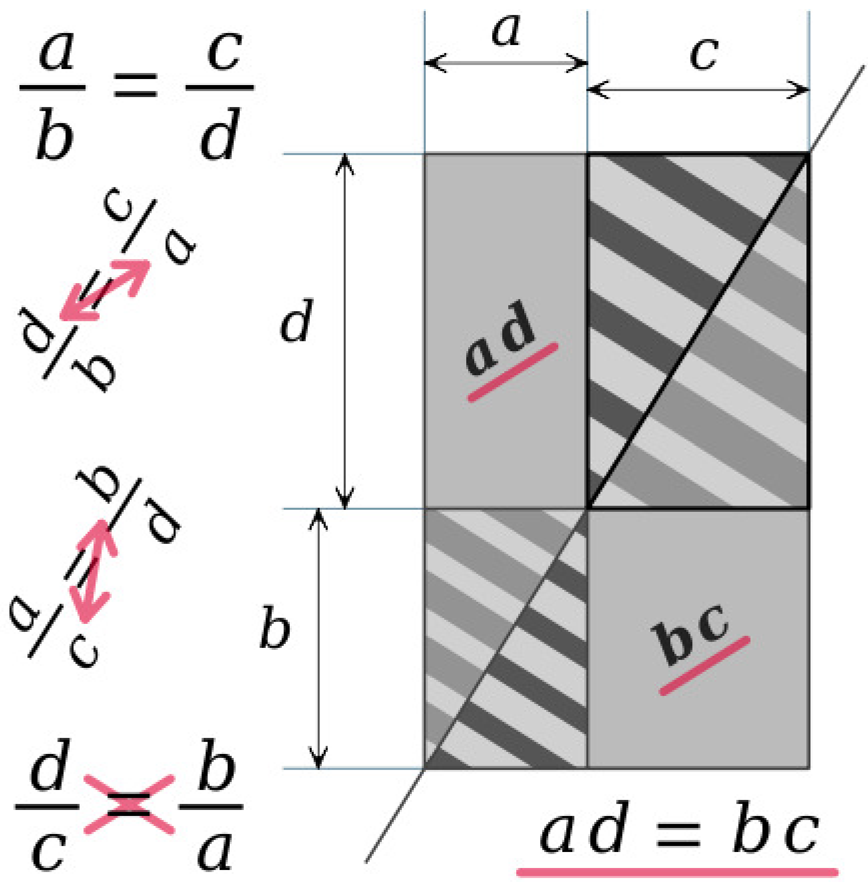
2) Si $\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$ y $\frac{b}{c} = \frac{e}{f}$ **,** entonces $\frac{a}{c} = \frac{d}{f}$

3) Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

4) Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, *entonces* $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

5) Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, *entonces* $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

Existen también interpretaciones gráficas de una proporción, como la siguiente:



2.1.2 Conceptos, definiciones y propiedades

En los textos de matemáticas, al abordarse el tema de razones y proporciones es común encontrar información en un orden en cierta forma predecible, iniciando con las definiciones de razón y de proporción:

Razón es una comparación entre dos magnitudes “a” y “b”, dicha comparación puede realizarse a través de una resta o de una división, cuando la comparación se realiza a través de la resta, la razón se conoce como razón aritmética, así la razón aritmética entre “a” y “b” es “a – b”, si la comparación se realiza a través de una división la razón se conoce como razón geométrica y se expresa como $\frac{a}{b}$ y se lee “a” sobre “b”, “a” entre “b”, aunque también puede expresarse como se *a:b*, que se lee como *"a* es a *b".*

Cuando en matemáticas se habla de una razón generalmente se alude a una razón geométrica, por lo que simplemente emplearemos a continuación el término razón. Puesto que la razón entre dos cantidades será un cociente entre las mismas, dicho cociente podrá encontrase indicado o resuelto.

Una razón puede ser adimensional si las dos magnitudes que se comparan están expresadas en las mismas unidades. Pero la razón pudiera quedar expresada con dos unidades diferentes por ejemplo 50 g/ ml.

Al numerador de una razón se le conoce también como **antecedente**.

Al denominador de una razón se le conoce como **consecuente**.

Se denomina **proporción** a la igualdad de dos razones.

En una proporción, el primero y cuarto término de la proporción reciben el nombre de **extremos** y el segundo y tercer término reciben el nombre de **medios**.

EXTREMO → 7 · MEDIO → 11 · 14 ← MEDIO · 22 ← EXTREMO

$$\frac{7}{11} = \frac{14}{22}$$

Se denomina proporción continua a una proporción que tiene dos medias iguales:

$$\frac{a}{b} = \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{c}}$$

Una magnitud que forma con otras tres magnitudes dadas, una proporción es la **cuarta proporcional** de las tres magnitudes dadas.

La cuarta proporcional de 20, 16 y 80 es x, en la proporción:

$$\frac{20}{16} = \frac{80}{\mathrm{x}}$$

Uno de los extremos en una proporción continua se denomina **tercera proporcional.**

La tercera proporcional de 8 y 12 es x, en la proporción:

$$\frac{8}{12} = \frac{12}{\mathrm{x}}$$

Uno de los medios en una proporción continua se denomina **media proporcional**.

La media proporcional de 8 y 12 es x, en la proporción:

$$\frac{8}{x} = \frac{\mathrm{x}}{12}$$

Es común mostrar después de las definiciones algunas de las propiedades más importantes de las proporciones:

A) Teorema Fundamental

En toda Proporción se cumple que el producto de Medios es igual al producto de Extremos.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

B) Otras Propiedades

Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, entonces:

a) Alternar Extremos: $\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$

b) Alternar Medios: $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

c) Permutar: $\frac{c}{d}=\frac{a}{b}$

d) Invertir: $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$

e) Componer respecto al Antecedente y Consecuente respectivamente:

$$\frac{a+b}{a}=\frac{c+d}{c} \qquad \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$$

f) Descomponer respecto al Antecedente y Consecuente respectivamente:

$$\frac{a-b}{a}=\frac{c-d}{c} \qquad \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$$

g) Componer y descomponer a la vez:

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$$

h) Serie de Razones:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\ldots\ldots=\frac{x}{y} \qquad \frac{a+c+e+\ldots\ldots}{b+d+f+\ldots\ldots}=\frac{x}{y}$$

En el estudio de porcentajes, escalas, las razones trigonométricas, semejanza en general, en la cuantificación de fenómenos y para expresar matemáticamente la relación entre variables, los temas de proporcionalidad están presentes.

Es común en el contexto escolar estudiar tipos de variaciones como las que se expresan en las tablas siguientes:

x	y
1	7.5
2	15
3	22.5
4	30
8	60

x	y
-2	-1
-1	2
0	5
1	8
2	11

x	y
1	40
2	20
8	5
10	4
20	2

En la primera de ellas se cumple que $\frac{y}{x}$ = k, su representación gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas y es una relación conocida como ***"variación proporcional directa" o "variación directamente proporcional".***

En la segunda de las tablas se aprecia también una relación de proporcionalidad, por cada unidad que varía "**x**" se aprecia una variación en "**y**" de 3 unidades, su representación gráfica es también una recta, pero no pasa por el origen de coordenadas. La expresión matemática se asocia a la ecuación de la recta y = m x+ b.

En la tercera de las tablas se cumple que xy=k, la representación gráfica es una rama de una hipérbola y es una relación conocida como **“variación proporcional inversa” o “variación inversamente proporcional”.**

2.2 ¿Por qué estudiar matemáticas?

La teoría didáctica nos dice que el estudio de las matemáticas lo inspiran tres finalidades primordiales: una finalidad práctica porque a través de su estudio pueden resolverse un sin número de problemas de muy diversos ámbitos; se dice además que tiene una finalidad instrumental, pues los conocimientos adquiridos son base para la adquisición de nuevos conocimientos en el campo mismo de las matemáticas y tiene una finalidad formativa puesto que independientemente de si nos ayuda o no a resolver problemas de otras ciencias o bien son el eslabón para aspirar a conocimientos superiores; el estudio de las matemáticas disciplina y ordena, permitiendo a la mente acceder a estructuras cada vez más complejas del razonamiento y satisface en el individuo el deseo por saber o conocer.

Cuando se aborda en el salón de clase un conocimiento matemático, el profesor da por entendido que el valor formativo de la enseñanza de las matemáticas está presente y en cada uno de los alumnos se da en niveles diferentes de acuerdo su contexto, su formación previa, todo lo que antecede al momento escolar de presentar el tema.

Es más tangible “manipular” los aspectos práctico e instrumental de un tema, hacerlos evidentes al alumno e inclusive hasta justificar el porqué de su presencia en una currícula escolar.

En las Ciencias muchos conceptos de Física y Química son en realidad nombres dados a relaciones de proporcionalidad como: velocidad, aceleración, densidad, presión, concentraciones, dilataciones, Ley de Ohm. En las Ciencias Sociales conceptos como densidad de población, tasa de natalidad, lectura de mapas están también asociados con la proporcionalidad.

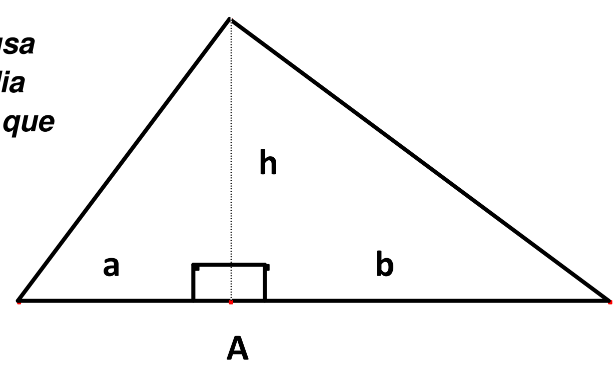
El razonamiento proporcional es un tipo de pensamiento que los estudiantes probablemente apliquen en su profesión y situaciones de la cotidianeidad. Por ejemplo se pueden encontrar proporciones en muchas situaciones: ampliando y reduciendo fotografías, fotocopias, modelos, mapas, comparación de precios, ofertas en las compras, tasas telefónicas, tasas de cambio de divisas, recetas, comparando probabilidades, inclinación de una colina, longitud de la sombra respecto al tamaño del objeto, gráficos y diagramas de información, consumo del coche, etc.

En resumen el razonamiento proporcional juega un importante papel en muchos escenarios del mundo real, razón por la cual podemos afirmar que este contenido matemático ofrece una riqueza especial para acercar las matemáticas "del aula" y las "del entorno"(Valverde, 2007).

Para la interpretación de un buen número de conocimientos matemáticos, se requieren los temas de proporcionalidad, he aquí algunos ejemplos de geometría:

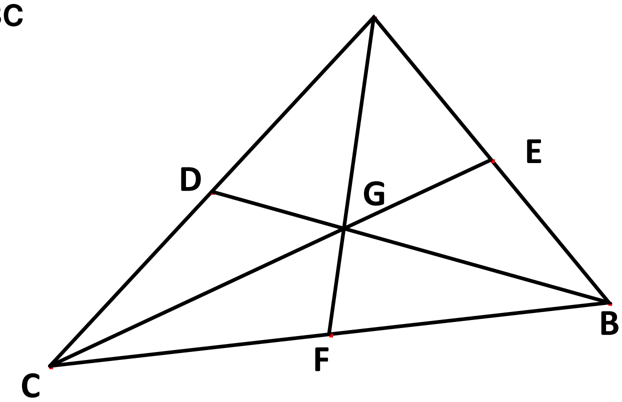
A) ***La altura trazada hacia la hipotenusa en un triángulo rectángulo es media proporcional entre los segmentos que determina***:

$$\frac{a}{h} = \frac{h}{b}$$



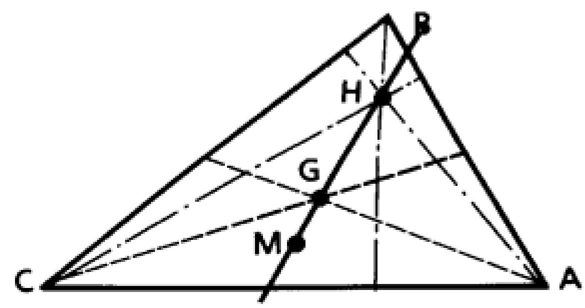
B) **G es el baricentro del △ ABC**

$$\frac{\overline{FG}}{\overline{GA}} = \frac{\overline{EG}}{\overline{GC}} = \frac{\overline{DG}}{\overline{GB}} = \frac{1}{2}$$



C)

Leonard Euler demostró que el baricentro, el ortocentro y el circuncentro de un triángulo están alineados; a dicha recta se le llama recta de Euler. Además se verifica que el baricentro está situado entre el ortocentro y el circuncentro y a doble distancia del primero que del segundo.

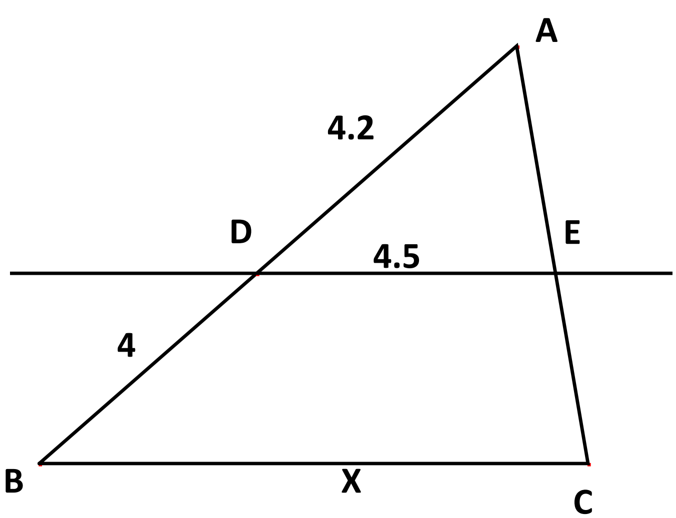


$$\frac{\overline{GH}}{\overline{GM}} = 2$$

D)

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

$$\frac{4.5}{X} = \frac{4.2}{8.2}$$



Es indiscutible que los temas relativos a proporcionalidad deberán encontrarse presentes en la currícula escolar, pero al igual que prácticamente todos los demás temas es necesario que el profesor diseñe estrategias que le permitan al alumno acceder al conocimiento, pero no de una forma cualquiera sino de alguna o algunas en específico que lo posibiliten para que el conocimiento adquirido este dotado de un sentido, de una significación para estar en posibilidad de transferirlo y aplicarlo a otros conceptos.

Se requiere pues una visión en que el profesor pueda ver no sólo el desarrollo histórico que hizo posible un conocimiento, su teoría, conceptualizaciones y propiedades sino también su visión como docente, la percepción que la experiencia le ha dotado y los condicionamientos propios de su contexto.

2.3 La realidad educativa

La profesión de profesor, de maestro, no es sencilla. Algunos opinan que aún lo es menos en los tiempos que corren. Creo que es cierto lo primero, pero no lo segundo. Siempre ha sido difícil enseñar bien, como todo lo que pretendemos hacer correctamente. Los tiempos que corren son nuestros tiempos, y tienen ventajas e inconvenientes respecto a otros tiempos, no cabe duda, pero al ser nuestros, al vivirlos con toda la intensidad que provoca el saber que son los únicos de que disponemos, nos dejamos llevar por la angustia de su limitación, de su brevedad y desenfocamos el análisis.

X. Vilella Miró

La cita de Vilella Miró conduce a múltiples reflexiones. Los docentes de matemáticas que hemos ejercido la profesión por más de 20 años, hemos tenido la oportunidad de trabajar con los programas emanados de las Reformas Educativas del 75, del 93, del 2006 y ahora del 2011 y en su momento hemos tenido la necesidad de consultar bibliografía que nos permita interpretar y llevar al aula los enfoques que se señalan para la enseñanza de la asignatura.

No obstante la inquietud por leer, analizar enfoques, desglosar los programas e intentar llevar al aula, en la medida de las capacidades del docente, lo que se sugiere, los que vivimos en carne propia la realidad educativa de nuestro país nos encontramos con múltiples problemas que los documentos no nos resuelven:

- ✓ La continuidad entre Primaria y Secundaria no es tal, los alumnos en general, llegan sin contar con las competencias mínimas que se requerirían para cursar la Secundaria. No más de 5 alumnos en cada grupo se encuentran en buen nivel y por lo regular son desatendidos en el afán de brindar apoyo a los que presentan más atraso.

- ✓ Los alumnos con necesidades especiales se encuentran incorporados en el servicio regular y por lo general los docentes no contamos con las competencias que nos permitan atenderlos a la par que se atiende al resto del grupo.
- ✓ El apoyo de padres de familia es muy limitado y en ocasiones pareciera que no se comparte un compromiso común. Los apoyos gubernamentales de que son beneficiarias muchas familias para apoyar la educación de sus hijos se torna en muchos de los casos el único aliciente para que los adolescentes asistan a la escuela, sin importar si tienen un comportamiento decoroso, si cumplen con los compromisos escolares, si se comprometen con la comunidad educativa para contribuir a un ambiente favorable para su desarrollo y el de sus compañeros.
- ✓ También para los alumnos es pesada la carga horaria y el compromiso de cumplir con todas las asignaturas a cursar.
- ✓ El trabajo colegiado en las Instituciones educativas públicas raramente es efectivo, los grupos que se atienden son numerosos y la carga horaria del docente es pesada, lo que hace que se trabaje todo el tiempo bajo fuertes presiones, sumándose esto al hecho de que se debe invertir un buen número de horas fuera del horario de clase en preparación y revisión de trabajos.
- ✓ Los modelos pedagógicos sugeridos en reformas educativas anteriores no han sido del todo valorados, pues de ellos pueden rescatarse ideas o sugerencias que son funcionales y que no conviene abandonar del todo.
- ✓ Los docentes no hemos interpretado adecuadamente las propuestas pedagógicas que se sugieren en los planes de estudio puesto que al aterrizar-

las en el aula nos encontramos con que no son funcionales o no obtenemos los resultados que en teoría debiéramos obtener.

Las observaciones que los docentes hacemos en torno a la práctica educativa y la viabilidad de llevar a cabo lo sugerido por las reformas, ha sido motivo de diversos análisis como es el caso de Sandoval (2007)

> **… es conveniente recordar que toda propuesta curricular implica un recorte del conocimiento existente, pues es imposible que la escuela transmita todo el conocimiento socialmente acumulado. En realidad, lo que está a debate es el modelo educativo y pedagógico que opera en la secundaria que, de acuerdo con artífices fundamentales de la RES, ha fracasado estrepitosamente:**

Otros autores como Miranda y Reynoso (2006), han señalado que en general, la educación secundaria en México no ha logrado a cabalidad ninguno de los objetivos que han girado en torno al debate sobre su estructura y funcionamiento; sus egresados no logran desarrollar pericias suficientes para desempeñase adecuadamente en los nuevos contextos sociales; no son los verdaderos técnicos que exige la industria moderna y tampoco son competitivos en los exámenes de ingreso a la educación superior, además de mostrar serias dificultades para atender las necesidades psicológicas y sociales de la adolescencia mexicana.

La apuesta fundamental de la RES es que la propuesta curricular funcionará como dispositivo para el cambio, a través del cual se logrará, a decir de Miranda y Reynoso (2006): “Transformar la estructura pedagógica y el modelo educativo de la secundaria”.

No obstante según lo señala Candela, el análisis de los programas de las distintas materias del plan de estudios de la RES realizado por especialistas nos habla de la presencia de problemas tales como falta de homogeneidad en los enfoques didácticos, incongruencia con los planteamientos generales de la propuesta, no considerar las experiencias positivas del Plan 93, no tomar en cuenta las prácticas educativas vigentes, contradicciones evidentes entre los contenidos de los programas de estudio y el discurso pedagógico del plan de estudios, así como el carecer de una visión integral para la formación del estudiante, ente otros.

Retomando el análisis de Sandoval (2007), podemos recuperar las siguientes ideas:

- La investigación educativa ha mostrado que una modificación curricular no detona por sí sola ninguna transformación de fondo, pues es un proceso que implica directamente a los sujetos y requiere una apropiación del cambio y condiciones institucionales que no se dan por decreto ni instantáneamente. Por ejemplo, formar colectivos docentes para impulsar un trabajo académico distinto, no depende de un plan de estudios, pues supone atender aspectos que no están en manos de las escuelas, los docentes o los directivos resolver, es el caso de la concentración de maestros en un solo plantel; o la descarga de horas docentes frente a grupo para atender los asuntos relacionados con el trabajo colectivo.

- Definir el sentido de la educación secundaria va, necesariamente, de la mano de un modelo pedagógico y didáctico que recupere las experiencias exitosas, incorpore a los sujetos docentes en su construcción y enriquezca la formación de los estudiantes.

- Conviene además recordar que la secundaria a nivel mundial es el espacio donde se empieza a profundizar en el conocimiento con un número de materias relativamente alto y que un mapa curricular con menos materias y contenidos no es necesariamente la respuesta a una mejor formación.

A manera de cierre, en su artículo, "La Reforma que necesita la Escuela Secundaria", Sandoval vuelve a citar a Miranda y Reynoso y concluye con las ideas siguientes:

> "***….transformar verdaderamente la escuela secundaria implica muchos más asuntos que un cambio curricular. Supone, en primer lugar, la existencia de un proyecto que ponga en el centro a los estudiantes pero, lo más importante, la apropiación de ese proyecto por los que van a desarrollarlo.***
> ***Asimismo, un programa serio de actualización a maestros en servicio y a directivos en el marco de este proyecto, que busque recuperar su experiencia y construir nuevas perspectivas sobre su labor.***
> ***La hipótesis en que se funda la RES, de que el mapa curricular y los programas de estudio son el detonador de una serie de transformaciones en la reorganización del modelo de gestión de la escuela y el reordenamiento de los recursos disponibles (Miranda y Reynoso, 2006), se vuelve una utopía si no existe el compromiso institucional de brindar los recursos materiales, económicos y humanos. Dejar que cada escuela secundaria asuma la responsabilidad de su transformación sin este apoyo, significa reproducir la inequidad.***
> ***Recordemos que las transformaciones en general, las sociales pero, sobre todo, las educativas, nunca se hacen por decreto, ni se vuelven realidad en las aulas porque haya un nuevo plan de estudios, un cambio de programas, o porque se emita un acuerdo presidencial para que ahora todo sea distinto. Es un proceso lento que requiere la participación de los sujetos y la conjunción de múltiples voluntades.***"

2.4 Potencialidades y limitaciones del docente. Relevancia de una propuesta pedagógica.

El docente de la escuela pública debe dimensionar en su medida todos los compromisos que la sociedad le atribuye, algunos de ellos muy poco factible de que pueda cumplirlos, debe educar teniendo presentes las contradicciones tanto de nuestros sistemas sociales, como económicos y por supuesto pedagógicos que debe afrontar para realizar su labor y debe asumir sus responsabilidades sin sobrecargarse.

Entre las competencias del docente deberán integrarse las demandas externas, los atributos personales y las particularidades de los escenarios en que se desarrolla la profesión y a decir de Scherping el docente debe, ser un profesional que posee dominio, que comprende los procesos, que decide con autonomía, que elabora estrategias, organizando contextos, interviniendo para favorecer procesos de construcción de conocimientos desde las necesidades particulares de sus alumnos.

Ante esta panorámica me defino como un docente que conoce las demandas externas de la sociedad en cuanto a conocimiento de programas vigentes, con un conocimiento no acabado de los mismos, sino siempre en proceso de análisis, con el perfil de egreso del estudiante de secundaria como una meta a alcanzar, elevada pero siempre en pos de ella, con limitaciones para aplicar los modelos pedagógicos que se sugieren en los programas vigentes, por no contar con la infraestructura que permita hacerlo con éxito, un docente que ha acumulado experiencia, que recupera y aplica prácticas exitosas de modelos pedagógicos de reformas anteriores, un profesional de la educación que reconoce la dificultad de trabajar de manera colegiada con el colectivo docente de su centro de trabajo por no compartir metas con algunos de sus miembros, una maestra que no obstante lo mencionado anteriormente se desempeña en un contexto que no es del todo desfavorable, que al interior de su aula puede organizar el trabajo, elaborando estrategias que atienden las necesidades particulares de sus alumnos y que de acuerdo a los resultados de los exámenes estandarizados puede en cierta forma ver reflejada su labor al obtener una media por encima de la media estatal y nacional.

Aún así, de acuerdo a lo ya mencionado en el planteamiento del problema, los docentes, en particular los de matemáticas nos damos cuenta que prácticamente en todos los reactivos se tiene la posibilidad de mejorar, los alumnos manifiestan deficiencias en los tres ejes temáticos y el análisis de cualquiera de los temas sería particularmente relevante.

Como también ya se mencionó, haber elegido el tema de "Proporcionalidad", obedece a la importancia del mismo y prueba de ello lo son sus múltiples aplicaciones y la gran cantidad de temas a través de los cuales el tema puede abordarse. En la Tabla 2.4 que se muestra a continuación se encuentran concentrados los ejes, temas que involucran proporcionalidad y el grado en que deben abordarse, de acuerdo al Programa de estudios 2011:

TABLA 2.4

EJE	TEMA	GRADO
Manejo de la información	**<u>Proporcionalidad y funciones</u>** **Resolución de problemas de reparto proporcional.**	**Primero**
Manejo de la información	**<u>Proporcionalidad y funciones</u>** **Formulación de explicaciones sobre el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas.**	**Primero**
Forma, espacio y medida	**<u>Medida</u>** **Justificación de la fórmula para calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo (gráfica y algebraicamente). Explicitación del número π (Pi) como la razón entre la longitud de la circunferencia y el diámetro.**	**Primero**
Manejo de la información	**<u>Proporcionalidad y funciones</u>** **Análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios.** **Análisis de los efectos del factor inverso en una relación de proporcionalidad, en particular en una reproducción a escala.**	**Primero**
Manejo de la información	**<u>Análisis y representación de datos</u>** **Lectura de información representada en gráficas de barras y circulares, provenientes de diarios o revistas y de otras fuentes. Comunicación de información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la representación gráfica más adecuada.**	**Primero**
Manejo de la información	**<u>Proporcionalidad y funciones</u>** **Resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.**	**Primero**
Manejo de la información	**<u>Proporcionalidad y funciones</u>** **Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, tales como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa.** **Resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u**	**Segundo**

	otros que requieran procedimientos recursivos.	
Manejo de la información	**<u>Proporcionalidad y funciones</u>** **Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos.**	**Segundo**
Manejo de la información	**<u>Proporcionalidad y funciones</u>** **Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad y = kx, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación.**	**Segundo**
Manejo de la información	**<u>Proporcionalidad y funciones</u>** **Análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano.** **Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma y = ax + b.**	**Segundo**
Forma, espacio y medida	**<u>Medida.</u>** **Cálculo de la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos, el área de sectores circulares y de la corona.**	**Segundo**
Manejo de la información	**<u>Proporcionalidad y funciones</u>** **Lectura y construcción de gráfica de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos.** **Análisis de los efectos al cambiar los parámetros de la función y = mx + b, en la gráfica correspondiente.**	**Segundo**
Forma, espacio y medida	**Figuras y cuerpos** **Construcción de figuras congruentes o semejantes (triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades.**	**Tercero**
Manejo de la información	**<u>Proporcionalidad y funciones</u>** **Análisis de representaciones (gráficas, tabulares y algebraicas) que corresponden a una misma situación. Identificación de las que corresponden a una relación de proporcionalidad.** **Representación tabular y algebraica de relaciones de variación cuadrática, identificadas en diferentes situaciones y fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas.**	**Tercero**
Forma, espacio y medida	**<u>Medida</u>** **Explicitación y uso del teorema de Pitágoras.**	**Tercero**
Forma, epacio	**<u>Figuras y cuerpos</u>** **Aplicación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de problemas.**	**Tercero**

y medida	**Resolución de problemas geométricos mediante el teorema de Tales.**	
Manejo de la información	**<u>Proporcionalidad y funciones</u>** **Lectura y construcción de gráficas de funciones cuadráticas para modelar diversas situaciones o fenómenos.** **Lectura y construcción de gráficas formadas por secciones rectas y curvas que modelan situaciones de movimiento, llenado de recipientes, etc.**	**Tercero**
Forma, espacio y medida	**<u>Medida</u>** **Análisis de las relaciones entre el valor de la pendiente de una recta, el valor del ángulo que se forma con la abscisa y el cociente del cateto opuesto sobre el cateto adyacente.** **Análisis de las relaciones entre los ángulos agudos y los cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo.** **Explicitación y uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.**	**Tercero**
Manejo de la información	**<u>Proporcionalidad y funciones</u>** **Cálculo y análisis de la razón de cambio de un proceso o fenómeno que se modela con una función lineal. Identificación de la relación entre dicha razón y la inclinación o pendiente de la recta que la representa.**	**Tercero**
Manejo de la información	**<u>Proporcionalidad y funciones</u>** **Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.**	**Tercero**

El propósito de llevar al aula la propuesta que he diseñado es de proporcionar al alumno una visión incluyente, más general, más amplia con relación al tema de proporcionalidad y además acorde con lo señalado en los planes de estudio, en los que se pugna por la interdisciplinariedad, por establecer vínculos entre las asignaturas y dentro de una asignatura misma de manera que los contenidos no sean vistos como inconexos, como parcelas del saber que nada tienen que ver unos con otros.

2.5 Enfoques didácticos y metodológicos

Como es sabido el enfoque de la enseñanza de las matemáticas y de la Educación Básica en general que se propone en los planes de estudio vigentes, es a través del desarrollo competencias, modelo que ha sido fuertemente criticado por señalarse que no se contrapone a ningún modelo pedagógico o psicológico y que es perfectamente compatible con cualquiera de ellos.

La literatura con relación al desarrollo de competencias y la forma como evaluarlas es muy abundante, lo que nos hace ver la complicada tarea que tenemos a cuestas. El compromiso cobra más intensidad al considerar la propuesta de Perrenoud con relación a las competencias docentes, que a su ver considera deseables para un docente del siglo XXI:

1) Organizar y animar situaciones de aprendizaje
2) Gestionar la progresión de los aprendizajes
3) Elaborar y hacer evolucionar dispositivos de diferenciación
4) Implicar a los alumnos en sus aprendizajes y en su trabajo
5) Trabajar en equipo
6) Participar en la gestión de la escuela
7) Informar e implicar a los padres
8) Utilizar las nuevas tecnologías
9) Afrontar los deberes y los dilemas éticos de la profesión
10) Organizar la propia formación continua

En la realidad nos damos cuenta de que, el nivel que ostentamos como docentes no es muy deseable en algunas de ellas y se constituyen en una meta por alcanzar.

La metodología a emplear en la propuesta es parecida en parte a la que propone los planes de estudio:

- Se diseñaron una serie de secuencias para resolverse en los grupos, en un tiempo de 18 sesiones de clase de 50 minutos.
- Algunas de las secuencias se resolverán en plenaria, otras de manera individual y otras en pequeños grupos. La idea de la plenaria es recuperar las propuestas de resolución y argumentaciones en que se basan. Interesa el trabajo individual porque como son temas ya vistos en algún momento de los tres grados de secundaria y se requiere saber si el alumno ha adquirido elementos que le permitan abordar exitosamente las problemáticas. El trabajo en pequeños grupos favorece el apoyo de alumnos con más deficiencias, sobre todo en lapsos de 10 a 15 minutos para intercambio de ideas y sugerencias, la experiencia me dice que el abuso en cuanto a los tiempos en que se trabaja en equipos lejos de favorecer el rendimiento fomenta la dependencia de algunos alumnos que encuentran la forma de "cumplir" con el esfuerzo de otros.

El propósito de las actividades sugeridas atiende a los propósitos señalados en el plan de estudios:

Mediante el estudio de las matemáticas en la educación básica se pretende que los niños y adolescentes:

• Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.

•Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.

•Muestren disposición para el estudio de la matemática, y para el trabajo autónomo y colaborativo.

SEP, Plan de estudios 2011

Entre los propósitos del estudio de las Matemáticas para la educación secundaria sobre los que se va a trabajar en la propuesta serán principalmente los siguientes:

- ***Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en tablas o gráficas de diferentes tipos, para comunicar información que responda a preguntas planteadas por ellos mismos u otros. Elijan la forma de organización y representación (tabular o gráfica) más adecuada para comunicar información matemática.***

- ***Identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, y calculen valores faltantes y porcentajes utilizando números naturales y fraccionarios como factores de proporcionalidad.***

SEP, Plan de estudios 2011

Se tendrá presente además el enfoque didáctico sugerido por los planes de estudio en los que se enfatiza que la formación matemática que permite a los individuos enfrentar con éxito los problemas de la vida cotidiana depende, en gran medida, de los conocimientos adquiridos y de las habilidades y actitudes desarrolladas durante la educación básica y que de las experiencias ahí vividas puede darse el gusto o el rechazo por la asignatura, así como la creatividad para buscar soluciones o la pasividad para escucharlas y tratar de reproducirlas, la búsqueda de argumentos para validar resultados o la actitud de someterse al criterio del docente.

La metodología didáctica sugerida para el estudio de las matemáticas propone:

- La utilización de secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos.
- Invitar a los alumnos a reflexionar, a proponer diferentes formas de resolver un problema.
- La participación en la formulación de argumentos y validación de resultados.

En el entendido de que las secuencias propuestas deberán involucrar los conocimientos y habilidades que se quieren desarrollar. El enfoque actual de la didáctica de la matemática más que considerar el desarrollo psicogenético del alumno, considera que es determinante el papel que desempeña el medio, entendido este como la situación o situaciones problemáticas que favorecen la construcción del conocimiento y el desarrollo de habilidades y actitudes.

En un primer momento el alumno deberá poner en juego sus conocimientos previos que son los que le permiten entrar en la situación, para enfrentar luego el reto de reestructurar algo que ya sabe, bien para modificarlo, ampliarlo o rechazarlo o para volver a aplicarlo en una nueva cuestión.

Conocer definiciones, reglas, algoritmos, fórmulas será importante en la medida en que los alumnos puedan usarlos para resolver problemas. Se recomienda que el alumno transite de lo informal a lo convencional, tanto en el lenguaje, como con las representaciones y procedimientos. El reto del docente será seleccionar y proponer problemas interesantes, debidamente articulados para que los alumnos aprovechen lo que ya saben y avancen en el uso de técnicas y razonamientos cada vez más eficaces.

.: SÓLO PARA CONSULTA :.

En consonancia con el plan de estudios vigente es obligado mencionar los llamados Estándares Curriculares de Matemáticas para la educación básica en México, los cuales demandan un compromiso en cuanto a:

• La atención a la diversidad.

• El desarrollo de la autoconfianza en los niños y adolescentes.

• La generación de un ambiente de trabajo basado en la colaboración y el intercambio de ideas.

• La búsqueda de situaciones de aprendizaje que sean desafíos intelectuales para los alumnos.

SEP, Plan de estudios 2011

Los Estándares son expresiones de lo que los alumnos deben ser capaces de hacer en los cuatro períodos escolares, de manera general en matemáticas se encuentran enfocados a tres finalidades básicas:

• Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados.

• Ampliar y profundizar los conocimientos, de modo que se favorezca la comprensión y el uso eficiente de las herramientas matemáticas.

• Avanzar desde el requerimiento de ayuda al resolver problemas hacia el trabajo autónomo.

SEP, Plan de estudios 2011

El cuarto período de educación básica incluye primero, segundo y tercer grados de secundaria:

…***los Estándares Curriculares de Matemáticas se agrupan en cuatro rubros; tres son ejes de contenido a través de los cuales se organizan los programas de Matemáticas para la educación secundaria; el cuarto abarca un conjunto de actitudes y valores que pueden generarse a partir del estudio de las matemáticas. Estas actitudes y valores persisten a través de los diversos periodos escolares y en el transcurso de la vida.***

Los cuatro rubros son:

1. ***Sentido numérico y pensamiento algebraico.***

2. ***Forma, espacio y medida.***
3. ***Manejo de la información.***
4. ***Actitudes hacia el estudio de las matemáticas.***

SEP, Plan de estudios 2011

Es importante señalar cómo en el Plan de Estudios 2011 se hace mención explícita de las actitudes hacia el estudio de las matemáticas, aunque es un tema abordado en artículos de investigación o mencionado en los planes de formación como muy importante a considerar, es relevante que sea considerado, puesto que, de todos es conocido como el rechazo hacia las matemáticas ha sido motivo para la toma de decisiones no favorables en la vida de un estudiante, como pudiera ser abandonar la escuela, la elección de una carrera que nada tenga que ver con las matemáticas, asociar la asignatura con retos imposibles o lo que es peor extender el fracaso como estudiante de matemáticas a la vida personal y profesional.

De manera textual se señala:

Al término de la educación básica, el alumno:

> ***4.1. Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como usuario de las matemáticas, el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la notación, el vocabulario y los procesos matemáticos.***
>
> ***4.2. Aplica el razonamiento matemático a la solución de problemas personales, sociales y naturales, aceptando el principio de que existen diversos procedimientos para resolver los problemas particulares.***
>
> ***4.3. Desarrolla el hábito del pensamiento racional y utiliza las reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones.***
>
> ***4.4 Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas.***

SEP, Plan de estudios 2011

2.6 Teoría de las Situaciones Didácticas

"… la didáctica no consiste en ofrecer un modelo para la enseñanza sino en producir un campo de cuestiones que permita poner a prueba cualquier situación de enseñanza, y corregir y mejorar las que se han producido, formulando interrogantes sobre lo que sucede" (Guy Brousseau, 1993)

La propuesta didáctica, objeto del presente trabajo se sustenta en la Teoría de las Situaciones Didácticas, las actividades propuestas en cada una de las sesiones diseñadas pretenden seguir los supuestos marcados en dicha teoría.

La teoría de las situaciones didácticas es un paradigma de origen francés, formulado por el investigador francés Guy Brousseau.

Guy Brousseau, Profesor Emérito de la Universidad de Bordeaux (Francia) y su equipo trabajaron durante más de 20 años, observando cómo los alumnos aprenden. Elabora la Teoría de las Situaciones Didácticas entre 1970 y 1990, y por su obra de toda la vida recibió el primer Premio Félix Klein (2003) otorgado por el Comité Internacional de Educación Matemática.

Los trabajos de Brousseau han influenciado fuertemente los programas actuales de formación de maestros y las directrices de didáctica de las matemáticas a nivel mundial, caso concreto los programas vigentes de Matemáticas de Educación Básica en nuestro país.

Sobre la Teoría de las Situaciones Didácticas y la trayectoria de Brousseau existe bastante información, en la siguiente cita André Rouchier describe a la persona y la labor de tan eminente investigador en los términos siguientes:

"La pasión de Guy Brousseau por la enseñanza de las matemáticas proviene de una doble fascinación, de una parte la fascinación por las matemáticas, su poder explicativo y su capacidad para formar el pensamiento, por otra parte la fascinación por la transmisión y la difusión del saber, así como por el estudio de las condiciones que lo hacen posible. A lo largo de toda su carrera científica, sabrá movilizar al servicio de esta doble pasión una energía inagotable y constante, una determinación inquebrantable, una curiosidad sin límite, un rigor extremo que lo condujeron a desarrollar y proponer la teoría más acabada y más coherente de estos treinta últimos años".

Cabe señalar que Guy Brousseau comenzó su carrera profesional como maestro de escuela primaria. Se formó posteriormente como matemático y obtuvo el título de doctor en Ciencias de la Universidad de Burdeos. Aun cuando las primeras formulaciones de su teoría datan de la década de los 70, gracias a la energía y creatividad excepcionales y a los aportes de numerosos investigadores de la comunidad francesa de Didáctica de la Matemática continúan reformulándose permanentemente.

En el artículo de Patricia Sadovsky, ***"La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática",*** la doctora argentina en Didáctica de la Matemática, expresa con relación a la Teoría de las Situaciones Didácticas:

"…la Teoría no explica todo, pero "toca" asuntos esenciales para pensar la construcción de saberes matemáticos en el marco escolar.

…la Teoría no es ideológicamente neutra. Toma posición respecto a la necesidad de formar jóvenes con autonomía intelectual y con capacidad crítica. Al ubicar del lado de la escuela la responsabilidad de lograr que los alumnos se posicionen como sujetos teóricos, como sujetos productores, deja sentado que todos los alumnos tienen derecho a construir y

ejercer el poder que otorga el conocimiento. Puede que esta posición no sea compartida por todos, pero su existencia en el horizonte de quienes trabajamos de enseñar, no puede ser ignorada".

El razonamiento de la Doctora Sadovsky es una invitación a todos los docentes de matemáticas, para conocer los razonamientos en los que la Teoría se sustenta y la posibilidad de que cobren vida en la realidad de nuestras aulas.

A grandes rasgos la Teoría de las Situaciones Didácticas se detallará en los párrafos subsiguientes:

Brousseau propone un modelo desde el cual la enseñanza debe ser pensada como un proceso centrado en la producción de los conocimientos matemáticos en el ámbito escolar, donde producir conocimientos supone tanto establecer nuevas relaciones como trasformar y reorganizar otras, en todos los casos, producir conocimientos deberá implicar además validarlos.

La concepción de la clase como un ámbito de producción, supone resignificar los conceptos de aprendizaje, enseñanza, conocimiento matemático y la relación entre el conocimiento que habita en la escuela y el que se produce fuera de ella.

Se requiere adentrarse en la Teoría para interpretar dichas concepciones, el aprendizaje en concreto, Brousseau lo concibe de la siguiente forma:

"El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje".

La Teoría de Situaciones está sustentada en una concepción constructivista –en el sentido piagetiano- del aprendizaje, ya que coincide en la postulación de que todo conocimiento se construye por interacción del sujeto y el objeto, pero se distingue de otras teorías constructivistas por su modo de afrontar las relaciones entre el alumno y el saber. Brousseau añade a dicha concepción, la necesidad de una intención de enseñar: para que se produzca un aprendizaje, al elegir un problema juicioso, el profesor tiene que provocar en los alumnos las adaptaciones deseadas sin proponer, en un primer momento, los conocimientos que quiere que los alumnos adquieran: es el momento *a-didáctico.*

De este modo, ***"el aprendizaje se considera como una modificación del conocimiento que el alumno debe producir por sí mismo y que el maestro sólo debe provocar" (Brousseau, 1998)***

Así, para que el alumno aprenda un saber, es necesario que encuentre situaciones constitutivas de dicho saber. Según Brousseau una tarea de los especialistas de didáctica de las matemáticas sería construir situaciones para cada conocimiento matemático tomando en cuenta que:

- La resolución debe utilizar este conocimiento como el más económico;
- Los alumnos pueden actuar y avanzar en el problema con conocimientos ya adquiridos (experimentación) y producir una repuesta;
- Al resolver un problema, los alumnos, por si mismos, puedan constatar su éxito o su fracaso (comprobación);
- En caso que sea necesario, pueden volver a empezar;
- La situación es susceptible de nuevas utilizaciones y generalización.

En este contexto profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones matemáticas que ellos puedan vivir, genuinos problemas matemáticos y en los cuales el conocimiento en cuestión aparezca como una solución óptima a dichos problemas, con la condición adicional de que dicho conocimiento sea construible por los alumnos.

Algunos de los conceptos básicos para la interpretación de la Teoría son los siguientes:

Situación Didáctica

Se define como un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de construcción.

Una situación didáctica es intencional, se construye con el propósito de que alguien aprenda algo. Requiere de un análisis a priori de la situación (prever los efectos de las situaciones) y se describe en función de las estrategias que los alumnos puedan adoptar.

En un primer momento la intención de enseñanza no deberá ser develada, deberá permanecer oculta a los ojos del alumno.

Una Situación Didáctica implica la existencia de:

Un Contrato Didáctico

Contrato didáctico es lo que espera el alumno del profesor y viceversa (las expectativas que se tienen). Es la relación entre el alumno y el profesor a la hora de enseñar un saber concreto.

Una Situación-problema

Que puede plantearse de dos maneras:

Control

Donde se solicita la aplicación del propio saber. Esta situación se puede hacer necesaria en un determinado momento para asegurarse que el alumno ha adquirido el aprendizaje que se pide (reforzar).

Aprendizaje

Se debe plantear un problema al alumno y este debe manejar una estrategia de base, ya disponible en el alumno, para poder resolver el problema. Es muy importante que el problema tenga varias estrategias, y que la estrategia inicial no se base en el conocimiento que queremos enseñar.

Situación a-didáctica

Situación a-didáctica es la parte de la situación didáctica en que la intención de enseñanza no aparece explícita para el alumno (en el enunciado del problema no aparece explícita la intención).

Debe aparecer ante los alumnos como una interacción con un medio (no didáctico), de modo que sus decisiones se guíen por la lógica de la situación y no por la lectura de las intenciones del profesor. El alumno puede modificar sus decisiones tomando en cuenta la retroacción que le proporciona el medio, y debe realizar un cambio de estrategias para llegar al saber matemático, ya que la estrategia óptima es dicho saber. Para que se realice el cambio el profesor debe introducir en la situación las variables didácticas.

Variable didáctica

Variable didáctica es un elemento de la situación que puede ser modificado por el maestro, y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución que pone en funcionamiento el alumno. Es decir las variables didácticas son aquellas que el profesor modifica para provocar un cambio de estrategia en el alumno y que llegue al saber matemático deseado. No podemos considerar que “ todo” sea variable didáctica en una situación, sino sólo aquel elemento de la situación tal que si actuamos sobre él, podemos provocar adaptaciones y aprendizajes. La edad de los alumnos, sus conocimientos anteriores..., juegan un papel importante en la correcta resolución de una situación. El maestro no puede, en el momento en el que construye la situación, modificarlos. No se consideran variables didácticas de la situación.

Situación no didáctica

Es aquella situación en la que no hay intención de enseñar, pero sin embargo se enseña. Al no haber intención de enseñar algo, no hay contrato didáctico. Lo importante de esta situación no didáctica, es que el profesor puede coger dicha situación y llevarla al aula haciéndola entonces didáctica.

Fases de una situación didáctica

Si una situación matemática es específica de un conocimiento concreto, generalmente son reconocibles los estadios, fases o situaciones siguientes:

A) Situación de acción

El desarrollo de una actividad siguiendo este modelo parte de una acción sin interlocutor. Además tiene que cumplir otra serie de requisitos de partida que pongan en marcha el proceso.

La enseñanza de las matemáticas debe permitir al alumno hacerse cargo de un problema: emitir hipótesis, elaborar procedimientos, ponerlos en práctica, y según los efectos producidos adaptarlos, rechazarlos o hacerlos evolucionar, automatizar los que son más solicitados y ejercer un control sobre los resultados obtenidos.

Dicho de otro modo, las características de una situación de acción son:

• El alumno actúa sobre el medio, formula, prevé, y explica la situación.

• Organiza las estrategias a fin de construir una representación de la situación que le sirva de modelo y le ayude a tomar decisiones.

• Las retroacciones proporcionadas por el medio funcionan como sanciones de sus acciones.

• Movilización y creación de modelos implícitos.

Condiciones para que la situación sea a-didáctica:

• Que exista un procedimiento de base insuficiente.

• Que el medio permita retroacciones y que el juego sea repetible

• Que se requiera, de forma lógica, el conocimiento buscado para pasar de la estrategia de base a la estrategia optima.

B) Situación de comunicación

El medio de aprendizaje comprende un sistema receptor y/o emisor, con el cual el niño va a intercambiar una serie de mensajes. Esta será la base de la comunicación.

Una buena reproducción por parte del alumno de la actividad matemática exige que este intervenga en ella, lo cual significa que formula enunciados y prueba proposiciones, que construye modelos, lenguajes, conceptos y teorías y los pone a prueba e intercambia con otros. Reconoce los que están conformes con la actividad matemática y toma los que le son útiles para continuarla.

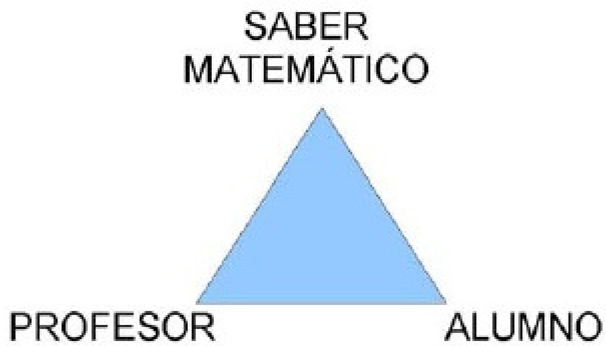
Situaciones de validación.

Se trata de convencer a uno o varios interlocutores de la validez de las afirmaciones que se hacen. En este caso, los alumnos deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones. No basta la comprobación empírica de que lo que dicen es cierto, hay que explicar que, necesariamente, debe ser así.

Situaciones de institucionalización.

En estas situaciones se intenta que el conjunto de alumnos de una clase asuma la significación socialmente establecida de un saber que ha sido elaborado por ellos en situaciones de acción, de formulación y de validación.

A manera de gráfico se ilustran las ideas anteriores de la siguiente forma:



1.- ACCIÓN
• EXPERIMENTANDO • DESCUBRIENDO
2.- COMUNICACIÓN
• HIPÓTESIS • COMUNICADO
3.- VALIDACIÓN
• DEMOSTRACIÓN • COMPROBACIÓN
4.- INSTITUCIONALIZACIÓN
• FORMALIZANDO

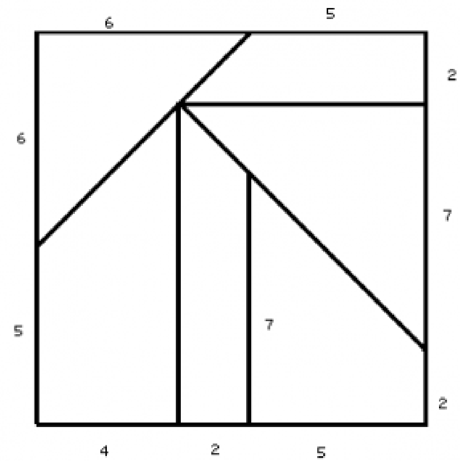
La preocupación por contar con una adecuada interpretación de la Teoría de las Situaciones Didácticas, ha llevado a múltiples análisis y reflexiones que no se encuentra de más mencionar:

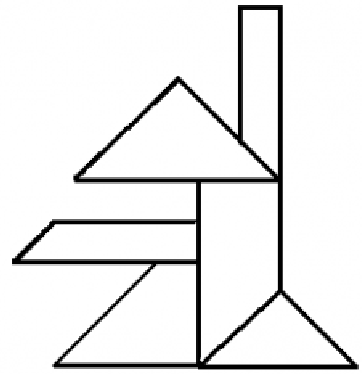
Es común preguntarnos sobre las diferencias entre la concepción constructivista del conocimiento de Piaget en contraposición con la de Brousseau. Al respecto Grecia Gálvez contrapone dos ejemplos, uno de ellos para la adquisición de la noción de velocidad, conocido como el dispositivo de los carritos de Piaget y el muy difundido rompecabezas de Brousseau, un dispositivo didáctico para la noción de proporcionalidad.

En la situación de laboratorio de Piaget, se le presentaron a los niños dos coches de juguete de diferentes colores, uno rojo y otro azul. Ambos coches se movieron uniformemente y en línea recta en todos los casos, sólo que en algunas ocasiones ambos recorrieron la misma distancia en tiempos diferentes, en otras los tiempos fueron los mismos pero uno recorrió mayor distancia que otro, en otras recorrieron la misma distancia en tiempos diferentes, en otras más ni los tiempos ni las distancias fueron iguales. Después de cada recorrido; Piaget les preguntó a los sujetos qué coche se había movido más rápido y por qué. Los dispositivos experimentales de Piaget son una puesta en escena de ciertas condiciones que imitan o simulan un medio ambiente, pero con el propósito deliberado de que el niño con sus respuestas ponga en evidencia la comprensión que tiene de ciertas nociones. Esto es ante sus dispositivos experimentales Piaget busca los indicios de las estructuras cognitivas y las nociones matemáticas, esto es el medio ambiente (el dispositivo), queda en segundo plano.

En contraposición Brousseau crea dispositivos similares a los piagetanos pero orientados a la enseñanza, pone en primer plano al medio ambiente al plantear la pregunta: ¿Cuál es la relación entre el dispositivo experimental y la noción de aprender?, esto es centra su atención en las características que debería tener un dispositivo para hacer emerger en el niño una noción, un conocimiento específico.

El siguiente dispositivo de Brousseau, al que él llama situación didáctica, es ampliamente conocido y fue diseñado para la construcción de la noción de proporcionalidad.





La mecánica a seguir es la siguiente:

El maestro muestra a los alumnos el rompecabezas de la figura que mide 11 cm por lado. La consigna (instrucciones iniciales según Brousseau), es que deberá reproducir el rompecabezas pero con la condición de que el lado que mide 4 cm, en el rompecabezas nuevo deberá medir 7 cm. Organiza el grupo en equipos, de manera que cada equipo realizará una única pieza. Cada equipo aportará la pieza elaborada y así formarán el nuevo rompecabezas.

De la situación así planteada puede fácilmente concluirse que:

- Es un reto comprensible y que se percibe fácilmente alcanzable por el alumno.
- Es probable que la estrategia a seguir sea la de agregar 3 unidades a cada uno de los lados que conforman el rompecabezas.
- Al ver que las piezas o alguna de ellas no embona, los alumnos perciben que la estrategia seguida no fue la correcta y se verá obligado a cambiarla.
- Cuando todas las piezas embonen percibe como resuelto el problema y comprobado físicamente que el camino seguido es el correcto.

Las situaciones didácticas que Brousseau propone, se diseñen para la construcción de los conocimientos matemáticos se requiere que apelen a una lógica de necesidades, por lo que se dice que su didáctica es independiente de la psicología.

A juicio personal, es muy interesante la crítica que la Teoría de situaciones didácticas hace a la forma como el conocimiento llegó a la currícula escolar, Grecia Gálvez lo enfatiza en los términos siguientes:

> ***"Todo conocimiento es una respuesta, una adaptación que la humanidad ha logrado ante situaciones que ha enfrentado o ante problemas que se ha planteado. Los conocimientos, que han surgido en contextos funcionales, como útiles o instrumentos para la adaptación, son transformados posteriormente con el propósito de relacionarlos con otros conocimientos, de conservarlos y de transmitirlos, adoptando la modalidad de objetos culturales. Un saber cultural que se encuentre desligado de su génesis, constituye un producto descontextualizado y despersonalizado. Es a partir de esta modalidad que los conocimientos ingresan en los programas escolares".***

La forma como los sistemas educativos organizan la enseñanza de los temas incluidos en los programas escolares implica una determinada concepción de los procesos de adquisición de los conocimientos. Hasta la fecha ha predominado una concepción según la cual basta con descomponer un saber, en su modalidad cultural, en pequeños trocitos aislados, y luego organizar su ingestión por los alumnos, en períodos breves y bien delimitados, según secuencias determinadas sobre la base del análisis del propio saber. Esta manera de organizar la enseñanza no atribuye importancia al contexto específico (situación) donde los conocimientos son adquiridos, ni a su significación y valor funcional, durante su adquisición.

Brousseau ha mostrado la importancia de la situación para la actualización y funcionalización de los conocimientos escolares.

De todos es conocido como hay alumnos que saben contar, o seguir una determinada secuencia para la aplicación de un algoritmo, pero no saben en qué situaciones utilizar ese conocimiento, es decir poseen un saber cultural pero no lo han funcionalizado, puesto que no son capaces de utilizar ese saber como medio para controlar una situación o para resolver un problema.

Al respecto existen situaciones didácticas, ampliamente difundidas y probadas con relación a las nociones de ángulo, la generación de sólidos como producto de la rotación de polígonos sobre uno de sus lados, de la conceptualización de las secciones cónicas como la intersección de un plano con un cono, la noción de proporcionalidad, etc. que atendiendo a la génesis de dichos conocimientos, introducen al alumno a través de actividades debidamente estructuradas, mediante las cuales se propicia la construcción de conceptos.

Brousseau plantea que es preciso diseñar situaciones didácticas que hagan funcionar el saber, a partir de los saberes definidos culturalmente en los programas escolares. Este planteamiento se apoya en la tesis de que el sujeto que aprende necesita construir por sí mismo sus conocimientos mediante un proceso adaptativo (Piaget, 1975) similar al que realizaron los productores originales de los conocimientos que se quiere enseñar. Se trata, entonces, de producir una génesis artificial de los conocimientos, de que los alumnos aprendan haciendo funcionar el saber o, más bien, de que el saber aparezca, para el alumno, como un medio de seleccionar, anticipar, ejecutar y controlar las estrategias que aplica a la resolución del problema planteado por la situación didáctica.

.: SÓLO PARA CONSULTA :.

La teoría de las situaciones didácticas no es un producto nuevo, ni acabado, es difícil tal vez que un profesor pueda decir que su quehacer docente se encuentre totalmente sustentado en una teoría única, pero además de ser la teoría que orienta los planes de estudio vigentes, propone estrategias que se muestran como lógicas y posibles de aterrizar en el aula, por lo que esta corriente tan ampliamente difundida, estudiada y analizada por "La Escuela Francesa de la Didáctica de la Matemática" , de amplio reconocimiento a nivel mundial, como bien lo señala Patricia Sadowsky:

> ***"Puede que esta posición no sea compartida por todos, pero su existencia en el horizonte de quienes trabajamos de enseñar, no puede ser ignorada".***

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

3.1 Supuestos teóricos

El presente trabajo nace de la idea de abordar un tema de la asignatura de Matemáticas a nivel secundaria de una manera incluyente, pretendiendo aglutinar en una serie de 12 secuencias didácticas los temas de proporcionalidad que se abordan a través de los tres años de secundaria, en cada una de las secuencias se hace la revisión de un contenido relativo a variación proporcional, en la pretensión de que el alumno sea capaz de concentrar en una tabla los datos, encontrar los valores faltantes, trazar y poder identificar la gráfica correspondiente, así como poder "traducir", expresar algebraicamente una relación dada.

Las 12 secuencias didácticas se diseñaron para ser trabajadas en 18 sesiones de clase, aunque hubo alumnos que invirtieron más tiempo porque realizaron actividades extraclase.

Las secuencias se diseñaron con base en los supuestos siguientes:

<u>Epistemológico</u>

- Las personas tienen una potencialidad natural para aprender
- Se da el aprendizaje significativo cuando la nueva información "puede relacionarse de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe"
- Aprender supone la comprensión interna de la situación y su significado.

- La enseñanza de las matemáticas no deberá impartirse a los alumnos como una acumulación de conocimientos, pues muy probablemente esto lo lleve a un nivel no muy deseable. El aprendizaje deberá generar nuevos conceptos interiorizados, nuevas estructuras mentales, nuevas actitudes, con los que el alumno pueda analizar y solucionar problemas.
- Mediante un proceso reflexivo, el que aprende realiza una incorporación consciente y responsable de los hechos, conceptos, situaciones, experiencias.

Psicológico

Se pretende a través de las acciones que integran la estrategia, dar un enfoque constructivista, en aspectos como los siguientes:

- El aprendizaje se genera a partir de la acción.
- El aprendizaje es personal
- Cambiar el énfasis de la enseñanza centrada en el maestro a la instrucción centrada en el estudiante.
- La cooperación como la principal fuerza impulsora.
- El aprendizaje implica el moldeamiento de la información.
- La escuela debe promover la creatividad.

Sociológico

Se tienen en cuenta los aspectos que las tendencias sociológicas actuales proponen respecto del conocimiento escolar, las interacciones y de la noción de evaluación, como una continua construcción social que debe ser constantemente negociada, redefinida y desafiada por maestros y alumnos.

Didáctico

Las acciones que conforman las sesiones de clase tenderán a:

- No separar el conocimiento del descubrimiento. La enseñanza que intenta sólo impartir a los estudiantes el conocimiento acumulado de una rama del saber humano, lleva por lo general a una escasa comprensión de los contenidos y ciertamente no al desarrollo de la independencia y las habilidades intelectuales.
- La enseñanza de las matemáticas debe reflejar los valores científicos, esto es:
    - Dar la bienvenida a la curiosidad.
    - Recompensar la creatividad.
    - Imbuir en los estudiantes el hábito de plantear preguntas y buscar respuestas.
    - Evitar el dogmatismo.
- Implementar acciones y asumir actitudes que permitan contrarrestar las angustias del aprendizaje.
- Enfatizar la importancia de la situación y el aprendizaje en grupos.

- La enseñanza debe tomarse tiempo: Esto es, los estudiantes necesitan tiempo para explorar, hacer observaciones, tomar caminos equivocados, probar ideas, repetir experiencias, tiempo para comprender las ideas no familiares y contraintuitivas y para ponderar la ventaja de pensar de manera diferente, para conservar y madurar conceptos.
- Más que pensar en enseñar más y más contenido, las acciones educativas deberán orientarse a enseñar mejor.

Comunicativo

- Se plantea una forma diferente de comunicación en el aula, donde las interacciones y en general la participación sea "más democrática".
- La comunicación horizontal ha de ser la forma privilegiada para interactuar con los "otros" en un afán de compartir experiencias de aprendizaje (compartir estrategias de resolución de un problema, comparación de respuestas o resultados, discusión y argumentación, etc.)
- Reconocimiento del lenguaje matemático como registro específico de la lengua.

3.2 Diseño de la Investigación

Se diseñó una Propuesta Pedagógica de Intervención (PIP), a implementarse en un grupo de tercero grado de la Escuela Secundaria General No.2, de Yahualica, Jal., perteneciente al Sistema Federalizado. En el Turno Matutino se atienden en la Institución a 4 grupos de cada grado y en el Turno Vespertino a 3 de cada grado, cuyo número de alumnos oscila de 40 a 45 en cada grado por la mañana y de 30 a 35 por la tarde.

En el ciclo escolar 2010-2011 en que se implementó la PIP, se seleccionaron dos grupos del Turno Matutino para ser los grupos experimental y control, el motivo de la selección fue porque eran los dos únicos grupos de este grado, en ese turno que me correspondió atender.

A la escuela concurren alumnos de todos los estratos sociales, pero los alumnos en su mayoría son de clase media y clase media baja.

El grupo de 3℃ del turno matutino fue el grupo control y el 3° D del mismo turno fue el grupo experimental, los grupos eran muy similares en aprovechamiento, sólo que en el grupo de 3° C era mi grupo de asesoría y de ordinario, se invertía parte de la sesión de clase en escuchar y resolver las incidencias relativas al comportamiento y aprovechamiento de los alumnos en todas las materias y durante toda la jornada de trabajo, por lo que me pareció que había mas forma de invertir el tiempo en la implementación de la propuesta, en el grupo D que en el C.

El diseño de la investigación se muestra en la Tabla 3.1, siguiente:

TABLA 3.1

Grupo	Pretest	Intervención	Postest
✓	✓	✓	✓
✓	✓		✓

En seguimiento a ella se aplicó, el examen Pretest a ambos grupos, inclusive se les aplicó el mismo día y a la misma hora. En el Grupo de 3°D, el grupo experimental se implementó la PIP durante 18 sesiones de clase de 50 minutos cada una; en el Grupo de 3°C, el grupo control se abordaron los temas con la metodología empleada habitualmente, empleando información impresa pero haciendo en su mayoría los cálculos y gráficas manualmente.

Habiéndose ya implementado la propuesta, se aplicó a ambos grupos el examen Postest con la intención de hacer un análisis de los resultados y valorar los logros del trabajo en el grupo experimental.

Ambos exámenes Pretest y Postest se incluyen en los anexos.

3.3 Instrumentos de Observación y Registro

Además de la aplicación de los exámenes se diseñaron algunos instrumentos mediante los cuales se obtuvo información, conforme se avanzaba en la implementación de la PIP:

3.3.1 Registros y notas de clase del maestro.

La siguiente es una nota realizada por el maestro al concluir la Sesión Tres, la nota es breve y de la misma sesión se cuenta con una relatoría realizada por un alumno y con las hojas de la actividad que entregaron cada uno de los alumnos. En el examen postest el grupo logró avanzar con respecto al pretest, con relación a los cálculos de la medida del ángulo central correspondiente a un sector circular, el porcentaje con relación al área total de círculo, pero no se aprecian avances con relación al cálculo del área de cada uno de los sectores circulares en las que los alumnos registraron bastantes errores.

La relatoría del alumno no fue en los términos que se solicitó, pero de ella pueden rescatarse algunos aspectos sobre todo con relación a la participación grupal, se mencionan ahí los nombres de dos alumnos, Lidiana y Brandom que de ordinario no son tan participativos y muestran dificultad en algunos temas de matemáticas.

En la hoja de Julio, se aprecia la corrección que hizo Rafael sobre la suma de los casos. Llama la atención que haya sido específicamente ese alumno quien haya leído las indicaciones inmediatamente que se les entregaron, pues aunque es en general buen estudiante, de ordinario no es tan atento.

Los alumnos a excepción de Excel, habían trabajado ya en el Inventor Geométrico y en Cabri. Les gustó bastante el trabajo en Excel por la facilidad para hacer los cálculos y para graficar. En el Aula HDT se encuentran ubicados en hileras de 4 personas y dada la proximidad física fue sencillo también que pudieran apoyarse entre ellos.

Sesión Tres.

Entregué a cada alumno la hoja con las indicaciones de la actividad. Casi de inmediato Rafael mencionó que no estaba bien la suma de los casos, efectivamente por equivocación borré un renglón de la tabla, la corregimos y los alumnos completaron a mano la información faltante, el proceso de los cálculos si es conocido por los alumnos, Janeth, Silvia, Miguel y Jalessa como siempre participaron activamente diciendo como hacer los cálculos, pero también Brandon, Liliana, Magaly y Anette participaron aportando algunas respuestas. Les expliqué como hacer la tabla en Excel, como hacer los cálculos y la gráfica y rápidamente la pudieron hacer. La actividad les resultó sencilla y al parecer en general la entendieron.

3.3.2 Relatorías realizadas por los alumnos:

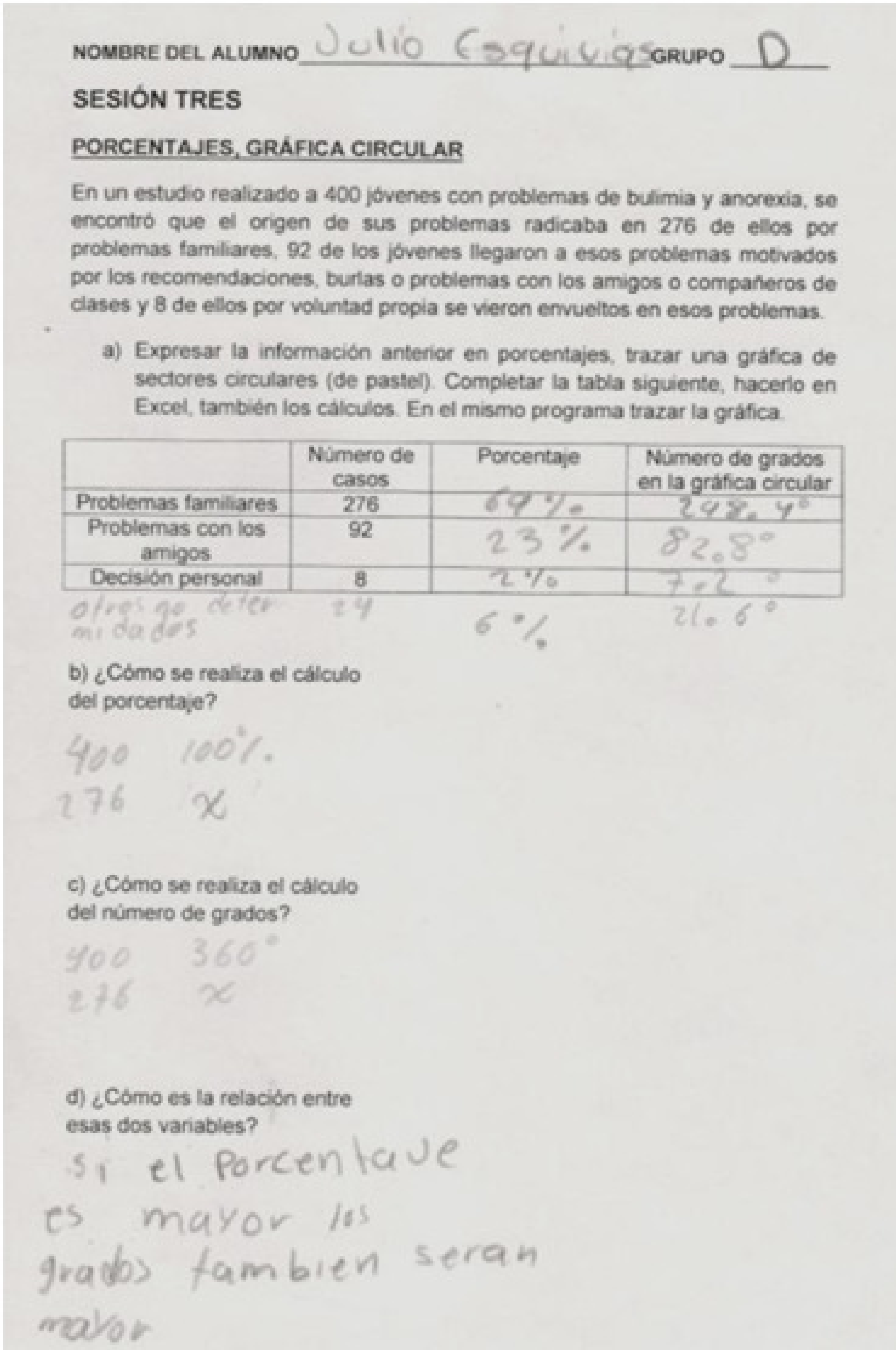
EVALUACIÓN

Se solicitará a un alumno que haga una relatoría de lo sucedido en clase, focalizando su atención en los aspectos siguientes:

1) Participación de los alumnos en la actividad.
2) Respeto de los tiempos
3) Diferencias y coincidencias en los trabajos que se presenten
4) Claridad en las conclusiones.
5) Valoración de la actividad (si fue simple, compleja, clara, fácil, etc.)

–Magoly explico lo que leyo Bosa elena
–Silvia y Magoly dijeron como sacar el porcentaje del problema las demas lo complementaron
– Brandom dijo como sacar un porcentaje
– Anet dijo un porcentaje
– Lidiana participo diciendo un porcentaje
– Silvia dijo como sacar los grados
– Lidiana dicta a la maestra un porcentaje
– Miguel hace una pregunta y la maestra les explica
–Anet hace una pregunta sobre como poner el color y la maestra le explico
- Magoly contesto una pregunta que hace la maestra
-La Maestra entrego una hoja y da indicaciones
–La maestra explica como sacar lo calculado en la compa
- Brandom explico sobre una pregunta de la relacion entre el porcentaje y
– La maestra recoge unas tareas
– La maestra recoge las hojas que nos dio en la clase

3.3.3 Reportes realizados por los alumnos al término de una sesión y evidencias fotográficas de la misma:



NOMBRE DEL ALUMNO Julio Esquivias GRUPO D

SESIÓN TRES

PORCENTAJES, GRÁFICA CIRCULAR

En un estudio realizado a 400 jóvenes con problemas de bulimia y anorexia, se encontró que el origen de sus problemas radicaba en 276 de ellos por problemas familiares, 92 de los jóvenes llegaron a esos problemas motivados por los recomendaciones, burlas o problemas con los amigos o compañeros de clases y 8 de ellos por voluntad propia se vieron envueltos en esos problemas.

a) Expresar la información anterior en porcentajes, trazar una gráfica de sectores circulares (de pastel). Completar la tabla siguiente, hacerlo en Excel, también los cálculos. En el mismo programa trazar la gráfica.

	Número de casos	Porcentaje	Número de grados en la gráfica circular
Problemas familiares	276	69%	248.4°
Problemas con los amigos	92	23%	82.8°
Decisión personal	8	2%	7.2°
otros no deter minados	24	6%	21.6°

b) ¿Cómo se realiza el cálculo del porcentaje?

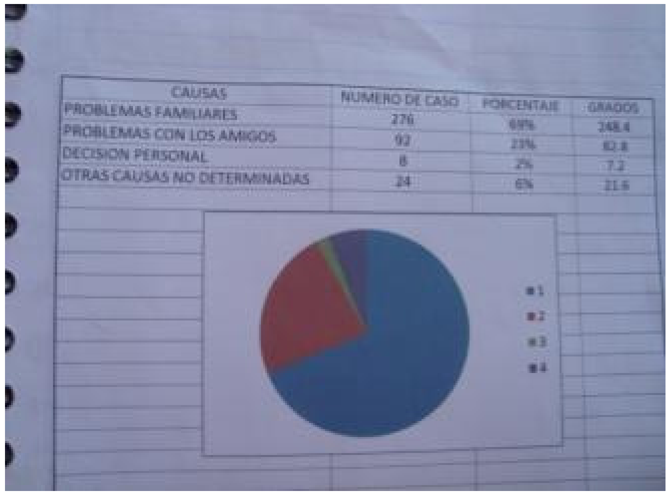
400 100%
276 x

c) ¿Cómo se realiza el cálculo del número de grados?

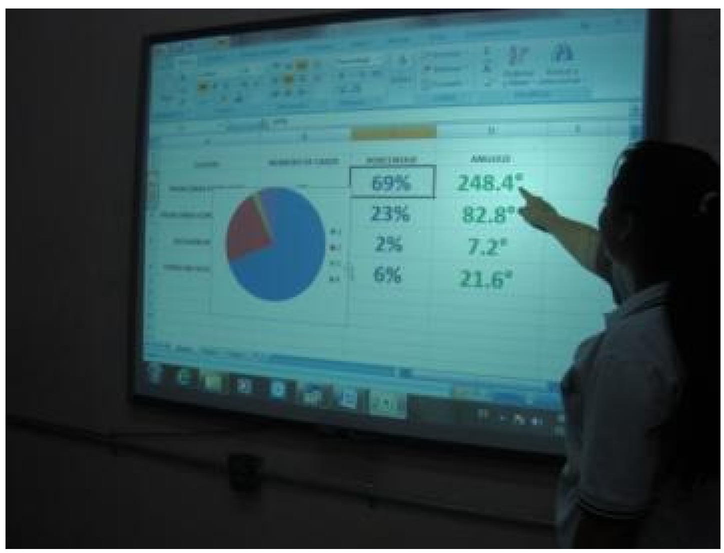
400 360°
276 x

d) ¿Cómo es la relación entre esas dos variables?

si el Porcentaje es mayor los grados tambien seran mayor



CAUSAS	NUMERO DE CASO	PORCENTAJE	GRADOS
PROBLEMAS FAMILIARES	276	69%	248.4
PROBLEMAS CON LOS AMIGOS	92	23%	82.8
DECISION PERSONAL	8	2%	7.2
OTRAS CAUSAS NO DETERMINADAS	24	6%	21.6



3.3.4 Rúbricas para evaluar al alumno

NOMBRE DEL ALUMNO *Ana Isabel Esquivias*		NIVELES DE LOGRO			
GRUPO **3º D**					
	RASGOS A EVALUAR	En general realiza el trabajo sin ayuda, se involucra en la propuesta y regularmente resuelve lo que se solicita de manera correcta (1)	Manifiesta dificultades, pregunta si tiene dudas, pero en general sí realiza las actividades que se sugieren (.75)	Tiene dificultades, no siempre pide ayuda, no resuelve las actividades en su totalidad ni siempre de manera correcta (.5)	No concluye las actividades, ya que se le dificulta la comprensión de un problema desde su redacción, tiene necesidad de que se le indique paso a paso el proceso a seguir. Tiene deficiencias incluso en cuanto a los algoritmos, interpretación de resultados y ubicación de datos en tablas y gráficas (.25)
1)	Interpretación de la información				
2)	Da seguimiento a la secuencia de trabajo propuesta				
3	Llenado de tablas				
4	Trazado de gráficas				
5	Establece la relación entre dos variables mediante una razón. Plantea y resuelve proporciones.				
6)	Dada una relación entre dos variables, encuentra la expresión algebraica mediante la cual se relacionan				
7)	A través de la lectura de una tabla distingue entre la variación proporcional directa y la variación proporcional inversa.				
8)	Dada una gráfica identifica la función que le corresponde				
9)	Dada una función identifica la gráfica que corresponde a ella				
10)	Interpretación y validación de resultados				
	SUMA		**2.5**	**3.75**	
	TOTAL				**6.25**

3.3.5 Rúbricas de autoevaluación del alumno

Daniel Olea Villarreal

ASPECTOS A EVALUAR	2 puntos	1.5 puntos	1 puntos	0.5 puntos
Lectura y comprensión del problema	No tuve problemas con la interpretación de la información que se proporcionó.	Tuve que leer varias veces para interpretar lo que se estaba solicitando.	Leí varias veces la información porque no entendia muy bien lo que me solicitaban, pero pedia ayuda a mis compañeros.	Leí pero no entendí las indicaciones, entonces me esperé para ver que decian mis compañeros con relación a lo que había que hacer.
Actitud para el trabajo	La actividad me pareció interesante.	No me sentí motivado para la realización de la actividad, pero si trabaje en parte.	No trabajé porque la actividad no me llamó la atención, pero permiti que los demás trabajaran.	La actividad me pareció aburrida e irrelevante, me distraje bastante y distraje a los demás
Participación en el equipo	Mi participación fue oportuna y acertada	Participé pero tuve algunos errores, acepté las correcciones de mis compañeros.	No participé, pero escuché con atención las aportaciones de mis compañeros.	Me costó mucho trabajo concentrarme, me distraje bastante.
Realización de los cálculos	Participé activamente en la realización de los cálculos.	Sólo pude hacer algunos cálculos, copié los demás resultados.	En su mayoria copié los resultados, realizo las operaciones muy lentamente.	Solo copié los resultados porque no sabia como hacer los cálculos y me aburro haciéndolos.
Deducción de la fórmula	Logré encontrar la fórmula que me solicitaron.	Participé para encontrar la fórmula que me solicitaban, aunque al principio no comprendí muy bien lo que me estaban pidiendo.	No comprendi lo que me estaban solicitando, pero permití que mis compañeros trabajaran, escuchaba lo que decían y copiaba.	No comprendí lo que me estaban pidiendo y eso hacía que me distrajera con facilidad, contesté lo que el resto de mis compañeros proponia.

.: SÓLO PARA CONSULTA :.

3.3.6 Exámenes objetivos

NOMBRE Naomi Adelyn Juárez Araujo

1) La intensidad de la corriente eléctrica, el voltaje y la resistencia eléctrica del material se relacionan mediante la fórmula.

$I = \frac{V}{R}$, en al fórmula se expresa que.......................................(C)

a) La intensidad y el voltaje son inversamente proporcionales, si la resistencia permanece constante.

b) La intensidad y la resistencia eléctrica del material son directamente proporcionales, si el voltaje permanece constante.

c) El voltaje y la resistencia son directamente proporcionales si la intensidad se mantiene constante.

d) El voltaje es directamente proporcional a la Intensidad e inversamente proporcional a la resistencia.

2) La ley general del estado gaseoso se enuncia de la siguiente forma:

"Los volúmenes ocupados por una determinada masa gaseosa son directamente proporcionales a sus temperaturas absolutas e inversamente proporcionales a las presiones ejercidas", la expresión algebraica que corresponde a dicho enunciado es..........................(d)

a) $\frac{PT}{V} = K$	b) $\frac{TV}{P} = K$	c) $\frac{P}{VT} = K$	d) $\frac{PV}{T} = K$

3) Analiza la tabla siguiente y con base en ella contesta..............(b)

Para el petróleo se cumple que:		
Masa	Volumen	Densidad
800 g	1 dm^3	800 g/ dm^3
1600 g	2 dm^3	800 g/ dm^3
8000 g	10 dm^3	800 g/ dm^3
40,000 g	50 dm^3	800 g/ dm^3

$$\frac{M_1}{V_1} = \frac{M_2}{V_2}$$

$$\frac{M}{V} \neq D$$

a) La representación gráfica de la masa y el volumen es una rama de una hipérbola

b) La representación gráfica de la masa y el volumen es una parábola

c) La representación gráfica de la masa y el volumen es una recta que pasa por el origen

d) La representación gráfica de la masa y el volumen es una recta que no pasa por el origen

4) Analiza la tabla siguiente y con base en ella contesta..................(C)

Se define como intensidad de la corriente eléctrica a la cantidad de electricidad que circula a través de un conductor en la unidad de tiempo		
Intensidad de la corriente eléctrica (I)	Cantidad de electricidad (C)	Tiempo (T)
5 Amperes	100 Coulombs	20 segundos
10 Amperes	100 Coulombs	10 segundos
25 Amperes	100 Coulombs	4 segundos
40 Amperes	100 Coulombs	2.5 segundos

$I_1 \cdot T_1 = I_2 \cdot T_2$

$I \cdot T = C$

a) La intensidad de la corriente eléctrica es inversamente proporcional al tiempo, si la carga permanece constante.

b) La cantidad de electricidad y el tiempo son inversamente proporcionales.

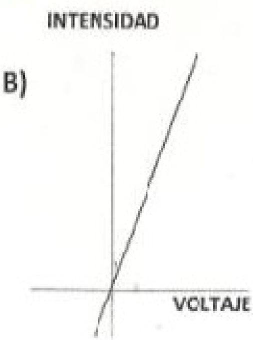
c) La representación gráfica de la intensidad de la corriente eléctrica con respecto al tiempo es una recta que pasa por el origen.

d) La representación gráfica de la intensidad de la corriente eléctrica con respecto al tiempo es una parábola que pasa por el origen.

5) La intensidad de la corriente eléctrica es inversamente proporcional al voltaje si la potencia permanece constante, la gráfica que expresa dicha relación es ....(~~B~~)

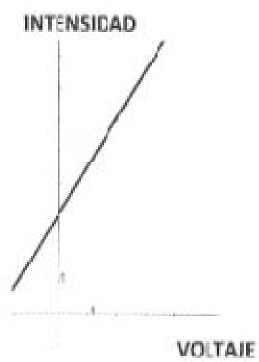
A)

B)



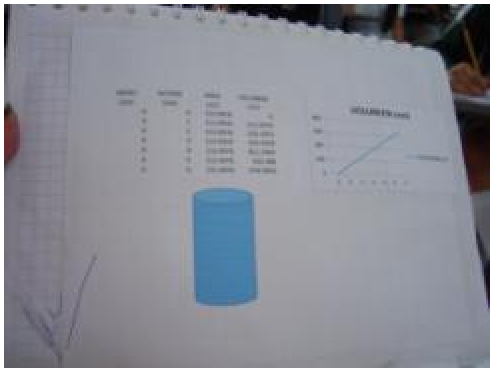
C)

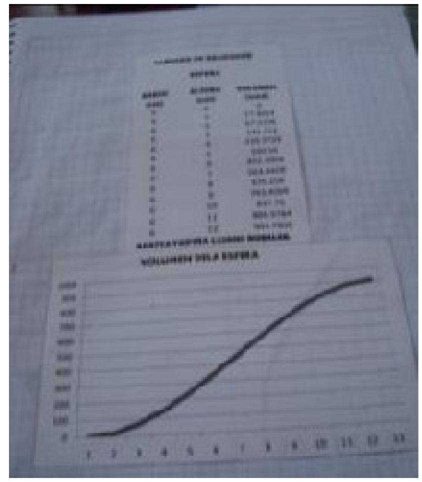
D)

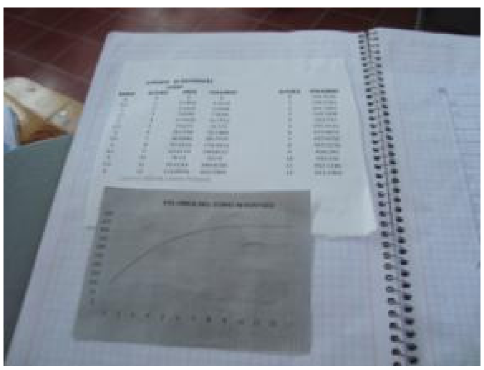


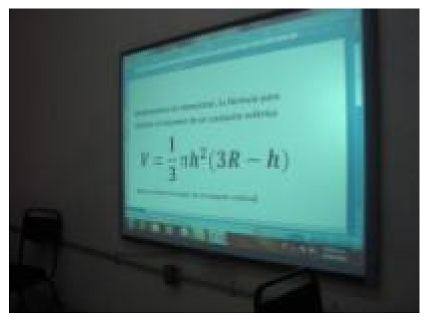
3.3.7 Trabajos realizado en papel y en computadora

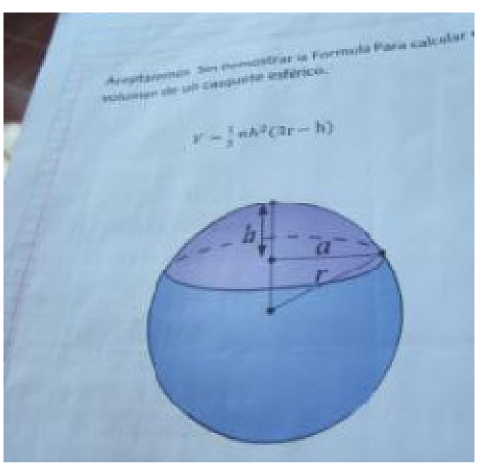
ACTIVIDADES SOBRE LLENADO DE RECIPIENTES

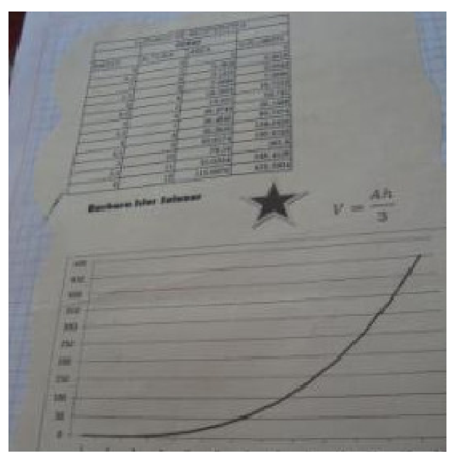




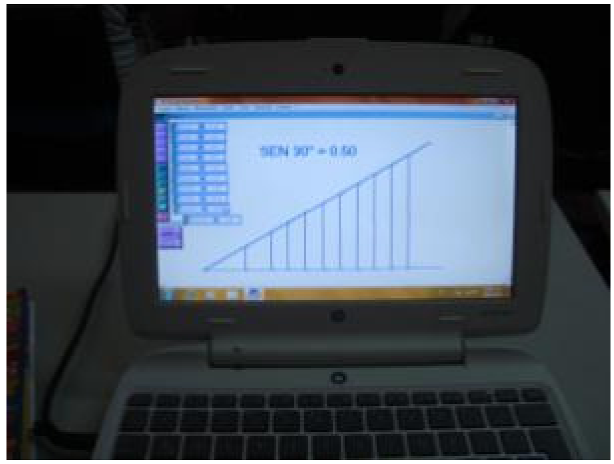




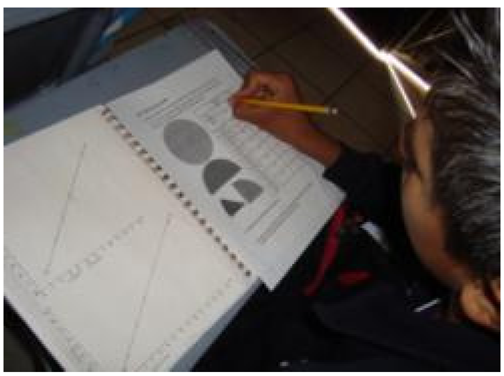




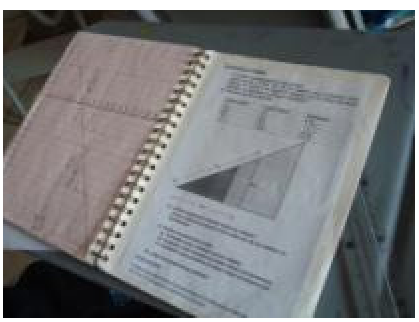
ACTIVIDAD SOBRE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS



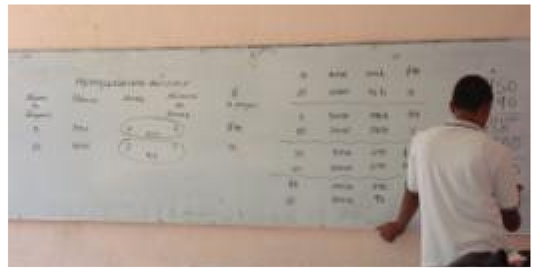
ACTIVIDAD SOBRE SECTORES CIRCULARES



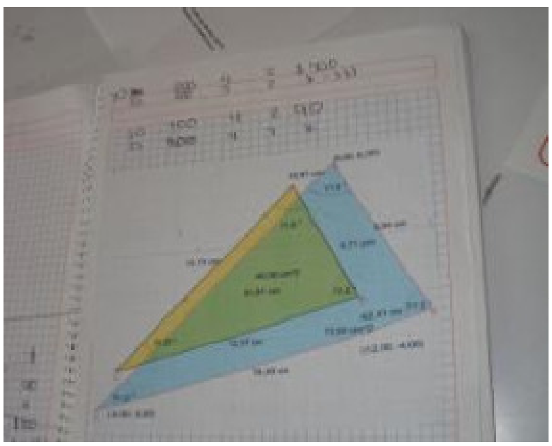
ACTIVIDAD SOBRE TRIÁNGULOS ESPECIALES

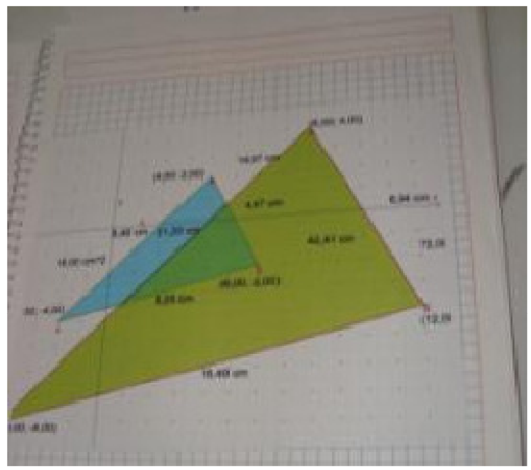


ACTIVIDAD SOBRE PROPORCIONALIDAD MÚLTIPLE

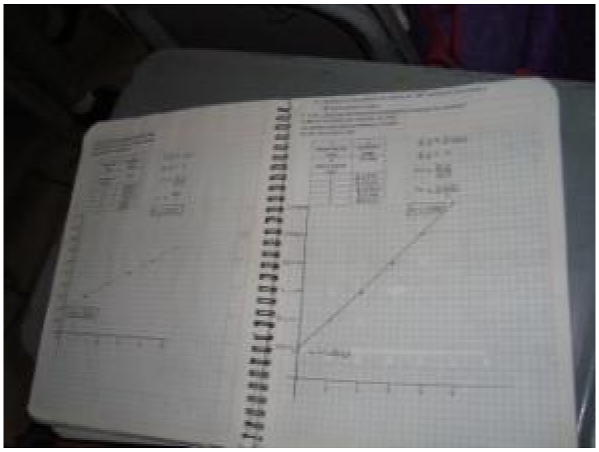


ACTIVIDAD SOBRE TRIÁNGULOS SEMEJANTES

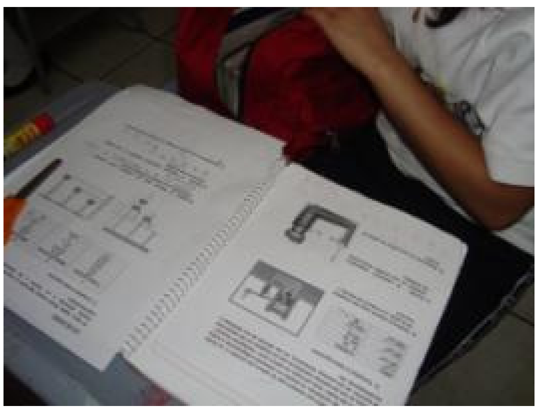




ACTIVIDAD SOBRE RAZÓN DE CAMBIO



ACTIVIDAD SOBRE LEYES DE FÍSICA



ACTIVIDAD SOBRE ESCALAS TERMOMÉTRICAS

La información relativa al trabajo realizado por los alumnos del grupo experimental, obtenida a través de otras fuentes diferentes al examen postest, da evidencia de la dedicación, la constancia para iniciar y concluir las actividades, el interés mostrado por participar y mostrar los trabajos concluidos e impresos, la congruencia al manifestar en las autoevaluaciones la dificultad para comprender la información y para realizar lo solicitado.

APLICACIÓN DEL EXAMEN PRETEST

APLICACIÓN DEL EXAMEN POSTEST

CAPÍTULO 4
PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA
4.1 Datos de identificación

Nivel Educativo: Secundaria

Institución: Esc. Sec. Gral. No. 2 “Manuel Ávila Camacho”, Yahualica, Jal.

Grado: Tercero

Grupo control: 3º C

Grupo experimental: 3º D

Materia: Matemáticas

Total de semanas: 3 semanas

Duración en horas: 18 sesiones de 50 minutos

Temática a tratar: Proporcionalidad

4.2 Antecedentes

En cada una de las secuencias se detallan los antecedentes que el alumno requiere para la comprensión de los temas. En algunos de ellos son operaciones básicas, fórmulas para el cálculo de áreas y de volúmenes, conocimiento de un software educativo, concepto de semejanza, porcentajes, “regla de tres”, planteamiento de razones y proporciones, elaboración de tablas y gráficas, etc.

Los temas futuros que se nutrirán con los temas abordados en la propuesta, serán los mismos temas de proporcionalidad, de los que el alumno contará con una visión más amplia para identificarlos y aplicar estrategias más formales de resolución.

4.3 Objetivos

Proporcionalidad es el tema más inclusivo, de los 10 temas que propone el programa de Matemáticas de Educación Básica 2011. No solamente en los contenidos del Tema Proporcionalidad y Funciones sino también en los del Tema Medida y en el de Figuras y Cuerpos entre otros, se requieren los temas de Proporcionalidad.

A lo largo de su educación secundaria los alumnos estudian los temas relativos a proporcionalidad, pero como suele suceder con muchos de los conocimientos que adquieren los ven como "parcelas de saber", inconexos unos con otros, sin mucha posibilidad de relacionarlos.

El Objetivo de esta propuesta es precisamente eso, abordar los temas de proporcionalidad de manera continua, en un espacio relativamente corto de tiempo, con el objeto de que el alumno además de percibir su gran aplicabilidad, los relacione y potencie su alcance, teniendo además la ventaja de que se cuenta ya con un antecedente de prácticamente todos, pues de una u otra forma ya fueron abordados en el presente o en los dos ciclos escolares anteriores.

4.4 Contenidos a abordar

En la Tabla 4.1 siguiente, se muestran las doce secuencias, los contenidos tal como aparecen en el programa vigente de matemáticas de secundaria, el número de sesiones y la duración de cada sesión.

Los contenidos tienen tres números el primero de ellos corresponde al grado, siete corresponde a primero de secundaria, que es séptimo grado de educación básica, ocho corresponde a segundo de secundaria y nueve a tercero de secundaria. El segundo de los números corresponde al bloque, es decir al bimestre en que debe abordarse dicho contenido y el tercer número corresponde al número de contenido en ese bimestre. Así 7.1.8 significa séptimo grado, primer bloque y contenido número 8 de dicho bloque.

TABLA 4.1

NÚMERO DE SECUENCIA	CONTENIDOS	NÚMERO DE SESIONES	DURACIÓN DE CADA SESIÓN
UNO	7.1.8 Resolución de problemas de reparto proporcional. 7.5.6 Resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.	1	50 minutos
DOS	9.5.5 Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.	1	50 minutos
TRES	8.1.6 Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, tales como aplicar un porcentaje a una cantidad, determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa.	1	50 minutos
CUATRO	8.5.4 Cálculo de la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos, el área de sectores circulares y de la corona.	1	50 minutos
CINCO	8.4.5 Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma: $y = a x + b$. 8.5.5 Lectura y construcción de gráfi-	2	50 minutos

	cas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos.		
SEIS	8.2.6 Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos. 8.3.6 Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad $y = kx$, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación.	2	50 minutos
SIETE	9.5.5 Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.	3	50 minutos
OCHO	9.1.2 Construcción de figuras congruentes o semejantes (triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades.	1	50 minutos
NUEVE	9.4.4 Análisis de las relaciones entre los ángulos agudos y los cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo.	1	50 minutos
DIEZ	9.4.4 Análisis de las relaciones entre los ángulos agudos y los cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo.	1	50 minutos
ONCE	9.1.2 Construcción de figuras congruentes o semejantes (triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades.	2	50 minutos
DOCE	9.3.6 Lectura y construcción de gráficas formadas por secciones rectas y curvas que modelan situaciones de movimiento, llenado de recipientes, etcétera.	2	50 minutos
	TOTAL	18	

Previo a trabajar las doce secuencias diseñadas, se aplicará a los dos grupos, 3º C Grupo Control y a 3º D Grupo Experimental, un examen para detectar los conocimientos con que cuentan los alumnos con relación a los temas de Proporcionalidad y al concluir la aplicación de las secuencias se aplicará otro examen con el propósito de determinar si existe una diferencia significativa entre los grupos y por tanto poder valorar la efectividad de la propuesta.

Como ya se mencionó en cada una de las sesiones se sugiere una actividad de evaluación que va desde registros, rúbricas, exámenes de conocimientos, preguntas para detectar si se comprendió o no lo que se solicitaba, problemas diseñados por el mismo alumno, actividades en algún software, etc. La finalidad de estas actividades de evaluación es la obtención de información que permita complementar la que se obtenga del análisis estadístico de los datos tanto del examen previo, como del examen posterior.

El Instrumento de evaluación previo a la aplicación de la secuencia se incluye en los anexos. Se aplicará a los alumnos en un mismo día a los dos grupos juntos, en el auditorio de la Institución y se requerirán 3 sesiones de clase de 50 minutos cada una.

4.5 Descripción de las sesiones

4.5.1 SECUENCIA 1

4.5.1.1 TEMA: PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES

Contenidos:

7.1.8 Resolución de problemas de reparto proporcional

7.5.6 Resolución de problemas de proporcionalidad múltiple

Aprendizajes esperados:

Resuelve problemas de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante”, en los que la razón interna o externa es un número fraccionario.

Estándar:

Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, tales como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.

Conocimientos previos:

Identificación de una relación de proporcionalidad entre las variables que involucra el problema, planteamiento de una razón, resolución de proporciones.

Número de sesiones: Una sesión de 50 minutos

4.5.1.2 OBJETIVO

Con la actividad se pretende que el alumno sistematice las formas de plantear los problemas que involucran variables entre las que existe una relación de proporcionalidad.

En realidad en esta primera sesión se pretende recoger información para saber si los alumnos saben organizar la información, si continúan empleando procedimientos personales o si manejan estrategias más sistemáticas, si plantean razones y proporciones, si manifiestan interés por argumentar o validar las estrategias propuestas por los compañeros contrastándolas con las que cada él propone, etc.

4.5.1.3 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

4.5.1.3.1 Dinámica de trabajo

Se resolverán en plenaria los 4 problemas que se presentan a continuación, con la finalidad de recuperar los conceptos con los que cuentan los alumnos para la resolución de problemas de reparto proporcional y proporcionalidad múltiple**.** Se destinarán 10 minutos para la resolución de cada uno de los problemas siguientes. Se solicitará a los alumnos realizar de manera individual la lectura del problema, leyendo el enunciado las veces que consideren necesario. Se pasará entonces a la presentación ante el grupo de las estrategias que consideren pertinentes. La participación de los alumnos será libre, pero también pudieran dirigirse preguntas a algún alumno en especial, al mismo tiempo que los alumnos van presentando sus estrategias de resolución, estas serán validadas por el resto del grupo.

4.5.1.3.2 Materiales utilizados

Los alumnos contarán con los enunciados de los problemas impresos en una hoja que les será entregada al iniciar la actividad. Recortarán y pegarán el enunciado de cada problema en su libreta y anotarán a continuación lo que consideren conveniente para su resolución.

Los enunciados de los problemas son los siguientes:

1) Entre Joaquín y Andrés realizaron un trabajo que les llevó 25 horas en total, Joaquín trabajó 10 horas y Andrés 15 horas. Recibieron en total por su trabajo $ 22 500. ¿Qué cantidad de dinero corresponde a cada uno de acuerdo a la cantidad de horas que trabajó?

2) La Sociedad de alumnos de la Escuela Secundaria solicitó apoyo económico al Director y a la Sociedad de Padres de Familia para solventar los gastos de la posada. El Director prometió aportar lo doble de lo que aporten la Sociedad de alumnos y a su vez la Sociedad de Padres de Familia les prometió una cantidad equivalente a cinco veces lo que la Sociedad de alumnos aportara. Si en total se gastaron $ 24 000 en la posada. ¿Qué cantidad de dinero aportó cada una de las partes?

3) Por el consumo de energía eléctrica de 10 lámparas de 100 watts encendidas un promedio de 4 horas diarias durante dos meses se paga $ 90. ¿Cuánto se pagará por el consumo de energía eléctrica de 25 lámparas de 200 watts encendidas un promedio de 3 horas diarias durante un mes, estimando que el costo de la unidad de energía es similar en los dos casos?

4) En total se pagan $ 16, 000 a 20 obreros que han trabajando 8 horas diarias durante 5 días, ¿Cuánto se deberá pagar a 15 obreros que trabajarán jornadas de 6 horas diarias durante 12 días, considerando que la hora trabajada se paga igual en las dos situaciones?

4.5.3.3.3 EVALUACIÓN:

Se realizará la grabación de la clase y se tomarán fotografías en diferentes momentos.

Se realizará un registro de clase, considerando la siguiente guía para la recuperación de la información:

a) ¿Los alumnos se motivaron con la actividad? Mencionar los indicadores para una u otra respuesta.
b) ¿La participación en los cuestionamientos que se hicieron involucró al grupo en su mayoría, o se limitaron a escuchar a unos pocos?
c) ¿Se resolvieron los problemas por un camino único o se presentaron diversas alternativas de resolución?
d) ¿Fueron cuestionadas las propuestas presentadas o simplemente hubo aceptación de ellas?
e) ¿Las propuestas de resolución fueron procedimientos personales o procedimientos más sistemáticos, como elaboración de tablas por ejemplo?
f) ¿Se mencionaron los conceptos de razón o de proporción? ¿Se plantearon razones o proporciones?
g) ¿Se cuestionó si los resultados obtenidos eran o no lógicos?

4.5.2 SECUENCIA DOS

4.5.2.1 TEMA: PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES

Contenidos:

9.5.5 Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.

Aprendizajes esperados:

Lee y representa, gráfica y expresa algebraicamente, relaciones lineales y cuadráticas.

Estándar:

Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.

Conocimientos previos:

Unidades en que se mide el peso, el volumen y el peso específico de un cuerpo.

Concepto e interpretación del peso específico de una sustancia. Relación matemática con la que se expresa dicho concepto.

Unidades en que se mide el perímetro y el área de una figura. Fórmulas para el cálculo de la medida de la circunferencia y del área de un círculo, en función del radio y en función del diámetro.

Número de sesiones: Una sesión presencial de 50 minutos.

4.5.2.2 OBJETIVO

Con la actividad se pretende que el alumno sistematice las formas de plantear los problemas que involucran variables entre las que existe una relación de proporcionalidad.

En esta segunda sesión el alumno deberá buscar la información que considere necesaria para resolver los problemas que se le solicitan. Algunos de los conceptos son de física. Se desea saber las dificultades que afronta el alumno para completar los datos en una tabla y representarlos luego en una gráfica cartesiana, así como la interpretación que da a dicha gráfica.

4.5.2.3 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES:

4.5.2.3.1 Dinámica de trabajo

Se entregará a cada uno de los alumnos una hoja impresa con las dos actividades siguientes, la entrega será el día anterior a la revisión de la misma. Se solicitará que resuelvan lo que se indica, investigando los conceptos que no recuerden o desconozcan.

Se revisará hará la revisión en clase, permitiendo que los alumnos libremente hagan aportaciones de lo solicitado.

4.5.2.3.2 Materiales utilizados

Los alumnos investigarán en internet, en libros de física, enciclopedias, o cualquier otra fuente. Libreta de cuadro chico, la usual que emplean en matemáticas, tijeras pegamento y regla graduada.

La información que será entregada a los alumnos en hoja impresa es la siguiente.

1) <u>PESO ESPECÍFICO</u>

De acuerdo a los pesos específicos de los metales que se proporcionan a continuación, contesta lo que se te pide:

Plata $10.5\ \vec{g}\ /\ cm^3$

Níquel $8.6\ \vec{g}\ /\ cm^3$

Zinc $7.2\ \vec{g}\ /\ cm^3$

Aluminio $2.7\ \vec{g}\ /\ cm^3$

a) **¿Cómo interpretas el dato que se muestra en la tabla relativo a la plata? ¿Qué deduces de acuerdo a los datos registrados en la tabla?**

b) **Se tienen 15 cm^3 de un metal y pesan 40.5 $\vec{g}$, ¿podría ser plata?**

c) **¿Qué volumen ocuparán 50 $\vec{g}$ de Zinc?**

d) **¿Cómo sería una fórmula que relacione el peso, el volumen y el peso específico de una sustancia?**

2) <u>CÍRCULO Y CIRCUNFERENCIA</u>

a) Completa la tabla siguiente, realiza los cálculos con π= 3:

RADIO (r)	DIAMETRO (d)	MEDIDA DE LA CIRCUNFE-RENCIA (P)	MEDIDA DE LA SUPER-FICIE QUE CUBRE (A)
5 cm			
4 cm			
8 cm			

b) Escribe una fórmula que relacione

- **El radio y el diámetro**
- **El radio y la medida de la circunferencia**
- **El diámetro y la medida de la circunferencia**
- **El radio y la medida de la superficie que cubre el círculo**
- **El diámetro y la medida de la superficie que cubre el círculo**

c) Grafica los datos de la tabla

- **Tomando como variables el radio y la medida de la circunferencia.**
- **Tomando como variables el radio y la medida de la superficie que cubre el círculo.**
- **¿Qué concluyes de las gráficas?**
-

4.5.2.3.3 EVALUACIÓN

Es común entre los alumnos que por negligencia o desconocimiento de los temas, recurran a la copia, es probable que tengan resuelta la actividad y tal vez no encuentren sentido a lo que se menciona en ella, luego de la revisión en plenaria de las actividades, deberán contestar lo que se solicita en el cuadro siguiente, se indicará a los alumnos lo importante de una respuesta que sea apegada a la realidad, se insistirá en que las actividades a realizar de esta propuesta tienen como finalidad lograr que tengan una mejor comprensión de los temas:

A cada una de las afirmaciones siguientes marca SI ó NO según sea el caso			
1)	Comprendo el concepto de peso específico de una sustancia	**SI**	**NO**
2)	A mayor volumen de una misma sustancia ¿Será mayor su peso?	**SI**	**NO**
3)	Se tiene un centímetro cúbico de dos sustancias diferentes, ¿La que tiene mayor peso tendrá menor peso específico?	**SI**	**NO**
4)	¿La variación del radio de un círculo y la medida de su circunferencia es directamente proporcional?	**SI**	**NO**
5)	¿La variación del radio de una circunferencia y el área del círculo es directamente proporcional?	**SI**	**NO**
6)	Por simple inspección de una gráfica, ¿puede determinarse el tipo de variación que existe entre sus variables?	**SI**	**NO**
7)	La representación gráfica de dos variables es una recta que pasa por el origen, si se trata de una variación directamente proporcional.	**SI**	**NO**
8)	La representación gráfica de dos variables es una parábola con vértice en el origen, si se trata de una variación directamente proporcional.	**SI**	**NO**
9)	La relación entre el radio y el diámetro de una misma circunferencia es una variación directamente proporcional.	**SI**	**NO**
10)	Al observar la relación de las variables, radio, diámetro, medida de la circunferencia y área del círculo en las fórmulas, ¿puede determinarse cómo serían sus gráficas?	**SI**	**NO**

4.5.3 SECUENCIA TRES

4.5.3.1 TEMA: PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES

Contenidos:

8.1.6 Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, tales como aplicar un porcentaje a una cantidad, determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa.

Aprendizajes esperados:

Resuelve problemas que implican el cálculo de porcentajes o de cualquier término de la relación: Porcentaje = cantidad base × tasa. Inclusive problemas que requieren de procedimientos recursivos.

Estándar:

Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, tales como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.

Conocimientos previos:

Escribir en Excel tablas de datos, realizar cálculos introduciendo fórmulas en el mismo programa, insertar gráficas. Cálculo de porcentajes, concepto de sector circular.

Número de sesiones: Una sesión presencial de 50 minutos.

4.5.3.2 OBJETIVO

Los alumnos representarán en Excel los datos de la tabla que se propone, definirán la fórmula para llenar la columna correspondiente a los porcentajes y el número de grados.

4.5.3.3 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

4.5.3.3.1 Dinámica de trabajo

Se trabajará en el Aula HDT (Habilidades Digitales para Todos). Las hileras en el Aula consta de 4 computadoras y por tanto se encontrarán en ella 4 alumnos, que interactuarán entre ellos para resolver la actividad. Grabarán en una memoria su respuesta y la expondrán al grupo. Se dispondrá de 25 minutos para la realización de la actividad y 25 para la presentación de conclusiones y validación de resultados.

4.5.3.3.2 Materiales utilizados

Computadora personal, hoja impresa con la información siguiente:

PORCENTAJES, GRÁFICA DE SECTORES CIRCULARES

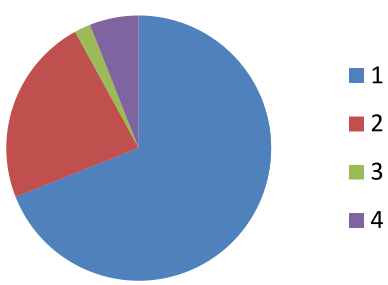
En un estudio realizado a 400 jóvenes con problemas de bulimia y anorexia, se encontró que el origen de sus problemas radicaba en 276 de ellos por problemas familiares, 92 de los jóvenes llegaron a esos problemas motivados por los recomendaciones, burlas o problemas con los amigos o compañeros de clases y 8 de ellos por voluntad propia se vieron envueltos en esos problemas.

a) **Expresar la información anterior en porcentajes, trazar una gráfica de sectores circulares (de pastel). Completar la tabla siguiente, hacerlo en Excel, también los cálculos. En el mismo programa trazar la gráfica.**

CAUSAS	Número de casos	Porcentaje	Número de grados en la gráfica de sectores circulares
Problemas familiares	276		
Problemas con los amigos	92		
Decisión personal	8		
Otras no determinadas	24		

NOTA: Se espera que al concluir la actividad el alumno haya realizado en Excel lo siguiente**:**

	No. de casos	%	No. de grados	
1	276	69	324	
2	92	23	27	
3	8	2	7	
4	24	6	22	



b) ¿Cómo se realiza el cálculo del porcentaje?

c) ¿Cómo se realiza el cálculo del número de grados?

d) ¿Cómo es la relación entre esas dos variables?

4.5.3.3.3 EVALUACIÓN

Se solicitará a un alumno que haga una relatoría de lo sucedido en clase, focalizando su atención en los aspectos siguientes:

1) Participación de los alumnos en la actividad.

2) Respeto de los tiempos
3) Diferencias y coincidencias en los trabajos que se presenten
4) Claridad en las conclusiones.
5) Valoración de la actividad (si fue simple, compleja, clara, fácil, etc.)

4.5.4 SECUENCIA CUATRO

4.5.4.1 TEMA: MEDIDA

Contenidos:

8.5.4 Cálculo de la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos, el área de sectores circulares y de la corona.

Aprendizajes esperados:

Resuelve problemas que implican determinar la medida de diversos elementos del círculo, tales como: ángulos inscritos y centrales, arcos de una circunferencia, sectores y coronas circulares.

Estándar:

Aplica el Teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en la resolución de problemas.

Conocimientos previos:

Concepto de sector circular, cálculo del área de un círculo y porciones de él.

Número de sesiones: Una sesión presencial de 50 minutos.

4.5.4.2 OBJETIVO

Que el alumno deduzca la fórmula mediante la cual puede calcular el área de un sector circular, sea cual fuere el ángulo central.

4.5.4.3 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

4.5.4.3.1 Dinámica de trabajo

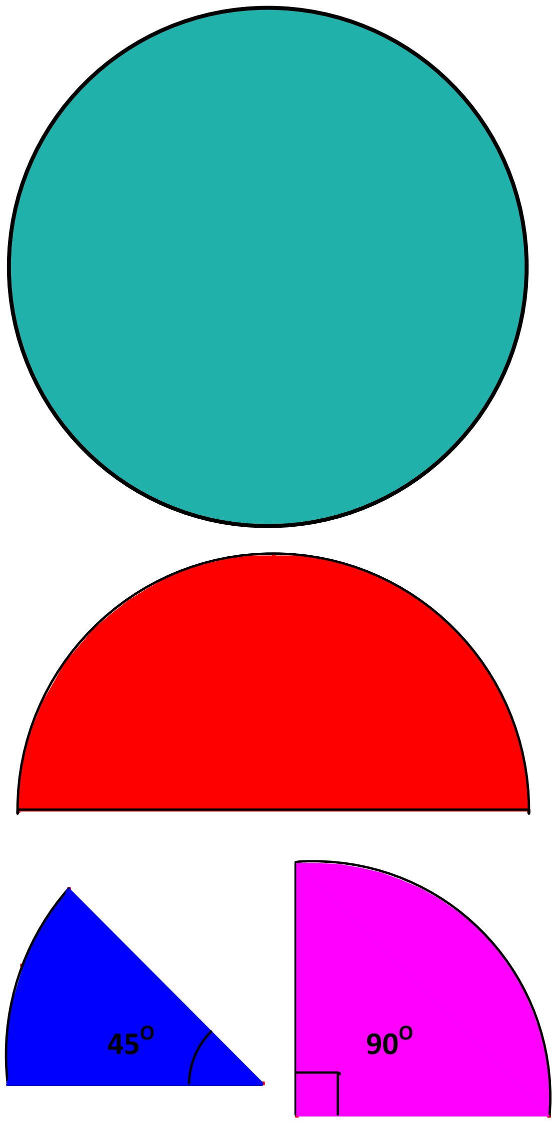
Se entregará a los alumnos, impresa la actividad para su resolución en pequeños grupos de 3 alumnos. Se expondrán en plenaria las conclusiones.

4.5.4.3.2 Materiales utilizados

Hoja impresa con la información de la actividad y las indicaciones sobre lo que se solicita que realicen en los equipos. Hoja impresa con una rúbrica que se entregará a los alumnos al iniciar la actividad, para que conozcan por anticipado los aspectos que se van a evaluar.

SECTORES CIRCULARES

1) **Calcula el área de un círculo de radio 4u, emplea para el cálculo el valor de π como 3, se pide además que realices el cálculo de otras porciones de círculo, concentra los datos en la tabla siguiente:**



	VALOR DEL RADIO	ÁREA
Círculo completo	4U	
Medio Círculo	4 U	
Un cuarto de círculo	4 U	
Un octavo de círculo	4 U	
Un sector circular de 30°	4 U	
Un sector circular de 60°	4 U	
Un sector circular de 120°	4 U	
Un sector circular de 150°	4 U	
Un sector circular de 270°	4 U	
Un sector circular de 300°	4 U	

2) **Explica como realizaste los cálculos**

3) **Expresa en una fórmula la relación matemática mediante la cual puede hacerse el cálculo del área de un sector circular**

4.5.4.3.3 EVALUACIÓN

Se evaluará con una Rúbrica, que se entregará a los alumnos cuando dé inicio la actividad, se solicitará que la lean para que sepan de qué manera van a evaluarse. Se insistirá en la importancia de la autoevaluación y del valor de la sinceridad para obtener información relevante sobre el desempeño del grupo.

RÚBRICA

ASPECTOS A EVALUAR	2 puntos	1.5 puntos	1 puntos	0.5 puntos
Lectura y comprensión del problema	No tuve problemas con la interpretación de la información que se proporcionó.	Tuve que leer varias veces para interpretar lo que se estaba solicitando.	Leí varias veces la información porque no entendía muy bien lo que me solicitaban, pero pedía ayuda a mis compañeros.	Leí pero no entendí las indicaciones, entonces me esperé para ver que decían mis compañeros con relación a lo que había que hacer.
Actitud para el trabajo	La actividad me pareció interesante.	No me sentí motivado para la realización de la actividad, pero si trabaje en parte.	No trabajé porque la actividad no me llamó la atención, pero permití que los demás trabajaran.	La actividad me pareció aburrida e irrelevante, me distraje bastante y distraje a los demás
Participación en el equipo	Mi participación fue oportuna y acertada	Participé pero tuve algunos errores, acepté las correcciones de mis compañeros.	No participé, pero escuché con atención las aportaciones de mis compañeros.	Me costó mucho trabajo concentrarme, me distraje bastante.
Realización de los cálculos	Participé activamente en la realización de los cálculos.	Sólo pude hacer algunos cálculos, copié los demás resultados.	En su mayoría copié los resultados, realizo las operaciones muy lentamente.	Solo copié los resultados porque no sabía como hacer los cálculos y me aburro haciéndolos.
Deducción de la fórmula	Logré encontrar la fórmula que me solicitaron.	Participé para encontrar la fórmula que me solicitaban, aunque al principio no comprendí muy bien lo que me estaban pidiendo.	No comprendí lo que me estaban solicitando, pero permití que mis compañeros trabajaran, escuchaba lo que decían y copiaba.	No comprendí lo que me estaban pidiendo y eso hacía que me distrajera con facilidad, contesté lo que el resto de mis compañeros proponía.

4.5.5 SECUENCIA CINCO

4.5.5.1. TEMA: PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES

Contenidos:

8.4.5 Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma: $y = a\,x + b$.

8.5.5 Lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos.

Aprendizajes esperados:

Lee y representa, gráfica y algebraicamente, relaciones lineales y cuadráticas.

Estándar:

Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.

Conocimientos previos:

Concepto e interpretación gráfica de la pendiente de una recta y de la ordenada al origen. Identificación de las variables y su representación en una gráfica cartesiana. Determinar si la relación entre las variables puede corresponder a una expresión algebraica de la forma y = a x + b

Número de sesiones: Dos sesiones presenciales de 50 minutos.

4.5.5.2 OBJETIVO:

Con la realización de la actividad se espera que los alumnos relacionen adecuadamente los datos en cada uno de los problemas, que lleven acertadamente dicha información a una representación tabular y una representación gráfica. Que encuentren en cada caso la relación algebraica correspondiente, que encuentren sentido en la gráfica a los valores de “m” y “b”

4.5.5.3 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES:

4.5.5.3.1 Dinámica de trabajo

Se dejará a los alumnos la primera parte como trabajo extraclase la actividad, misma que se entregará en una hoja impresa. Al día siguiente se hará una revisión del trabajo realizado por los alumnos, se favorecerá la participación libre, se propiciará un ambiente que favorezca la recepción de propuestas diversas, la argumentación y la validación de las ideas que surjan en plenaria.

La segunda parte de la actividad se resolverá en clases, organizado el grupo en binas se propondrá la actividad siguiente para analizarla y resolverla, nuevamente en plenaria se hará la revisión de la actividad propuesta, recibiendo las aportaciones que los alumnos quieran hacer de manera libre, favoreciendo la argumentación y la validación de las mismas.

4.5.5.3.2 Materiales utilizados

La siguiente es la actividad que los alumnos resolverán extraclase para la realización de la gráficas requerirán regla y papel cuadriculado.

NOMBRE DEL ALUMNO______________________________ GRUPO_________

Completa cada una de las tablas siguientes y representa la información de las mismas en una gráfica cartesiana:

1) **Al ingresar a un balneario se cobra \$50 por cada vehículo que ingresa más \$10 por cada persona que va dentro del vehículo.**

x	y
Número de personas	Cantidad a pagar
0 (Sólo el vehículo)	\$50
1	
2	
3	
4	
5	

2) **En un estacionamiento público se cobra una cuota fija de \$20, más \$7 por cada hora que el vehículo permanece ahí.**

x	y
Número de horas	Cantidad a pagar
0 (Al ingresar el vehículo)	\$20
1	
2	
3	
4	
5	

3) **En una guardería de perros se cobra \$200 por el ingreso del animal y \$ 100 por cada día que el animal es cuidado ahí:**

x	y
Número de días	Cantidad a pagar
0 (Al ingresar el animal)	\$ 200
1	
2	
3	
4	
5	

4) **En una escuela de gastronomía se cobran \$5,800 de inscripción por semestre. Los alumnos pueden cursar hasta 8 materias y el costo de cada una es de \$ 2, 400**

x	y
Número de materias	Cantidad a pagar
0 (Sólo la inscripción)	\$ 5, 800
1	
2	
3	
4	
5	

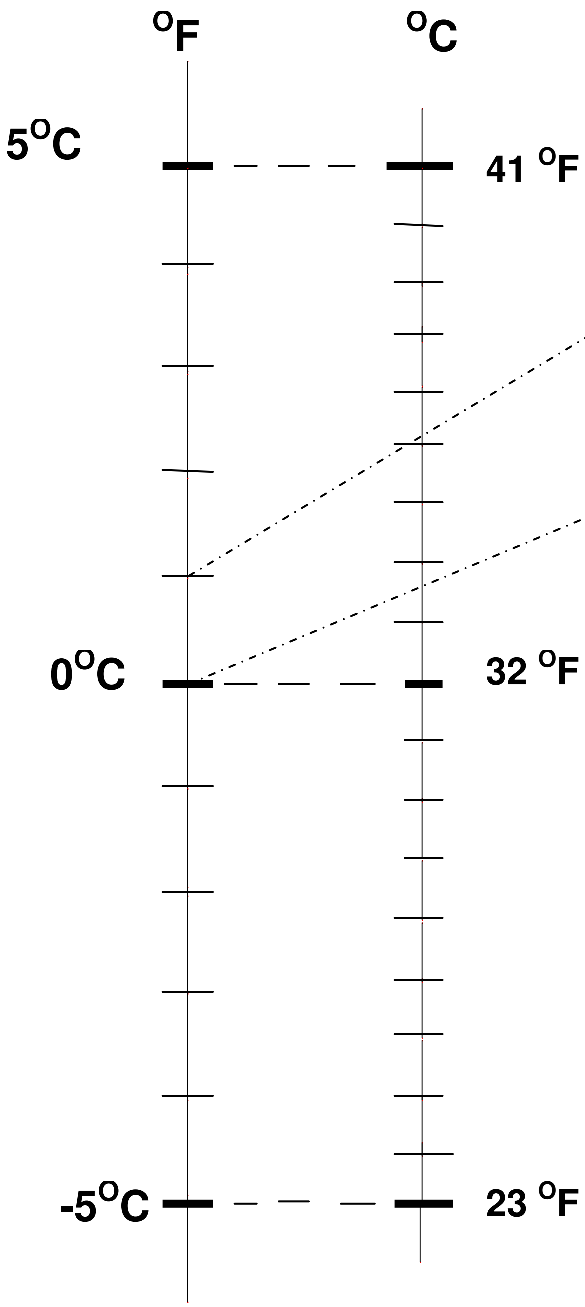
A) **Identifica en cada una de las 4 gráficas los valores de "m" (pendiente de la recta) y "b"(ordenada al origen).**

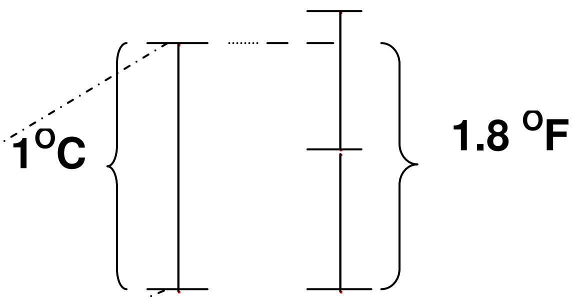
B) **¿Qué tipo de variación corresponde a cada par de variables?**

C) **Encuentra la expresión matemática que relaciona a cada par de variables en cada uno de los cuatro casos.**

La siguiente es la actividad a realizarse en clase, se solicitará a los alumnos regla y papel milimétrico para el trazado de la gráfica.

ESCALAS TERMOMÉTRICAS





Comparando las escalas termométricas Centígrada y Fahrenheit nos encontramos que una temperatura que en la escala de Celsius marcaría 0° y en la Fahrenheit marcaría 32°. Además como se muestra en la figura un grado de la escala Celsius equivale a 1.8 grados de la escala Fahrenheit.

Con base en la información proporcionada completa la tabla siguiente y representa la información en una gráfica cartesiana.

°C	°F
30	
25	
20	
15	
10	
5	41
0	32
-5	23
-10	
-15	

a) **Encuentra la expresión matemática que relaciona ambas escalas.**

b) **¿Qué puede concluirse de la gráfica?**

4. 5. 5. 3. 3 EVALUACIÓN

Se numerarán las binas con números del uno al cinco, dependiendo de su número se les pedirá que den respuesta a la pregunta que corresponde a su número. Se nombrará un relator que recupere las respuestas aportadas por cada bina.

1) ¿Qué tienen en común las 5 gráficas que realizaste?
2) En los 5 casos, ¿La relación corresponde a una expresión de la forma y= m x + b? Anota la expresión algebraica que corresponde en cada caso.
3) ¿Cuál es la interpretación gráfica de “b”? ¿Es la misma para los 5 casos?
4) ¿De que manera “influye” el valor de “m” para la representación gráfica de cada una de las funciones?
5) ¿Qué tipo de variación es?

4.5.6 SECUENCIA SEIS

4.5.6.1 TEMA: PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES

Contenidos:

8.2.6 Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos.

8.3.6 Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad $y = kx$, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación.

Aprendizajes esperados:

Identifica, interpreta y expresa relaciones de proporcionalidad directa o inversa, algebraicamente o mediante tablas y gráficas.

Estándar:

Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, tales como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.

Conocimientos previos:

Características que permiten definir si entre las variables de un problema la proporcionalidad es directa o inversa, al revisar la información en una tabla o ya habiendo trazado la gráfica correspondiente.

Número de sesiones: Dos sesiones presenciales de 50 minutos.

4.5.6.2 OBJETIVO:

Se espera que el alumno asocie la relación y = kx o bien xy = k con una variación directa o inversamente proporcional. De la misma manera si la representación gráfica es una recta o una rama de una hipérbola.

4.5.6.3 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

4.5.6.3.1 Desarrollo de las actividades

Se entregará a los alumnos tres hojas impresas con las indicaciones y los datos de los problemas propuestos para la actividad, como se tiene planeado emplear dos sesiones de clase, los alumnos podrán realizar parte de la actividad como trabajo extraclase. Los alumnos pueden trabajar si lo desean de manera individual o en pequeños grupos de lo más 3 alumnos.

4.5.6.3.2 Materiales utilizados

Material impreso**,** papel cuadriculado, regla.

1) **Se desea trazar una escalera para subir de un piso a otro en una casa. La distancia que separa los dos pisos es 2.40 m.**

   a) **Completa la tabla siguiente:**

Peralte de cada escalón	Número de escalones
20 cm	
	15
24 cm	
	20

   b) **Representa los datos de la tabla en una gráfica.**

   c) **¿Cómo es la relación entre ambas variables?**

2) **En una fábrica de ropa, se sabe que puede cubrirse un pedido de ropa en 15 días, si trabajan en él 40 obreras. Trabajando al mismo ritmo:**
   a) **¿En cuanto tiempo cubren el pedido 50 obreras? ¿Y 20 obreras? ¿Y 75?**
   b) **¿Cuántas obreras se requieren para cubrir el pedido en 10 días? ¿Y en 20 días? ¿y en 25?**
   c) **Representa los datos en una tabla**
   d) **¿Qué tipo de variación es? Representa los datos en una gráfica.**

3) **Alicia vende botitas de niña, en el depósito de fábrica donde surte existe un tabulador para cada modelo, con los precios, dependiendo del número de piezas que se compren.**
   Para la bota rosita de las princesas se tiene la tabla siguiente:

Número de pares	Precio Unitario	Importe total
1	$ 280	$ 280
2	$260	$ 520
5	$ 240	$1200
10	$ 220	$2200
20	$200	$4000

   a) **Representa gráficamente el número de pares de zapatos y el importe total que habría que pagar por ellos.**
   b) **¿Se trata de una variación directa o inversamente proporcional?**

4) A una determinada hora del día, un árbol mide 6m de altura proyecta una sombra de 4m.

En el mismo momento del día:

a) ¿Cuánto medirá la sombra de una persona que mide 1.80 m?

b) ¿Qué altura tendrá un edificio que proyecta una sombra de 12 m?

5) Diana comentó a su modista que desea elegir el diseño de su vestido de novia, pero sólo dispone para la tela de $4000. En los catálogos ha seleccionado 4 modelos que le gustan pero para confeccionarlos, se llevan diferentes cantidades de tela.

MODELO	Cantidad de tela que requiere	Costo máximo de cada metro de tela
A	2 metros	$2, 000
B	4 metros	
C	10 metros	
D	20 metros	

a) Completa la tabla

b) ¿La relación entre las variables es directa o inversamente proporcional?

c) ¿Cómo sería la gráfica?

.: SÓLO PARA CONSULTA :.

5) Felipe desea hacer una fiesta por su cumpleaños, ha pensado en diferentes opciones pues sólo cuenta con $600, si invita a sus 40 compañeros de clase, sólo tendría que gastar en promedio $15 por persona, si reduce el número de invitados podrá ofrecerles algo mejor.

Con base en esta información completa la tabla siguiente:

Número de invitados	Gasto por invitado
40	$15
20	
10	
5	
2	

1) ¿Qué tipo de variación es?

2) ¿Cómo sería su representación gráfica?

6) Manuel debe ir a la casa de sus abuelos que se encuentra en una comunidad a 720 km de donde él vive. Tiene diversas opciones para viajar, puede hacerlo en su camioneta, viajando a un promedio de 120 km / h, puede viajar en un carro 90 Km/h o bien en un carro más viejo que se desplaza a una velocidad promedio de 60 km/h., también pudiera hacerlo en avioneta o en moto.

Completa la tabla siguiente:

DISTANCIA	VELOCIDAD	TIEMPO
720 Km	360 km/h	
720 Km	120 km/h	
720 Km	90 km/h	
720 Km	60 km/h	
720 Km	20 km/h	

¿Qué tipo de variación es?

¿Cuál sería su representación gráfica?

4.5.6.3.3 EVALUACIÓN

El grupo designará a un alumno que recapitule los conceptos más importantes a recuperar, dicho alumno podrá levantarse y recurrir a los equipos para enriquecer sus conclusiones:

1) Indica las características que debe reunir una variación para que corresponda a una, que sea directamente proporcional.
2) ¿Cuáles de las 6 relaciones anteriores corresponden a ese tipo?
3) Indica las características que debe reunir una variación para que corresponda a una, que sea inversamente proporcional.
4) ¿Cuáles de las 6 relaciones anteriores corresponden a ese tipo?
5) ¿Alguna de las 6 no es una relación directamente proporcional y tampoco es inversa? Si la hay explica porque no corresponde a cualquiera de los dos tipos.
6) Analizando los datos de las tablas. ¿Puede deducirse como será la gráfica?
7) Del análisis de una gráfica. ¿Puede concluirse el tipo de variación al cual corresponde?

8) ¿Cómo pueden relacionarse las formas de expresión **y= k x, x y = k** con la variación proporcional inversa o directa?

9) ¿Cómo pueden relacionarse las formas de expresión **y= k x, x y = k** con una gráfica que sea una rama de una hipérbola o una recta que pase por el origen?

10) La función y= x^2, ¿Corresponde a una variación proporcional directa o inversa?

4.5.7 SECUENCIA SIETE

4.5.7.1 TEMA: PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES

Contenidos:

9.5.5 Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.

Aprendizajes esperados:

Lee y representa, gráfica y algebraicamente, relaciones lineales y cuadráticas.

Estándar:

Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades

Conocimientos previos:

Características que permiten definir si entre las variables de un problema la proporcionalidad es directa o inversa, al revisar la información en una tabla o ya habiendo trazado la gráfica correspondiente.

Número de sesiones: Tres sesiones presenciales de 50 minutos.

4.5.7.2 OBJETIVOS

Se espera que el alumno asocie la relación y = kx o bien xy = k con una variación directa o inversamente proporcional. De la misma manera si la representación gráfica es una recta o una rama de una hipérbola. Se espera además que el alumno sepa “leer” en una fórmula, la relación de proporcionalidad entre las variables.

4.5.7.3 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

4.5.7.3.1 Dinámica de trabajo

En un primer momento se entregará a los alumnos material impreso con el propósito de que lea, se allegue información si no cuenta con los elementos indispensables para la interpretación.

Durante la fase presencial, se hará nuevamente una lectura conjunta, antes de proceder a realizar cálculos y gráficas, se insistirá en que el alumno pregunte con relación a las palabras o conceptos que dificulten la interpretación del texto.

Ya habiendo superado esa fase se procederá al análisis de las variables que intervienen en cada uno de los problemas. Es importante que el alumno aprenda a “leer una fórmula”, que al ver las variables que en ella aparecen y las operaciones que realizan entre sí, le permita determinar el tipo de variación correspondiente.

Al concluir la revisión de la actividad se aplicará un examen escrito que el alumno deberá contestar de manera individual. Se hará la revisión de las respuestas por parte del profesor y con base en los resultados que se obtengan se realizará una segunda revisión en plenaria, con el propósito de aclarar los temas en que mas fallas se detecten.

4.5.7.3.2 Materiales utilizados

Material impreso, papel cuadriculado, regla.

Se muestra a continuación el material impreso que se entregará a cada uno de los alumnos:

<u>PRESIÓN</u>

Analiza la información que se presenta a continuación

a) Lorena pesa 60 kp, el área de sus zapatos es 200 cm^2, entonces la presión que ejerce sobre el piso es:

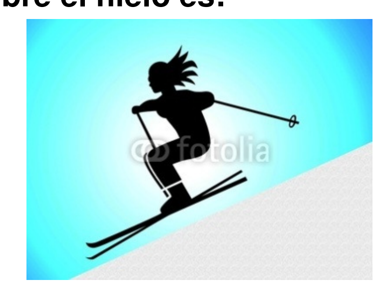
$$P = \frac{60\ kp}{200\ cm^2} = .3\ kp/\ cm^2 = 300\ \overrightarrow{g}\ /\ cm^2$$

b) Cuando Lorena usa zapatillas con tacón de "clavito", el área de sus zapatos es 80 cm^2, entonces la presión que ejerce sobre el piso es:

$$P = \frac{60\ kp}{80\ cm^2} = .75\ kp/\ cm^2 = 750\ \overrightarrow{g}\ /\ cm^2$$

c) Cuando Lorena va a Lake Tahoe, usa unos esquíes cuya área es de 3000 cm^2, entonces la presión que ejerce sobre el hielo es:

$$P = \frac{60\ kp}{3000\ cm^2} = 0.02\ kp/\ cm^2 = 20\ \overrightarrow{g}\ /\ cm^2$$



1) **Registra en una tabla los valores de: presión, fuerza y área**

Fuerza	**Área**	**Presión**

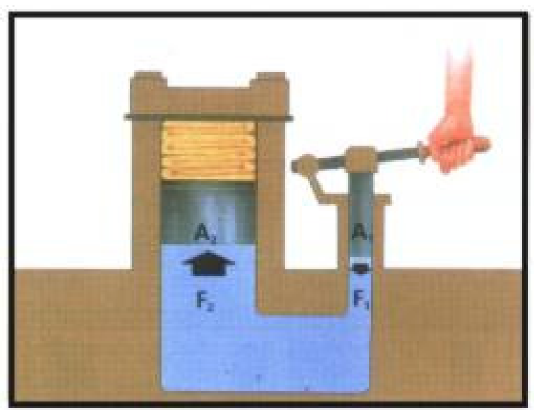
2) **Anota la fórmula que las relaciona. Explica si la relación entre las variables es directa o inversa.**

PRINCIPIO DE PASCAL

Blas Pascal descubrió que siempre que se aplica una presión a un fluido encerrado en un recipiente, la presión se transmite íntegramente a todos los puntos del fluido. Este principio se aplica para, "multiplicar fuerzas", se aplica en los elevadores hidráulicos que se emplean en las estaciones de servicio, en las prensas hidráulicas, en los sillones de los dentistas y los peluqueros, etc.

3) **Completa la tabla siguiente:**

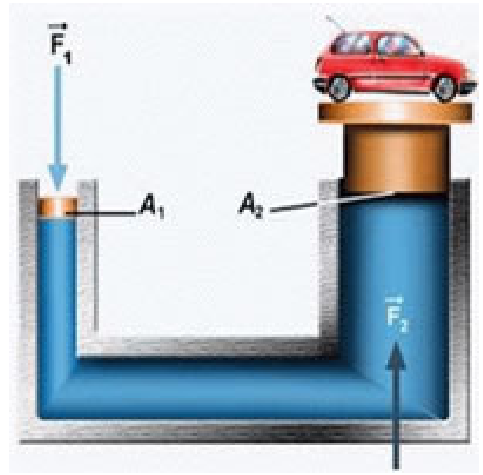
ÁREA	**FUERZA**
4 cm^2	**5 kp**
400 cm^2	**500 kp**
	100 kp
200 cm^2	
	1000 kp
1000 cm^2	



2) **Explica la relación entre las variables de la tabla. ¿La relación es directa o inversa?**

3) **Escribe la expresión matemática mediante la cual pueden relacionarse las variables.**

4) **Representa en una gráfica los datos de la tabla.**

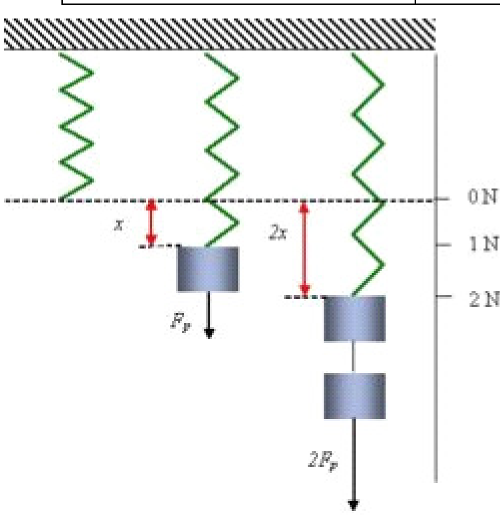


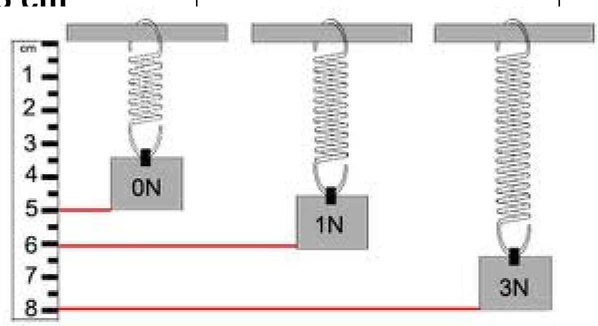
LEY DE HOOKE

El físico inglés Robert Hooke descubrió la relación existente entre las fuerzas aplicadas a un resorte y las deformaciones elásticas experimentadas.

1) **Completa la tabla siguiente**

I	II	III
Fuerza aplicada	**Medida del resorte**	**Deformación**
0 N	**20 cm**	**0 cm**
5 N	**27.5 cm**	**7.5 cm**
12 N		
15 N		
20 N		
	35 cm	



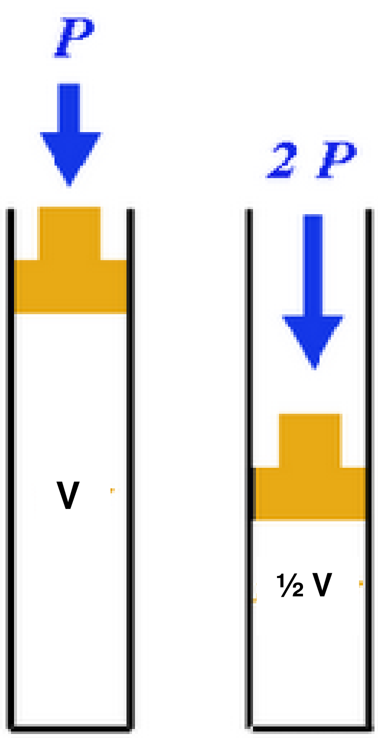


2) Explica la relación entre las variables: fuerza aplicada y deformación. ¿La relación es directa o inversa?

3) Escribe la expresión matemática mediante la cual pueden relacionarse las variables.

4) Representa en una gráfica los datos de la tabla de las columnas I y III

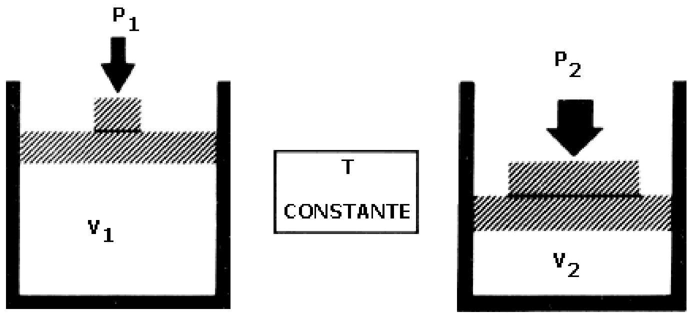
LEY DE BOYLE MARIOTTE



Robert Boyle y Edme Mariotte formularon una de las leyes de los gases ideales, dicha ley relaciona el volumen y la presión de un gas encerrado en un recipiente, mientras que la temperatura permanece constante.

En la tabla siguiente se expresan las condiciones de una cierta masa de gas cuando la temperatura permanece constante.

TEMPRATURA	PRESIÓN	VOLUMEN
300 ^{O} K	2 atmósfera	600 cm^3
300 ^{O} K	4 atmósfera	300 cm^3
300 ^{O} K	10 atmósfera	60 cm^3
300 ^{O} K	1 atmósfera	1200 cm^3
300 ^{O} K	20	
300 ^{O} K	16	
300 ^{O} K	20	
300 ^{O} K		400
300 ^{O} K		100
300 ^{O} K		150



1) **Explica la relación entre las variables: presión y volumen ¿La relación es directa o inversa?**

2) **Escribe la expresión matemática mediante la cual pueden relacionarse las variables.**

3) **Representa en una gráfica las variaciones de presión y volumen expresadas en la tabla**

4.5.7.3.3 EVALUACIÓN

Al concluir la actividad, el alumno deberá contestar de manera individual el siguiente cuestionario de opción múltiple.

1) **La intensidad de la corriente eléctrica, el voltaje y la resistencia eléctrica del material se relacionan mediante la fórmula.**

   $I = \frac{V}{R}$, **en al fórmula se expresa que......................................(   )**

   a) **La intensidad y el voltaje son inversamente proporcionales, si la resistencia permanece constante.**
   b) **La intensidad y la resistencia eléctrica del material son directamente proporcionales, si el voltaje permanece constante.**
   c) **El voltaje y la resistencia son directamente proporcionales si la intensidad se mantiene constante.**
   d) **El voltaje es directamente proporcional a la Intensidad e inver-**

samente proporcional a la resistencia.

2) **La ley general del estado gaseoso se enuncia de la siguiente forma: *"Los volúmenes ocupados por una determinada masa gaseosa son directamente proporcionales a sus temperaturas absolutas e inversamente proporcionales a las presiones ejercidas",* la expresión algebraica que corresponde a dicho enunciado es……………………..(   )**

a) $\frac{PT}{V}$ = K	b) $\frac{TV}{P}$ = K	c) $\frac{P}{VT}$ = K	d) $\frac{PV}{T}$ = K

3) **Analiza la tabla siguiente y con base en ella contesta…………..(   )**

Para el petróleo se cumple que:		
Masa	**Volumen**	**Densidad**
800 g	1 dm^3	800 g/ dm^3
1600 g	2 dm^3	800 g/ dm^3
8000 g	10 dm^3	800 g/ dm^3
40,000 g	50 dm^3	800 g/ dm^3

a) **La representación gráfica de la masa y el volumen es una rama de una hipérbola**

b) **La representación gráfica de la masa y el volumen es una parábola**

c) **La representación gráfica de la masa y el volumen es una recta que pasa por el origen**

d) **La representación gráfica de la masa y el volumen es una recta que no pasa por el origen**

4) **Analiza la tabla siguiente y con base en ella contesta……………..(   )**

Se define como intensidad de la corriente eléctrica a la cantidad de electricidad que circula a través de un conductor en la unidad de tiempo		
Intensidad de la corriente eléctrica	**Cantidad de electricidad**	**Tiempo**
5 Amperes	100 Coulombs	20 segundos

10 Amperes	**100 Coulombs**	**10 segundos**
25 Amperes	**100 Coulombs**	**4 segundos**
40 Amperes	**100 Coulombs**	**2.5 segundos**

a) La intensidad de la corriente eléctrica es inversamente proporcional al tiempo, si la carga permanece constante.

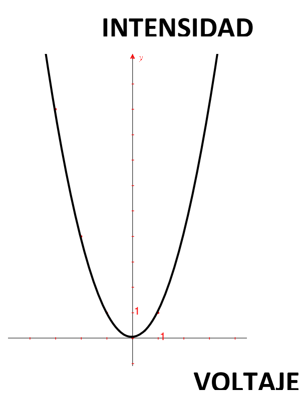
b) La cantidad de electricidad y el tiempo son inversamente proporcionales.

c) La representación gráfica de la intensidad de la corriente eléctrica con respecto al tiempo es una recta que pasa por el origen.

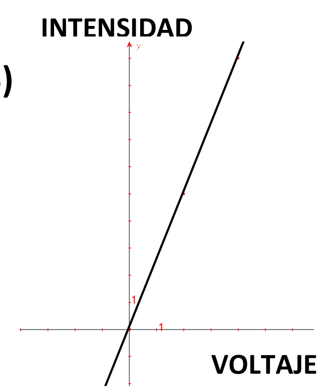
d) La representación gráfica de la intensidad de la corriente eléctrica con respecto al tiempo es una parábola que pasa por el origen.

5) La intensidad de la corriente eléctrica es inversamente proporcional al voltaje si la potencia permanece constante, la gráfica que expresa dicha relación es ....( )

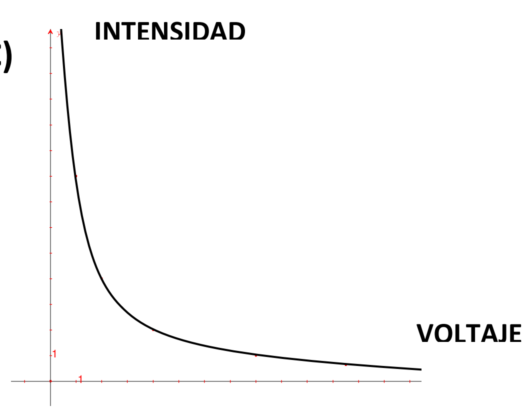
A)



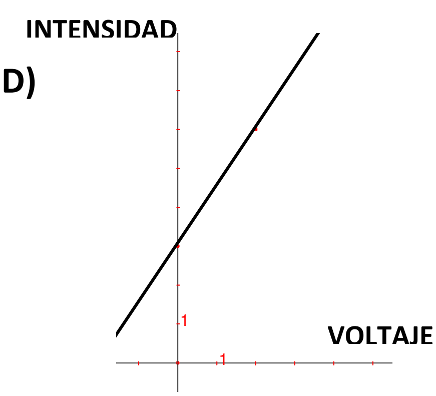
B)



C)



D)



4.5.8 SECUENCIA OCHO

4.5.8.1 TEMA: PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES

Contenidos:

9.1.2 Construcción de figuras congruentes o semejantes (triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades.

Aprendizajes esperados:

Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.

Estándar:

Resuelve problemas que impliquen aplicar las propiedades de la congruencia y la semejanza en diversos polígonos.

Conocimientos previos:

Características de las figuras semejantes, razón entre los lados de figuras semejantes, comparación entre los ángulos de figuras semejantes, razón entre las áreas de figuras semejantes.

Número de sesiones: Una sesión de 50 minutos.

4.5.8.2 OBJETIVOS

Se espera que el alumno aplique adecuadamente las razones de semejanza cuando compare dos figuras. Que obtenga la razón entre las áreas de dos figuras semejantes y la relacione con la razón entre los lados. Que aplique las propiedades anteriores en la resolución de problemas.

4.5.8.3 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

4.5.8.3.1 Dinámica de trabajo

Se proporcionará a los alumnos el siguiente material impreso, se le solicitará que de manera individual lean la información e inicien los cálculos de los datos que se piden. Si lo necesitan puede recurrir a un compañero para compartir estrategias. Al concluir la actividad compartirá con sus compañeros de grupo sus conclusiones.

4.5.8.3.2 Materiales utilizados

Calculadora

Material impreso con la información que se muestra a continuación:

AMPLIACIONES Y REDUCCIONES.

1) **Alejandro compró en la feria, réplicas de "La Catrina" de Posada, para regalar a sus primos. En la lista de precios aparecían numeradas, tal como se muestran en las figuras siguientes. Si se sabe que la litografía 2 mide 48 cm x 36 cm, completa la tabla que se encuentra en la parte inferior, si se cuenta con la información siguiente:**
   - **Las dimensiones de la litografía 1 son 4/3 partes de las dimensiones de la litografía 2.**
   - **La dimensiones de la litografía 3 son 15/16 partes de las dimensiones de la litografía 1**
   - **Las dimensiones de la litografía 4 son 2/3 de las dimensiones de la litografía 3.**
   - **Las dimensiones de la litografía 5 son 1/2 de las dimensiones de la litografía 2.**

1

2

3

4

5

	Largo	Ancho	Área
Litografía 1			
Litografía 2	48 cm	36 cm	
Litografía 3			
Litografía 4			
Litografía 5			

2) ¿Cómo calculaste las dimensiones de cada una de las litografías?

3) Ya habiendo calculado las áreas de las litografías 1, 3, 4, y 5. Compara cada una de ellas con el área de la litografía 2. ¿La razón entre los lados de cada par que compares, e la misma que la razón entre sus respectivas áreas?

4.5.8.3.3 EVALUACIÓN

Se solicitará a los alumnos que proporcionen información para una sexta y una séptima litografía. En la sexta deberá aportar como dato la razón de semejanza con respecto a cualquiera de las litografías de la tabla; y para la séptima proporcionará los datos de lo largo y lo ancho y solicitará calcular la razón de semejanza con respecto a la litografía 2.

Se entregarán por escrito estos dos nuevos problemas.

4.5.9 SECUENCIA NUEVE

4.5.9.1 TEMA: PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES

Contenidos:

9.4.4 Análisis de las relaciones entre los ángulos agudos y los cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo.

Aprendizajes esperados:

Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.

Estándar:

Resuelve problemas que impliquen aplicar las propiedades de la congruencia y la semejanza en diversos polígonos.

Conocimientos previos:

Características de las figuras semejantes, razón entre los lados de figuras semejantes.

<u>Número de sesiones</u>: Una sesión de 50 minutos.

4.5.9.2 OBJETIVOS

Se espera que el alumno aplique adecuadamente las razones se semejanza que se deducen de la figura, que conozca los nombres con que se identifica cada una de esas razones.

4.5.9.3 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

4.5.9.3.1 Dinámica de trabajo

Se organizará al grupo en binas, se proporcionará al alumno material impreso con la descripción de la actividad. Se exponen ante el grupo las conclusiones.

4.5.9.3.2 Materiales utilizados

Material impreso con la información siguiente**:**

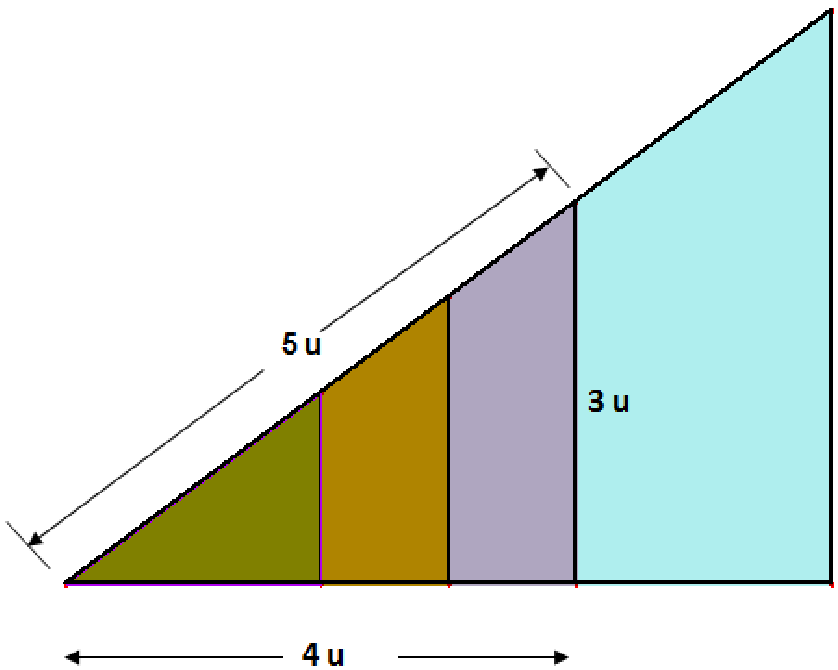
<u>UN TRIÁNGULO FAMOSO</u>

3, 4 y 5 es la terna pitagórica más famosa.

¿Qué sucede si cada una de los números que conforman dicha tripleta, se reduce a la mitad? El triángulo que se forma con dicha medidas, ¿es también un triángulo rectángulo?

d) Completa la tabla siguiente:

Cateto menor	Cateto mayor	Hipotenusa
3 u	4 u	5 cm
1.5 u	2 u	
4.5 u	6 u	
	12 u	15 cm
	8 cm	10 cm



e) **¿Cómo explicas la relación entre los catetos?**

¿Cómo explicas la relación entre cada uno de los catetos y la hipotenusa?

f) **Grafica los datos de la tabla**

a) **Tomando como variables los dos catetos**

b) **Tomando como variables el cateto menor y la hipotenusa**

c) **Tomando como variables el cateto mayor y la hipotenusa**

g) ¿Qué concluyes de las gráficas?

EVALUACIÓN:

El alumno propondrá dos nuevos triángulos rectángulos semejantes al triángulo de 3,4 y 5. Entregará por escrito su propuesta.

4.5.10 SECUENCIA 10

4.5.10.1 TEMA: PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES

Contenidos:

9.4.4 Análisis de las relaciones entre los ángulos agudos y los cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo.

Aprendizajes esperados:

Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.

Estándar:

Resuelve problemas que impliquen aplicar las propiedades de la congruencia y la semejanza en diversos polígonos.

Conocimientos previos:

Características de las figuras semejantes, razón entre los lados de figuras semejantes.

Número de sesiones: Una sesión de 50 minutos.

4.5.10.2 OBJETIVOS

Se espera que el alumno aplique adecuadamente las razones se semejanza que se deducen de la figura, que conozca los nombres con que se identifica cada una de esas razones.

4.5.10.3 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

En el programa Inventor Geométrico, el alumno trazará la figura que se le proporcionará en una hoja impresa. El alumno conoce el programa porque tanto en este, como en los dos ciclos escolares anteriores lo ha empleado para el trazo de figuras y la comprobación de propiedades.

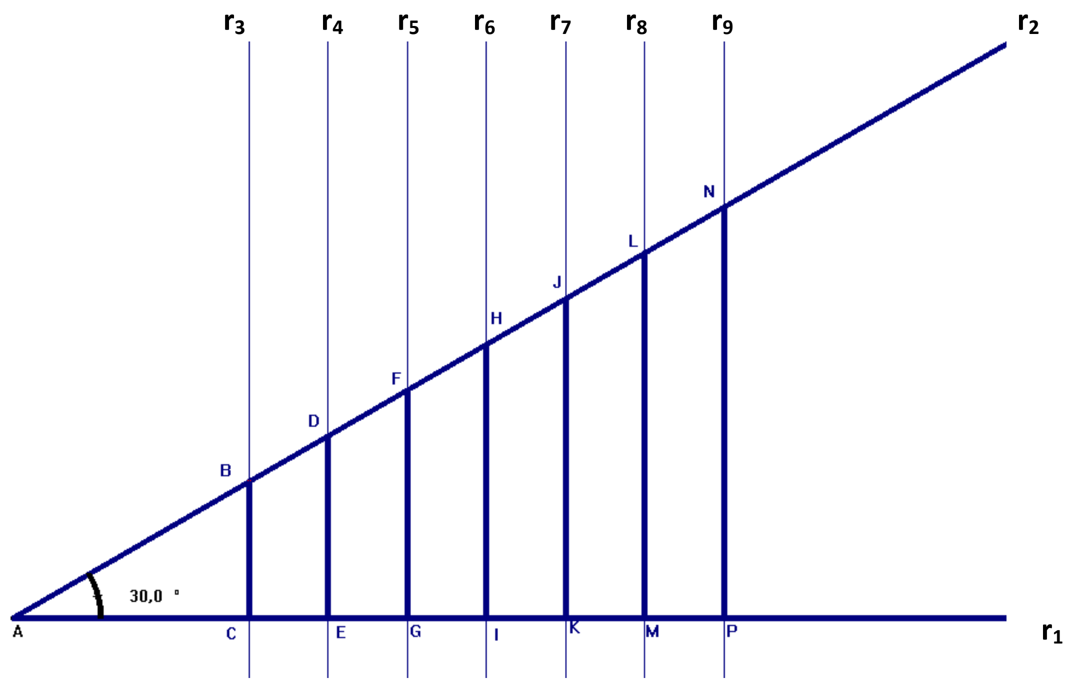
En la misma opción de "regla" del programa, puede el alumno realizar los cálculos de las divisiones.

4.5.10.3.2 Materiales utilizados

Se proporcionará al alumno la actividad siguiente ya impresa.

<u>FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS</u>

a) **En el "Inventor Geométrico", traza una figura similar a la siguiente, teniendo en cuenta que r_1 y r_2 forman entre sí un ángulo de 30°, r_3 ,r_4 ,r_5 r_6 ,r_7 ,r_8 ,r_9 son rectas paralelas entre sí y perpendiculares a r_1. Además AB mide 6 cm, AD mide 8 cm, AF mide 10 cm, AH mide 12 cm, AJ mide 14 cm, AL mide 16 cm y AN mide 18 cm.**



En el mismo programa divide BC / AB, DE / AD, FG / AF, HI / AH, JK / AJ, LM / AL, NP/ AN.

b) ¿Qué se concluye de los resultados de las divisiones? ¿Qué nombre reciben dichos cocientes?

En el mismo programa divide AC / AB, AE / AD, AG / AF, AI / AH, AK / AJ, AM / AL, AP/ AN.

c) ¿Qué se concluye de los resultados de las divisiones? ¿Qué nombre reciben dichos cocientes?

En el mismo programa divide BC / AC, DE / AE, FG / AG, HI / AI,

JK / AK, LM / AM, NP/ AP.

d) **¿Qué se concluye de los resultados de las divisiones? ¿Qué nombre reciben dichos cocientes?**

EVALUACIÓN:

De manera similar el alumno realizará el trazo y las mediciones para ángulos de 45º y 60º. Se realizará la actividad en la computadora y sobre papel.

4.5.11 SECUENCIA ONCE

4.5.11.1 TEMA: FIGURAS Y CUERPOS

Contenidos:

9.1.2 Construcción de figuras congruentes o semejantes (triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades.

Aprendizajes esperados:

Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.

Estándar:

Resuelve problemas que impliquen aplicar las propiedades de la congruencia y la semejanza en diversos polígonos.

Conocimientos previos:

Características de las figuras semejantes, razón entre los lados de figuras semejantes. Uso del programa Cabri. Uso del programa Excel

Número de sesiones: Dos sesiones de 50 minutos

4.5.11.2 OBJETIVOS

Se espera que el alumno aplique adecuadamente las razones se semejanza de acuerdo a lo que se solicita, que identifique la relación entre la razón de semejanza y la razón entre los perímetros y la relación entre las áreas.

4.5.11.3 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

4.5.11.3.1 Dinámica de trabajo

Los alumnos realizarán en Cabri, los triángulos que se proponen, en una sesión realizarán los trazos y en otra las gráficas de Excel y la exposición de conclusiones. Los documentos generados en los respectivos programas los alumnos los imprimen y los pegan en su libreta de apuntes.

4.5.11.3.2 Materiales utilizados

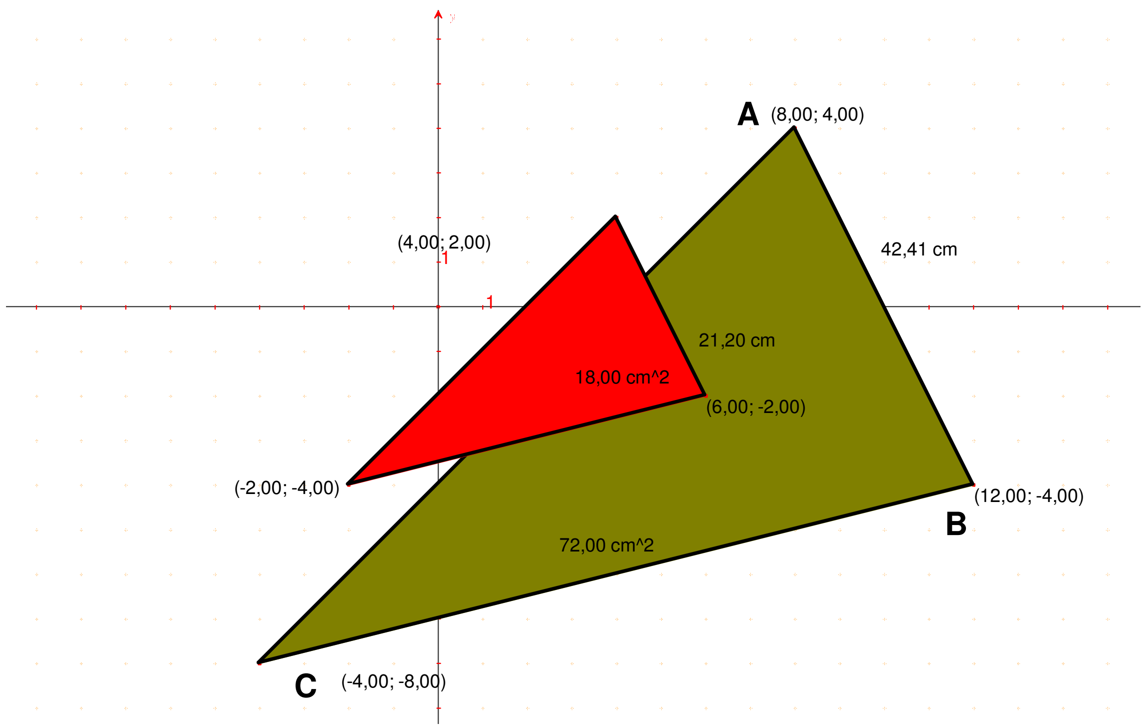
Hojas impresas con las indicaciones para la actividad, que se muestra a continuación:

TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Las coordenadas de los vértices de un triángulo son (8,4), (12, -4) y (- 4, - 8) (TRIÁNGULO UNO).

Si cada una de las coordenadas del triángulo lo dividimos por dos, tendremos un nuevo triángulo en el que las coordenadas de sus vértices serán (4,2), (6,- 2) y (-2,- 4) (TRIÁNGULO DOS).

NOTA: Graficando dichos triángulos en Cabri, los alumnos obtendrán la figura siguiente, en el mismo programa realizarán el cálculo de los perímetros y de las áreas.



a) **Si al triángulo original se le hacen las siguientes modificaciones:**

- **Cada una de las coordenadas se le multiplica por ¾ (TRIÁNGULO TRES)**
- **Cada una de las coordenadas se le divide por 4 (TRIÁNGULO CUATRO)**

- **Cada una de las coordenadas se le multiplica por 3/2 (TRIÁNGULO CINCO)**
- **Cada una de las coordenadas se le multiplica por 5/4 (TRIÁNGULO SEIS)**

Escribe las coordenadas de los triángulos ya transformados.

b) En cuatro gráficas diferentes, en Cabri, traza el triángulo original y cada uno de los triángulos transformados. Calcula su área y su perímetro.

c) Realiza el vaciado de los datos en la tabla siguiente:

TRIÁNGULO	RAZÓN DE SEMEJANZA	COORDENADAS DE LOS VÉRTICES			PERÍMETRO	ÁREA
UNO	1	(8, 4)	(12,- 4)	(- 4, - 8)	42.41 cm	72 cm^2
DOS	1/2	(4, 2)	(6, - 2)	(- 2, - 4)	21.20 cm	18 cm^2
TRES	¾					
CUATRO	¼					
CINCO	3/2					
SEIS	5/4					

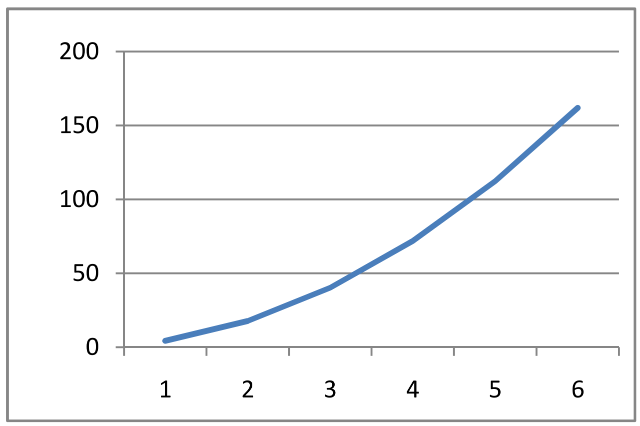
d) La razón entre los perímetros del triángulo original y del triángulo transformado, ¿Qué relación tiene con la razón entre los lados de ambos triángulos?

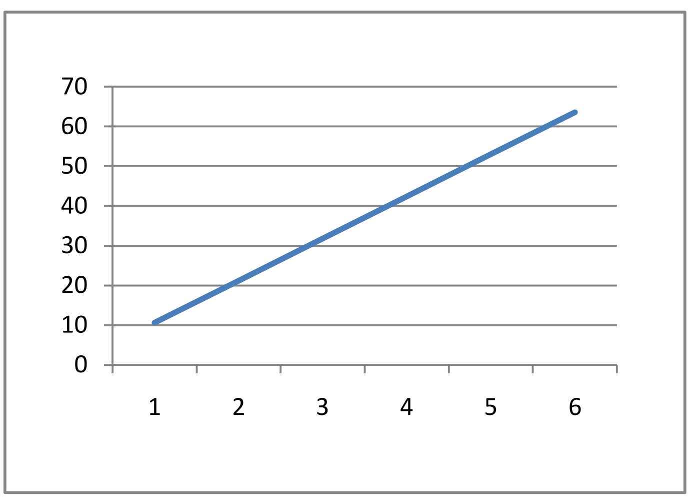
e) La razón entre las áreas del triángulo original y del triángulo transformado, ¿Qué relación tiene con la razón entre los lados de ambos triángulos?

f) Transcribe la tabla en Excel sólo que ordenando de menor a mayor el dato de la razón de semejanza y en ese orden copia el resto de los datos. Grafica en el programa los datos del perímetro y el área de los triángulos. ¿Qué concluyes de acuerdo a las gráficas?

NOTA: Se espera que al concluir la actividad el alumno haya realizado en Excel lo siguiente:

RAZÓN DE SEMEJANZA	PERÍMETRO	ÁREA
0,25	10,6025	4,5
0,5	21,2	18
0,75	31,8075	40,5
1	42,41	72
1,25	53,0125	112,5
1,5	63,615	162





4.5.11.3.3 EVALUACIÓN

Se hará una revisión en plenaria del análisis de las gráficas, en ocasiones la revisión es difícil por las cantidades con decimales. Se puede encaminar el razonamiento solicitando que se haga el análisis de los renglones 4 y 2 de la última tabla por ejemplo. Se insistirá en la escritura en símbolos, de las relaciones que los alumnos encuentren.

4.5.12 SECUENCIA DOCE

4.5.12.1 TEMA: PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES

Contenidos:

9.3.6 Lectura y construcción de gráficas formadas por secciones rectas y curvas que modelan situaciones de movimiento, llenado de recipientes, etcétera.

Aprendizajes esperados:

Lee y representa, gráfica y algebraicamente, relaciones lineales y cuadráticas.

Estándar:

Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades

Conocimientos previos:

Fórmulas para calcular el área de un círculo, los volúmenes del cilindro, cono y esfera. Introducción de datos, fórmulas y gráficas en el programa Excel.

Número de sesiones: Dos sesiones de 50 minutos.

4.5.12.2 OBJETIVOS

Se espera que el alumno compare el volumen de llenado de un recipiente conforme el nivel del líquido alcance diferentes alturas en recipientes cilíndrico, cónico y esférico.

4.5.12.3 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

4.5.12.3.1 Dinámica de trabajo

Se proporcionará a los alumnos la actividad impresa con las indicaciones a realizar. El alumno elaborará la tabla en Excel e insertará en el documento las gráficas que se le solicitan. Realizará una comparación de las gráficas, elaborará conjeturas con relación a las diferencias entre las gráficas.

4.5.12.3.2 Materiales utilizados

Hoja impresa con las indicaciones para la actividad, que se muestra a continuación:

1) CILINDRO

a) Escribe la fórmula para calcular el volumen de un cilindro

b) En Excel, elabora la tabla siguiente y realiza los cálculos:

RADIO	AREA DE LA BASE	ALTURA	VOLUMEN
6 cm		0 cm	
6 cm		2 cm	
6 cm		4 cm	
6 cm		6 cm	
6 cm		8 cm	
6 cm		10 cm	

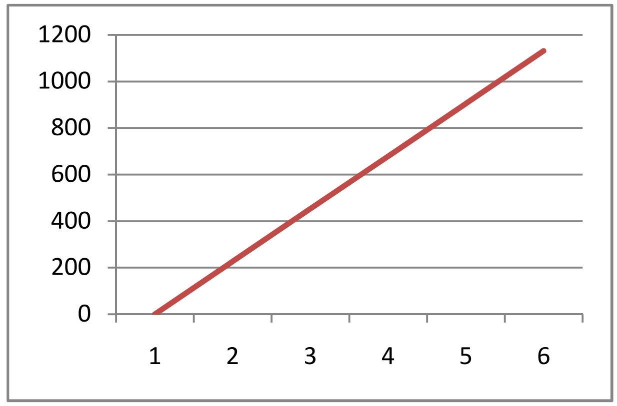
c) Inserta la gráfica de las variables altura y volumen

d) ¿Qué concluyes de la gráfica?

NOTA: Se espera que al concluir la actividad el alumno haya realizado en Excel lo siguiente:

CILINDRO

RADIO	AREA DE LA BASE	ALTURA	VOLUMEN
6	113,04	0	0
6	113,04	2	226,08
6	113,04	4	452,16
6	113,04	6	678,24
6	113,04	8	904,32
6	113,04	10	1130,4

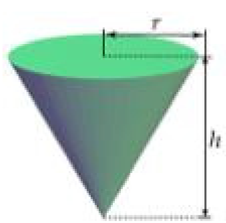


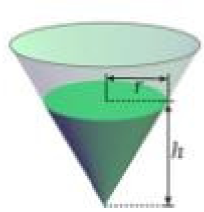
2) <u>CONO</u>

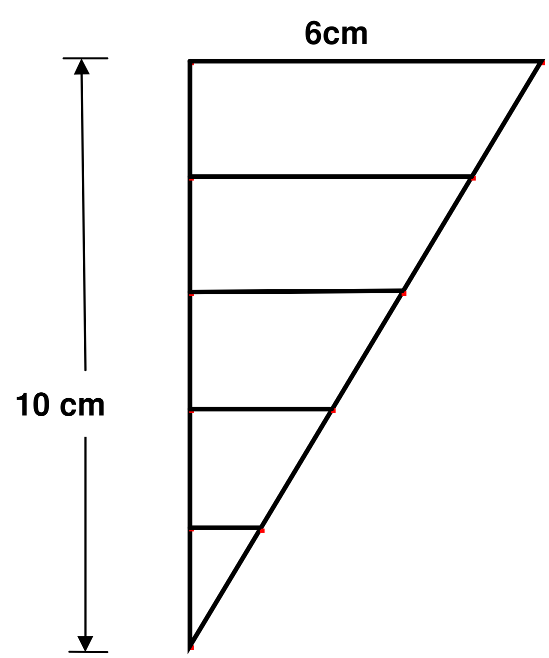
a) Escribe la fórmula para calcular el volumen de un cono

b) Calcula la medidas de los radios del cono a diferentes alturas

Altura del cono	Radio del cono
0 cm	0 cm
2 cm	
4 cm	
6 cm	
8 cm	
10 cm	6 cm







c) En Excel, elabora la tabla siguiente y realiza los cálculos:

RADIO	AREA DE LA BASE	ALTURA	VOLUMEN
0cm		0 cm	
		2 cm	
		4 cm	
		6 cm	
		8 cm	
6 cm		10 cm	

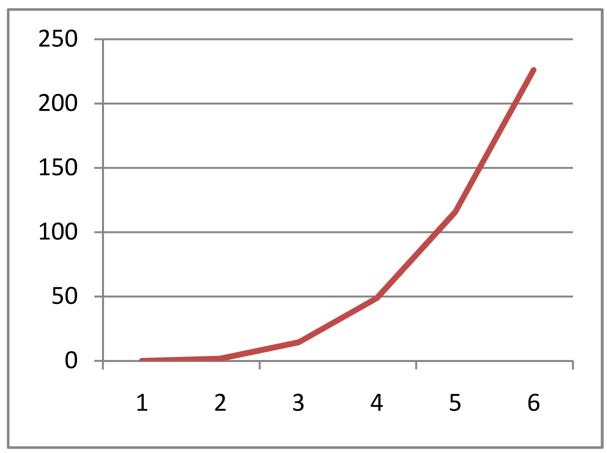
d) Inserta la gráfica de las variables altura y volumen

e) ¿Qué concluyes de la gráfica?

NOTA: Se espera que al concluir la actividad el alumno haya realizado en Excel lo siguiente:

CONO

RADIO	ARE A DE LA BASE	ALTURA	VOLUMEN
0	0	0	0
1,2	4,5216	2	1,80864
2,4	18,0864	4	14,46912
3,6	40,6944	6	48,83328
4,8	72,3456	8	115,75296
6	113,04	10	226,08

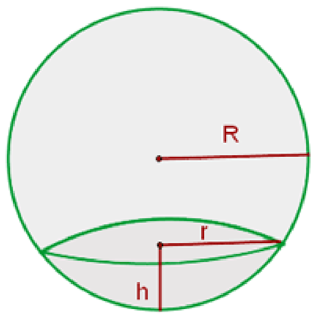


3) <u>ESFERA</u>

a) La fórmula para calcular el volumen de la esfera es ________________

b) Sin demostrar, aceptaremos la fórmula para calcular el volumen de un casquete esférico.

Volumen del casquete esférico



$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot h^2 \cdot (3R - h)$$

c) En una esfera con R = 6 cm, calcula el volumen del casquete, aplicando la fórmula anterior desde h= 0 hasta h = 12 cm, concentra los datos en una tabla de Excel y en ella realiza los cálculos.

RADIO (R) (cm)	ALTURA(h) (cm)	VOLUMEN(V) (cm^3)
6	0	
6	1	
6	2	
6	3	
6	4	
6	5	
6	6	
6	7	
6	8	
6	9	
6	10	
6	11	
6	12	

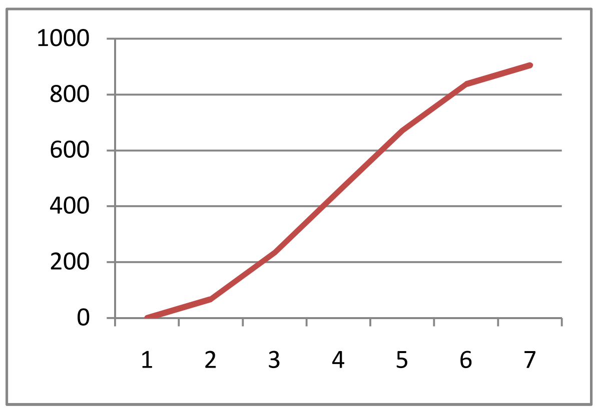
d) Grafica las variables altura y volumen.

e) ¿Qué concluyes de la gráfica?

NOTA: Se espera que al concluir la actividad el alumno haya realizado en Excel lo siguiente:

ESFERA

RADIO	ALTURA	VOLUMEN
6	0	0
6	2	66,98667
6	4	234,4533
6	6	452,16
6	8	669,8667
6	10	837,3333
6	12	904,32



4.5.12.3.3 EVALUACIÓN

Los alumnos tienen los datos para el cálculo del volumen de un cono, a medida que aumenta el valor de la altura, se solicitará que realicen el cálculo para el volumen de un "cono invertido" (esto es, que va siendo llenado de la base hacia la cúspide) y realicen su gráfica. Los alumnos en el Aula HDT se encuentran organizados en hileras de 4 alumnos, se aprovechará esta distribución para que se apoyen y puedan realizar la actividad.

4.6 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

El diseño de la actividad fue pensada de manera que su sustento teórico sea la llamada Teoría de Situaciones Didácticas. Los problemas y las actividades se seleccionaron de forma que a la vez que tengan sentido para el alumno, fueran relativas a los planes y programas vigentes. El enfoque que se da actualmente a la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas es muy pertinente, ya que de nada sirve que el alumno conozca algoritmos, regularidades, fórmulas, propiedades de figuras, etc., si no se encuentra en posibilidad de emplearlas para resolver problemas. Es muy importante también que en las sesiones de clase se de el espacio para la argumentación y la validación de resultados, que los alumnos descubran que no existe un camino único para la resolución de un problema, pero tal vez sí, alguno que sea el más simple en cuanto a economía de esfuerzo y tiempo, la necesidad de conocer formas más sistemáticas de expresar los datos de un problema, esto es, pasar como el programa de estudios lo señala de los "procedimientos informales a los procedimientos expertos", otro aspecto muy importante es la introducción de los software educativos que permiten economía de tiempo y precisión en la realización de los trazos y por tanto en la obtención de conclusiones.

La Teoría de Situaciones Didácticas como ya se mencionó, está sustentada en una concepción constructivista –en el sentido piagetiano- del aprendizaje, ya que coincide en la postulación de que todo conocimiento se construye por interacción del sujeto y el objeto, pero se distingue de otras teorías constructivistas por su modo de afrontar las relaciones entre el alumno y el saber. Brousseau añade a dicha concepción, la necesidad de una intención de enseñar: para que se produzca un aprendizaje, al elegir un problema juicioso, el profesor tiene que provocar en los alumnos las adaptaciones deseadas sin proponer, en un primer momento, los conocimientos que quiere que los alumnos adquieran: es el momento *a-didáctico.* De este modo, ***"el aprendizaje se considera como una modificación del conocimiento que el alumno debe producir por sí mismo y que el maestro sólo debe provocar" (Brousseau, 1998)***

Así, para que el alumno aprenda un saber, es necesario que encuentre situaciones constitutivas de dicho saber. Según Brousseau una tarea de los especialistas de didáctica de las matemáticas sería construir situaciones para cada conocimiento matemático tomando en cuenta que:

- La resolución debe utilizar este conocimiento como el más económico;
- Los alumnos pueden actuar y avanzar en el problema con conocimientos ya adquiridos (experimentación) y producir una repuesta;
- Al resolver un problema, los alumnos, por si mismos, puedan constatar su éxito o su fracaso (comprobación);
- En caso que sea necesario, pueden volver a empezar;
- La situación es susceptible de nuevas utilizaciones y generalización.

En este contexto profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones matemáticas que ellos puedan vivir, genuinos problemas matemáticos y en los cuales el conocimiento en cuestión aparezca como una solución óptima a dichos problemas, con la condición adicional de que dicho conocimiento sea construible por los alumnos.

4.7 CRITERIOS PARA LA EVALUACIÓN DE LOS ALUMNOS

Tanto en el examen previo a la aplicación de la propuesta, así como en el examen posterior a ella, se valorará el nivel de logro en que se encuentran los alumnos con respecto a 10 rasgos que se identifican como relevantes en el aprendizaje de los temas de proporcionalidad y la posibilidad de emplearlos en la resolución de problemas.

Los rasgos a evaluar son los siguientes:

1) Interpretación de la información.
2) Da seguimiento a la secuencia de trabajo propuesta.
3) Llenado de tablas.
4) Trazado de gráficas.
5) Establece la relación entre dos variables mediante una razón. Plantea y resuelve proporciones.
6) Dada una relación entre dos variables, encuentra la expresión algebraica mediante la cual se relacionan.
7) A través de la lectura de una tabla distingue entre la variación proporcional directa y la variación proporcional inversa.
8) Dada una gráfica identifica la función que le corresponde.
9) Dada una función identifica la gráfica que corresponde a ella.
10) Interpretación y validación de resultados.

En las Tablas 4.2 y 4.3 siguientes se expresan las actividades a través de las cuales pueden manifestarse las habilidades y actitudes propias del aprendizaje de las matemáticas y en la columna de la derecha se relaciona con cada uno de los rasgos a evaluar:

TABLA 4.2

HABILIDAD	ACTIVIDADES	RASGOS A EVALUAR
CALCULAR	Relaciones entre los datos de un problema Producción de datos Verificación de resultados	3, 4
INFERIR	Identificar relaciones entre los datos explícitos o implícitos de un problema	1, 5, 6, 7, 8,9
COMUNICAR	Utilizar simbología propia de las matemáticas Utilizar conceptos matemáticos para interpretación y comunicación de información	3, 4, 6
MEDIR	Relaciones entre magnitudes Calcular medidas	5
ESTIMAR	Obtener resultados aproximados	10
GENERALIZAR	Describir generalidades Reconocer patrones y fórmulas Descubrir procedimientos	6, 7, 8, 9
DEDUCIR	Establecer hipótesis Encadenar razonamientos	1, 2,10

TABLA 4.3

ACTITUDES	ACTIVIDADES	RASGOS A EVALUAR
COLABORACIÓN	Responsabilidad en el trabajo de equipo	2
RESPETO	Expresar sus ideas Escuchar las de los demás.	1, 2
INVESTIGACIÓN	Buscar estrategias de resolución de un problema Comprobarlas	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
PERSEVERANCIA	Concluir los trabajos que	2

	se inician No desesperar si no se tiene éxito de inmediato	
AUTONOMÍA	Responsabilidad para validar procedimientos y resultados	10
AUTOESTIMA	Fortalecer la seguridad personal reconociendo el trabajo propio	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

En la rúbrica siguiente se muestran los rasgos a evaluar y los niveles de logro sugeridos para cada uno de ellos con sus puntajes respectivos, será esta la guía para la evaluación general de la propuesta, complementada con la información propia de las evaluaciones relativas a cada una de las secuencias.

NOMBRE DEL ALUMNO		**NIVELES DE LOGRO**			
GRUPO					
	RASGOS A EVALUAR	**En general realiza el trabajo sin ayuda, se involucra en la propuesta y regularmente resuelve lo que se solicita de manera correcta (1)**	**Manifiesta dificultades, pregunta si tiene dudas, pero en general sí realiza las actividades que se sugieren (.75)**	**Tiene dificultades, no siempre pide ayuda, no resuelve las actividades en su totalidad ni siempre de manera correcta (.5)**	**No concluye las actividades, ya que se le dificulta la comprensión de un problema desde su redacción, tiene necesidad de que se le indique paso a paso el proceso a seguir. Tiene deficiencias incluso en cuanto a los algoritmos, interpretación de resultados y ubicación de datos en tablas y gráficas (.25)**
1)	Interpretación de la información				
2)	Da seguimiento a la secuencia de trabajo propuesta				
3	Llenado de tablas				
4	Trazado de gráficas				
5	Establece la relación entre dos variables mediante				

	una razón. Plantea y resuelve proporciones.				
6)	Dada una relación entre dos variables, encuentra la expresión algebraica mediante la cual se relacionan				
7)	A través de la lectura de una tabla distingue entre la variación proporcional directa y la variación proporcional inversa.				
8)	Dada una gráfica identifica la función que le corresponde				
9)	Dada una función identifica la gráfica que corresponde a ella				
10)	Interpretación y validación de resultados				
	SUMA				
	TOTAL				

CAPÍTULO 5. RESULTADOS

5.1 Análisis de bases de datos.

Haber vivido la experiencia de poner en práctica la Propuesta Didáctica detallada en el Capítulo 4, obliga a múltiples interpretaciones, algunas de ellas cuantitativas, derivadas del análisis de bases de datos con las calificaciones obtenidas por los grupos tanto control como experimental en los exámenes aplicados previamente (Examen pretest) y posterior (Examen postest) a la aplicación de la Propuesta, pero también se cuenta con información tanto cuantitativa como cualitativa derivada de otros instrumentos que permitieron la obtención de información

El grupo control contaba originalmente con 39 alumnos pero uno de ellos no tuvo asistencia regular durante el tiempo en que se trabajó la propuesta y no presentó el examen postest, por lo que se eliminó en la lista.

El grupo experimental contaba originalmente con 40 alumnos, pero dos de ellos no quedaron incluidos en la lista final, una de ellas fue una alumna que no asistió regularmente a clases pues coincidía el horario con una actividad del día del estudiante al que debía asistir, con autorización de sus padres y de la dirección de la escuela y ninguno de los dos exámenes presentó; el otro fue un alumno que estuvo hospitalizado y no asistió a clases por espacio de casi un mes. Así, en los dos grupos coincidió que se hizo el análisis de bases de datos con 38 alumnos cada uno.

En examen pretest que se aplicó y que se muestra en los anexos, incluía 89 reactivos entre completar renglones de tablas, hacer gráficas, contestar preguntas sobre algún cálculo o concepto, identificar propiedades, justificar respuestas, etc.

Se aplicó a los alumnos solicitando autorización para que lo contestaran en tres sesiones de clases, de 45 minutos cada una, consecutivas y en un mismo día (de la misma forma se aplicó el examen postest). Al hacer la revisión de los exámenes se encontró que para ambos grupos, en general, el tiempo no fue suficiente para que los alumnos pudieran contestar todo el examen. Una buena referencia para esta observación es el caso de un alumno del grupo control, cuyo rendimiento es excelente en matemáticas, participante regular y con éxito en Olimpiadas de Matemáticas para el que las preguntas del examen eran relativamente simples y sólo contestó 75 reactivos, tuvo algunos errores, habiendo manifestado al concluir que había contestado lo último de manera muy apresurada, lo que no le daba certeza de haberlo contestado correctamente. En el grupo experimental el puntaje más alto fue 57 aciertos y todas los demás resultados en ambos grupos quedaron muy por debajo de dichas referencias.

Con la experiencia de la aplicación de este examen y en vistas de la aplicación del examen postest se hizo una revisión de los reactivos, con el propósito de no incluir actividades que fueran repetitivas, incluyendo sólo el trazado de dos gráficas y centrar los cuestionamientos en la identificación de una gráfica de acuerdo una situación, una tabla o una expresión algebraica.

Tanto el examen pretest como el postest se calificaron sobre 53 aciertos, obteniéndose de esta forma los resultados que se concentraron en las tablas 5.1y 5.2

TABLA 5.1

FOLIO	GRUPO	POSTEST	PRETEST	DIFERENCIA Postest-Pretest
1	1	6,6	4,7	1,9
2	1	6	3	3
3	1	7,5	6	1,5
4	1	6,6	4,5	2,1
5	1	8,1	7,1	1
6	1	7,9	5,5	2,4
7	1	6,6	5,8	0,8
8	1	7,9	7,7	0,2
9	1	7,5	4,3	3,2
10	1	8,3	7,2	1,1
11	1	5,6	3,8	1,8
12	1	9,4	10	-0,6
13	1	7,9	6,4	1,5
14	1	7,4	5,7	1,7
15	1	8,5	8,5	0
16	1	4,1	4,1	0
17	1	4,7	4,9	-0,2
18	1	10	10	0
19	1	8,7	6,8	1,9
20	1	5,7	3,2	2,5
21	1	7,2	7,4	-0,2
22	1	7,9	7,9	0
23	1	4,8	3,8	1
24	1	5,7	4,7	1
25	1	4,9	5,8	-0,9
26	1	6,2	4,9	1,3
27	1	7,5	7,4	0,1
28	1	7,6	7,4	0,2
29	1	8,7	7,5	1,2
30	1	9,4	7	2,4
31	1	4,2	5,7	-1,5
32	1	7,5	3,2	4,3
33	1	7,5	6	1,5
34	1	7,4	7,4	0
35	1	5,7	6,2	-0,5
36	1	7,2	6,6	0,6
37	1	8,7	7,5	1,2
38	1	5,1	4,9	0,2

En el folio los números del 1 al 38 corresponden al grupo experimental, mismos que en la columna correspondiente a grupo tienen escrito el número uno.

Del folio 39 al 76 se concentraron los resultados del grupo control, en la columna de grupo se identifican con el número dos.

TABLA 5.2

FOLIO	GRUPO	POSTEST	PRETEST	DIFERENCIA Postest-Pretest
39	2	4,5	3,8	0,7
40	2	6,8	6,6	0,2
41	2	6,8	6,2	0,6
42	2	8,3	7,5	0,8
43	2	7,7	7,8	-0,1
44	2	5	5,5	-0,5
45	2	6,4	7,9	-1,5
46	2	6,8	7,2	-0,4
47	2	5,2	4,7	0,5
48	2	6	5	1
49	2	4,3	3,4	0,9
50	2	7,7	7,9	-0,2
51	2	6,6	6	0,6
52	2	5,8	5,7	0,1
53	2	5,7	5,3	0,4
54	2	7	6,4	0,6
55	2	6,8	5,5	1,3
56	2	6,6	5,7	0,9
57	2	8,3	7	1,3
58	2	4,5	4,7	-0,2
59	2	7	6,6	0,4
60	2	8,3	7,8	0,5
61	2	7,9	7,2	0,7
62	2	6,2	5	1,2
63	2	7,5	7	0,5
64	2	5,7	6,2	-0,5
65	2	10	10	0
66	2	4,6	4,9	-0,3
67	2	5,4	4,9	0,5
68	2	6,4	5,3	1,1
69	2	4,4	4,7	-0,3
70	2	5	6,6	-1,6
71	2	4,3	4,7	-0,4
72	2	6,1	5,5	0,6
73	2	5,2	4,9	0,3
74	2	4,9	4,7	0,2
75	2	8,2	7,7	0,5
76	2	3,6	3,4	0,2

En la Tabla 5.3 siguiente puede verse que, en promedio, los alumnos del grupo donde se aplicó la Propuesta obtuvieron 7.05 puntos, mientras que en el grupo control ese dato corresponde a 6.25 puntos. No obstante, para hacer una valoración más justa, es necesario tomar en cuenta el punto en el que iniciaron los alumnos, porque como puede apreciarse en la misma tabla, los del grupo experimental iniciaron la intervención con un puntaje ligeramente mayor que los de grupo donde se utilizó la metodología tradicional de trabajo (el grupo control).

TABLA 5.3.
Medias en los puntajes del postest y pretest, desagregados para el grupo experimental y el grupo control.

Estadísticos de muestras relacionadas				
CONTROL O EXPERIMENTAL	Media	N	Desviación Típica	Error típico de la media
GRUPO EXPERIMENTAL				
CALIFICACIONES EXAMEN POSTEST	7.058	38	1.4979	.2430
CALFICACIONES EXAMEN PRETEST	6.066	38	1.7430	.2827
GRUPO CONTROL				
CALIFICACIONES EXAMEN POSTEST	6.250	38	1.4450	.2344
CALFICACIONES EXAMEN PRETEST	5.971	38	1.4271	.2315

Dicho lo anterior, resultó necesario conocer si la diferencia entre las medias (lo que indica el progreso de los alumnos entre el postest y el pretest) de las muestras es significativa, para ello se hizo una prueba de hipótesis estadística llamada T de Student para muestras relacionadas.

a) La pregunta de investigación

¿Existe evidencia suficiente para asegurar que existe diferencia significativa entre la media de las diferencias entre los exámenes Postest y Pretest aplicados a los grupos experimental y control, 3º D y 3º C respectivamente de la generación 2009-2012 de la Escuela

Secundaria General No. 2 de Yahualica, Jal., y la media poblacional?

b) Las hipótesis

Hipótesis nula

H_o: **d = 0** (la media de las diferencias en la población es igual a cero, lo que indicaría que no hubo progreso en los alumnos)

Hipótesis alterna

H_1: **d ≠ 0** (la media de las diferencias en la población es diferente de cero, lo que indicaría hubo progreso o retroceso en los alumnos, según sea el signo del coeficiente)

En la Tabla 5.3 puede apreciarse que en el grupo experimental al comparar la media del examen postest y el pretest, la diferencia es de .992 unidades y que la diferencia para el grupo control es de .279 unidades. Aunque la diferencia parece ser considerable, se requiere saber dicha diferencia es representativa también de la población. Para ello formulamos:

En la columna de la derecha de la tabla siguiente puede apreciarse que **α ≤ 0.05** en los dos casos, puede concluirse con un 95 % de confiabilidad que la media de las diferencias es estadísticamente significativa, lo que equivale a decir que tanto con la metodología de enseñanza utilizada en el grupo experimental como la metodología de trabajo empleada en el grupo control se obtienen avances significativos en el logro de los estudiantes.

Sin embargo, para comparar si la Propuesta consiguió mejores resultados que los obtenidos con la metodología tradicional de trabajo, se formula una segunda pregunta de investigación con sus hipótesis de trabajo, empleando la misma prueba T de Student para muestras relacionadas.

a) Pregunta de investigación

¿Existe diferencia significativa entre los resultados obtenidos por los alumnos de la generación 2009-2012, Grupos 3º C (Grupo Control) y 3º D (Grupo Experimental) de la Escuela Secundaria General No. 2 de Yahualica, Jal. del subsistema federalizado, luego de trabajar el Tema de Proporcionalidad, con el primero de los grupos de manera convencional y con el segundo de los grupos con una Propuesta Didáctica diseñada con base en la Teoría de Situaciones Didácticas y haciendo énfasis en el uso de las TIC's?

b) Las hipótesis:

Hipótesis nula

H_o: $\mathbf{d_1 = d_2}$ (la diferencia entre las medias del grupo control y del grupo experimental son iguales)

Hipótesis alterna

H_1: $\mathbf{d_1 \neq d_2}$ (la diferencia entre las medias del grupo control y del grupo experimental son distintas)

En la Tabla 5.4, puede verse que, con un 95% de confiabilidad, si se utiliza una metodología de trabajo como la empleada con el grupo experimental se obtienen resultados que son mayores a los que con consiguen empleando una metodología de enseñanza tradicional, como la empleada en el grupo control.

Podrá apreciarse que, mientras en el grupo experimental el intervalo oscila entre .5868 y 1.3974 puntos, en el grupo control va de .0598 a .4981 puntos, lo que demuestra esa ventaja que se obtendría con la Propuesta empleada en este proyecto de tesis ya descrita en el capítulo 4.

TABLA 5.4 Resultados de la prueba de T de Student para muestras relacionadas

PRUEBA DE MUESTRAS RELACIONADAS								
CONTROL O EXPERIMENTAL	MEDIA	DESVIACIÓN TÍPICA	ERROR TÍPICO DE LA MEDIA	95% INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA DIFERENCIA		t	gl	Sig. (bilateral)
				INFERIOR	SUPERIOR			
GRUPO EXPERIMENTAL CALIFICACIONES EXAMEN POSTEST-EXAMEN PRETEST	.9921	1.2332	.2000	.5868	1.3974	4.959	37	.000
GRUPO CONTROL CALIFICACIONES EXAMEN POSTEST-EXAMEN PRETEST	.2789	.6666	.1081	.0598	.4981	2.579	37	.014

5.2 Análisis de factores asociados al aprendizaje

Los resultados de un examen como única evidencia del trabajo realizado con la aplicación de la PIP, pueden ser suficientes para validar los logros, pero dicho trabajo se fortalece aún más con los resultados obtenidos mediante otros instrumentos, que permitieran obtener información relevante.

Cuando se pidió autorización a la dirección de mi centro de trabajo para aplicar la PIP, se brindó todo el apoyo, poniendo únicamente como condiciones que no se coaccionara a los alumnos para que participaran obligados por una calificación y que el material que se utilizara no implicara una carga económica.

Al hacer la invitación a los alumnos se respetó lo indicado por las autoridades educativas, el grupo experimental, el 3º D fue un grupo que atendí desde que ingresaron a la Secundaria, la relación con los alumnos todo el tiempo fue en general buena y mostraron disposición para apoyarme, ya tenían el antecedente de otras ocasiones en que tenía necesidad de grabar o tomar fotografías, ya que necesitaba evidencias para trabajos en Diplomados cursados con anterioridad por lo que no fue para ellos una experiencia tan novedosa y mostraron en general disposición para el trabajo.

Cabe mencionar que en el Aula HDT (Habilidades Digitales para Todos), donde realizamos los trabajos en la computadora, no se cuenta con el servicio de impresión, por lo que los alumnos grabaron en una memoria USB los trabajos y los imprimieron en un ciber público o en su casa, según fuera el caso. No se solicitó con calidad de obligatorio que los trabajos se imprimieran por los gastos que pudieran generar a los alumnos, pero en general hubo disposición para presentar los trabajos, inclusive a alumnos provenientes de comunidades rurales y de muy bajos recursos económicos se les facilitaron memorias para grabar sus trabajos y de su parte solicitaron si podían imprimir en blanco y negro y colorear a mano para que la impresión fuera más barata, petición que por supuesto fue aceptada.

Los resultados obtenidos en el aprendizaje de los alumnos, se encuentra en función de muy variados factores, que en su mayoría se encuentran fuera del control por parte del profesor, por lo que es oportuno mencionar algunas circunstancias relativas al grupo experimental, que pudieran haber incidido en los resultados obtenidos:

Los alumnos integrantes al grupo son alumnos de clase media y media baja. De los 38, 10 contaban con computadora en casa. Cinco alumnos del grupo manifestaron no haber grabado anteriormente archivos en una memoria USB, ni haberla usado con anterioridad, el resto del grupo contaba con una memoria de su propiedad o aseguraron saber utilizarla principalmente tenían grabaciones de música.

En cuanto a aprovechamiento el grupo en general mostró siempre disposición para el trabajo, contando con 10 alumnos cuyo rendimiento va de excelente a muy bueno, siempre se encontraron motivados para la realización de las actividades, teniendo también al menos 5 alumnos con serias dificultades en la asignatura pero con buena actitud, para escuchar las aportaciones de los demás y hacer su trabajo aunque fuera copiado y el resto del grupo con rendimiento de regular a bueno.

La relación con padres de familia fue limitada, prácticamente sólo se trató con los de los alumnos de mas bajo rendimiento, solicitando su apoyo para que sus hijos lograran salir adelante. Su intervención no afectó el trabajo pues podría catalogarse como neutral, esto es, no se recibió por parte de ellos beneficio, pero tampoco perjuicio.

La percepción que los alumnos de 3º D manifestaban con relación a la asignatura de Matemáticas, creo que en general fue buena, pude constatarlo repetidas ocasiones, en dos fechas, en viernes, solicité si podían quedarse en el Aula HDT a terminar el trabajo y mostraron disponibilidad para concluir las actividades y sacrificar la clase de Taller, además en la fecha que se aplicó el examen de Post-est, fue el jueves de la penúltima semana de clases y aceptaron de buena gana quedarse a contestar el examen en lugar de asistir a la clase de Educación Física que es una de sus preferidas.

Definitivamente creo que los resultados en la PIP, no hubieran sido tales en un grupo en el que no se dieran las circunstancias anteriores esto es un grupo que muestra disponibilidad para el trabajo, con el que se ha entablado en general una buena relación, sin problemas severos en cuanto a relaciones personales con los mismos alumnos o con los padres de familia, con una percepción positiva de la asignatura aún cuando en algunos casos los alumnos tengan bajo rendimiento en la misma.

En la aplicación de la PIP, interesaba de manera particular visualizar:

- ✓ La capacidad del alumno para interpretar la información proporcionada en las actividades sugeridas. Con el propósito de determinar la pertinencia en el diseño de las actividades.
- ✓ El interés que manifestaría en la realización de dichas actividades, pues es común que cuando se extiende un trabajo por varias sesiones de clase, el entusiasmo decae.

Y lograr sostener:

- ✓ El nivel de compromiso para involucrarse en los procesos de resolución, argumentación y validación. Debido a que si no se solicita una participación más democrática, en los grupos siempre se cuenta con cinco o seis alumnos muy participativos que acaparan el trabajo y que por lo general son acertados, y por comodidad el resto del grupo en actitud pasiva se supedita a lo que los alumnos de mas iniciativa proponen.

- ✓ La motivación para participar responsablemente en la resolución de los exámenes pretest y postest, puesto que la calificación motiva a la realización de un buen número de actividades por parte de los alumnos.

5.2.1 Actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas

De manera explícita en el Programa de Estudios 2011, se menciona a la actitud hacia el estudio de las matemáticas en un lugar privilegiado, al lado de los otros tres ejes bajo los cuales se agrupan todos los temas comprendidos en el programa.

> ***Los Estándares Curriculares de Matemáticas presentan la visión de una población que sabe utilizar los conocimientos matemáticos. Comprenden el conjunto de aprendizajes que se espera de los alumnos en los cuatro periodos escolares para conducirlos a altos niveles de alfabetización matemática.***
>
> ***Se organizan en:***
>
> ***1. Sentido numérico y pensamiento algebraico***
>
> ***2. Forma, espacio y medida***
>
> ***3. Manejo de la información***
>
> ***4. Actitud hacia el estudio de las matemáticas***

En la aplicación de la PIP se focalizó la atención entre otros aspectos a la actitud de los alumnos con relación al trabajo a realizar y se concluyó lo siguiente:

- ✓ El trabajo de los alumnos fue supervisado con más detalle por parte del profesor motivado por la necesidad de obtener información relevante.
- ✓ Esa atención extra por parte del docente, motivó tal vez que los alumnos pusieron más atención para hacerlo a detalle, los productos fueron más limpios y ordenados que de costumbre.
- ✓ Algunos de los alumnos que de ordinario no eran regulares en la entrega de tareas, las hicieron e inclusive solicitaban que sus trabajos fueran fotografiados.
- ✓ La actitud hacia el estudio de las matemáticas se fortalece con la actitud del docente para atender, tener en cuenta, revisar más a detalle y con regularidad los trabajos de los alumnos.

5.2.2 La tecnología utilizada como recurso didáctico

El desarrollo de habilidades digitales es una competencia propuesta en el Plan de Estudios de Educación Básica. El inciso i) de los rasgos señalados como idóneos del perfil de egreso lo mencionan:

> ***i)*** **Aprovecha los recursos tecnológicos a su alcance como medios para comunicarse, obtener información y construir conocimiento.**

Y hace mención de las ventajas del uso de la tecnología en los términos siguientes:

"La incorporación de las tecnologías de la información y la comunicación en el campo de formación Desarrollo Personal y para la Convivencia, supone la posibilidad de generar ambientes de aprendizaje que utilicen medios y modalidades que contribuyan al desarrollo del alumno como persona y como ser social, cercanas a las que utiliza en ambientes extraescolares".

En el diseño de la PIP, se contempló el uso de software educativos como pieza decisiva en el abordaje de algunos de los temas. Algunas de las observaciones más importantes con relación a esta modalidad de trabajo son las siguientes:

- ✓ Se trabajó en los programas "Inventor Geométrico", "Cabri" y Excel. Los dos primeros ya conocidos por los alumnos, les agradó bastante trabajar con Excel por las ventajas de hacer rápidamente cálculos y gráficas de datos compilados en tablas.
- ✓ Se apreció una mayor disposición para el trabajo, pues con el uso de la Tecnología se tiene la posibilidad de resolver los problemas en mucho menos tiempo y con mayor precisión.
- ✓ Cuando se realizan trazos a lápiz y papel en ocasiones el trabajo es tan laborioso que el alumno cae en desánimo por no poder concluir la actividad y se pierde en ocasiones de la posibilidad de elaborar conjeturas u obtener conclusiones al término de la actividad. Claro ejemplo de las ventajas del uso de la tecnología es el caso de la secuencia relativa al llenado de recipientes, en la que el alumno pudo compilar los datos en tabla, hacer los cálculos de los volúmenes a medida que transcurre el tiempo y las gráficas correspondientes, pudiendo en una sesión de 50 minutos visualizar dos diferentes, la rela-

tiva al cilindro y a la esfera por ejemplo o bien la del cono que es llenado a partir del vértice con la del cono que es llenado a partir de la base.

5.2.3 Líneas de progreso

En el programa de matemáticas se señala que los avances en el aprendizaje de los alumnos deben apreciarse a través de tres líneas de progreso:

> ***"Su progresión debe entenderse como:***
>
> ***• Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados.***
>
> ***• Ampliar y profundizar los conocimientos, de manera que se favorezca la comprensión y el uso eficiente de las herramientas matemáticas.***
>
> ***• Avanzar desde el requerimiento de ayuda al resolver problemas hacia el trabajo autónomo."***

Las tres líneas se encuentran muy entrelazadas entre sí, en ocasiones pueden apreciarse avances en las tres simultáneamente, en ocasiones muy marcado en una o dos de ellas.

A través del trabajo de los alumnos al aplicar la PIP se apreciaron avances en cuanto a:

La capacidad para que, a través del análisis de los datos de una tabla, el alumno pudiera determinar el tipo de variación a que corresponde, su representación gráfica y su representación algebraica, en al menos en una tercera parte del grupo, la diferencia fue muy marcada y en franca mejoría, pero también se apreció que en 8 casos, los alumnos mostraron muy marcada la tendencia a emplear procedimientos personales, herencia de métodos aprendidos en la Primaria muy probablemente, muy arraigados, no muy versátiles y tendientes siempre a encajonar todos los problemas de proporcionalidad como variación proporcional directa.

En el resto del grupo se apreció que algunos alumnos presentaban mejoría pero no simultáneamente en cuanto a graficar, identificar el tipo de variación y expresar algebraicamente una variación. Y se dieron los casos de alumnos que no pudieron transitar del trabajo con ayuda al trabajo autónomo.

Por lo que puede concluirse que aún cuando los temas ya habían sido trabajados con anterioridad a través de los tres ciclos escolares de Secundaria, se dio el caso de alumnos para los que no se apreció avance en cuanto a las líneas de progreso mencionadas como producto de la aplicación de la PIP. Tiene sentido mencionar en este momento lo que algunos autores mencionan con relación al desarrollo del pensamiento proporcional: se inicia a temprana edad, se consolida en la Secundaria pero en algunos casos muy tardíamente, incluso al concluir casi el Bachillerato.

5.2.4 El error como fuente de conocimiento

La actitud del maestro por cuidar, proteger al alumno, prevenirlo para evitarle tropiezos, equivocaciones, no es necesariamente el camino más acertado para que el alumno acceda al conocimiento, el enfoque actual de la didáctica de las matemáticas sugiere al docente adoptar la actitud de estar pendiente los errores de los alumnos, pero no para descalificarlos o evidenciarlos, sino para constituirlos en motivo de reflexión y de análisis, el error constituye pues, un potencial para convertirse en fuente de conocimiento.

En la aplicación de la PIP que se trabajó, los alumnos en su casa o en un ciber volvían a elaborar sus tablas o gráficas en Excel, para luego imprimirlas y sucedió en repetidas ocasiones que los alumnos llevaban trabajos impresos con errores principalmente en las gráficas y tenían la confianza de preguntar cual podría haber sido su error. Esa "confianza" la asocio a la situación de que los trabajos de la PIP no fueron objeto de calificación, los alumnos de manera muy natural preguntaban sus dudas o el origen de sus errores. Cuando un trabajo es objeto de calificación y los alumnos se dan cuenta de que cometieron algún error al cotejarlo con los de los compañeros, tienden a no mostrarlo al maestro o lo corrigen previo a la revisión ayudados por otros compañeros, para evitar repercusiones negativas en su calificación. Desgraciadamente este tipo de actitudes son producto de la cultura de "evaluar" el error, más que los avances logrados.

5.2.5 Vinculación entre temas

A decir de Valverde (2004)

> ***En la actualidad, la cuantificación numérica, la comprensión de información en tablas, gráficos estadísticos, curvas, interpretación de símbolos, lenguajes computacionales, y en general, la capacidad para analizar, razonar y comunicar eficazmente las ideas, al mismo tiempo que se plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas en diferentes contextos, son capacidades básicas que se requieren para la participación activa en nuestro contexto social y cultural.***

Se aprecia como necesaria una educación más inclusiva, que proporcione una preparación que permita ver los fenómenos o los conceptos de una misma o de diferentes asignaturas de manera global, inclusiva.

El tema de proporcionalidad es probablemente el más rico de los que se abordan en Educación Secundaria y permite la resolución de una gran variedad de problemas.

> ***“El razonamiento proporcional es un tipo de pensamiento que los estudiantes probablemente apliquen en su profesión y en situaciones de la cotidianeidad. Por ejemplo se pueden encontrar proporciones en muchas situaciones: ampliando y reduciendo fotografías, fotocopias, modelos, mapas, comparación de precios, ofertas en las compras, tasas telefónicas, tasas de cambio de divisas, recetas, comparando probabilidades, inclinación de una colina, longitud de la sombra respecto al tamaño del objeto, gráficos y diagramas de información, consumo del coche, etc. (Feijs, Galen, Gravemeijer, Herpen, Keijzer, 2008).***

En resumen el razonamiento proporcional juega un importante papel en muchos escenarios del mundo real, razón por la cual podemos afirmar que este contenido matemático ofrece una riqueza especial para acercar las matemáticas "del aula" y las "del entorno"."(Valverde, 2004)

En la PIP se incluyeron temas de Fïsica principalmente, con el propósito de fortalecer los vínculos entre las asignaturas que el Plan de Estudios 2011 sugiere. Así como para reforzar la idea, de que hacen falta momentos en el ciclo escolar para hacer una compilación de temas que han sido abordados en diferentes momentos y que el alumno percibe en muchas ocasiones como "parcelas del saber", como temas que no presentan entre sí conexión alguna.

CONCLUSIONES

- Los resultados de los exámenes estandarizados, muestran la necesidad de que el docente realice un análisis más a profundidad de cada uno de los ejes temáticos, información que podrá emplear en diseñar o rediseñar secuencias didácticas más acordes a las necesidades de su contexto.
- La proporcionalidad es un tema aplicable a una gran variedad de situaciones, por lo que es conveniente que el alumno cuente con una visión incluyente de él y profundice en su conocimiento.
- En los registros de la producción matemática de los pueblos de la antigüedad, existe la evidencia de aplicación de temas de proporcionalidad en la resolución de muy variados problemas de la vida práctica, siendo en la civilización griega, con Eudoxo donde se formaliza la teoría de las proporciones.
- El diseño de una propuesta de intervención obliga a múltiples análisis y reflexiones: de los programas de estudio, los enfoques, las sugerencias didácticas, el perfil de egreso del estudiante, etc.
- Es necesario que temas como el de proporcionalidad que tiene múltiples aplicaciones, se aborde tomando en consideración los requerimientos de otras asignaturas, de gran importancia es por ejemplo la interpretación de las relaciones entre variables de un fenómeno físico.
- La Teoría de las Situaciones Didácticas es una Teoría que no es nueva, ni acabada, que aparece específicamente en el horizonte de los lineamientos

pedagógicos del Plan de Estudios 2011 y que conviene revisar sus supuestos teóricos y constatar su aplicabilidad en el trabajo cotidiano.

- La utilización de la Tecnología en el Aula es sin lugar a dudas un poderoso auxiliar didáctico, además de la posibilidad de presentar el conocimiento de una manera más novedosa y atractiva, los cálculos y trazos pueden realizarse con mayor precisión y en menos tiempo teniendo la oportunidad de optimizar los tiempos para la argumentación, la confrontación de ideas y la validación de resultados.
- Es difícil cambiar los esquemas de razonamiento cultivados por los alumnos durante los años en que cursaron la educación primaria, ya que los alumnos los consideran como procedimientos seguros, que se resisten a abandonar, por lo que deben diseñarse secuencias didácticas tendientes a contrarrestar esa resistencia, secuencias que favorezcan la interpretación de la información a través de la construcción de tablas, la elaboración y lectura de gráficas y a la representación algebraica de una relación entre variables.
- El análisis estadístico de los datos arroja un resultado objetivo que nos muestra, en este caso, que la mejora en los resultados obtenidos por los alumnos del grupo experimental en el examen postest son significativos, pero a ello debe añadirse lo observado con relación a la actitud de los alumnos: el trabajo fue más sistemático, se mostró dedicación, empeño por realizar y concluir los trabajos, como las actividades eran observadas y supervisadas más de lo que comúnmente se hace, se notó empeño, respuesta por parte de los alumnos que sentían que sus trabajos sí eran valorados. Esto último me parece muy relevante, lo considero una importante lección,

ya que cuando el alumno percibe que su proceso y sus productos son observados, valorados, muestra a su vez interés por presentar algo de mejor calidad.

- Considero importante la consulta de aspectos teóricos, artículos o propuestas que permitan fundamentar la labor del profesor, que de ordinario es más práctica e intuitiva que sistemática y fundamentada. La elaboración de trabajos de investigación de esta naturaleza permite situar la labor docente en un plano más racional y formal.

BIBLIOGRAFÍA

REFERENCIAS BIBLIOHEMEROGRÁFICAS

1) Airasian P.W.(2002). *La evaluación en el salón de clases.* Biblioteca para la actualización del maestro. México. D. F.SEP.

2) Agüero C. E. (2011) *Un matemático ingenioso: Tales de Mileto.* Informa TEC. Febrero, 2011.Vol 310. Instituto Tecnológico de Costa Rica.

3) Antunes C.(2007). *Vigotsky en el aula…¿Quién diría? Colección: En el Aula,12* (2ª reimpresión). Argentina. Editorial Sb.

4) Boyer C.B.(2001). *Historia de la matemática*. Madrid. Alianza Editorial.

5) Bruner, J. S. (1995). Desarrollo cognitivo y educación. Ediciones Morata, Madrid.

6) Bruner, J. S. (1987). La importancia de la Educación. Editorial Paidós, Barcelona.

7) Booth W.C. y otros.(2001). *Como convertirse en un hábil investigador. Barcelona*. Editorial Gedisa.

8) Carreño, H. F. (1995). Enfoques y principios Teóricos de la Evaluación. Editorial Trillas, México.

9) Castellanos, C. D. y otros. (2001). Activación del Pensamiento 1, 2, 3, actividades para el desarrollo de habilidades cognitivas. Santillana, México.

10) Coll S.C.(1997). *Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento*. México, D.F. Paidós.

11) Díaz Q. V., Poblete L. A. (2001*). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el Aula.* Revista Didáctica de las Matemáticas. Vol. 45, pp33-41.

*12)*Colectivo de autores. CEPES.(2000) Universidad de la Habana. *Tendencias pedagógicas en la realidad educativa actual. Curso: Estrategias de Aprendizaje en la Nueva Universidad Cubana* Universidad "Juan Misael Saracho". Tarija, Bolivia. Editorial Universitaria.

13) Chavarría. J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Escuela de Matemática. Universidad Nacional. Año 1, número 2. Costa Rica.

14) Chevallard Y. y otros (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje.* Biblioteca para la actualización del maestro. México, D.F.: SEP.

15) Dantzig, T. (1975). El número. Lenguaje de la ciencia. Editorial Hobbs-Sudamericana, Buenos Aires.

16) Delamont, S. (1981). Didáctica. Editorial Cincel-Kapeluz, Colombia.

17) Delprato F.(2006). Reseña de “Enseñar Matemáticas hoy. Miradas, Sentidos y Desafíos” de Patricia Sadowsky”. Redalyc. Año 18. Volumen 001,pp 177-179. México, D.F. Educación Matemática Santillana.

18) Díaz Barriga A. F., Hernández R. G.(2010). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista (3ª ed.). México, D.F.: Mc Graw Hill.

19) Enzensberger H. M.(1998). *El diablillo de los números*. España. Ed. Siruela.

20) Frade R. L. (2009). *Planeación por competencias* (2ª ed.). México D.F. Ed. Inteligencia Educativa.

21) Frade R. L. (2009). *Desarrollo de competencias en educación desde preescolar hasta bachillerato*. (2ª ed.). México D.F. Ed. Inteligencia Educativa.

22) Flansburg Scott y otros. (1995). Matemáticas para todos. Editorial Paidós. España.

23) Godino J.B. (2002). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros.* Proyecto Edumat-Maestros.

24) Hernández, R. G. (2001). Paradigmas en Psicología de la Educación. Paidós, México.

25) Hidalgo G. J. (1997). Investigación educativa. Una estrategia constructivista.(3ª reimpresión). México. D. F. Castellanos Editores.

26) HOYOS, Medina Carlos Angel (1997).Epistemología y objeto pedagógico. UNAM, México.

27) JARA, H. Oscar. (1994). Para sistematizar experiencias. Editorial Alforja, México.

28) LIBRO PARA EL MAESTRO. (1994). Educación Secundaria, Matemáticas. SEP, México.

29) Martinello, M.L. (2000). Indagación interdisciplinaria en la enseñanza y el aprendizaje. Ediciones Gedisa, España.

30) Marzano R.J. y Pickering D.J.(2005). *Dimensiones del aprendizaje. Manual para el maestro.* Tlaquepaque, Jalisco, México. ITESO.

31) MONEREO, Carles y otros. (1999). Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Editorial Graò, Barcelona.

32) Moreno, B. G. (1978). Didáctica I. Fundamentación y práctica. Editorial Progreso, México.

33) Moreno, B. G.. (1978). Didáctica II. Fundamentación y práctica. Editorial Progreso, México.

34) Panzsa, G. M. y otros. (1992). Fundamentación de la didáctica. Ediciones Gernika, México.

35) Panzsa, G. M. y otros. (1992). Operatividad de la didáctica. Ediciones Gernika, México.

36) Panzsa, G. M. y otros (1992). Pedagogía y currículo. Ediciones Gernika, México.

37) Parra. C. y otros (1997). Didáctica de las Matemáticas. Aportes y Reflexiones. Paidós. Buenos Aires, Argentina.

38) Plan y Programa de Estudios de Estudios 2011, Secundaria. SEP, México.

39) Polya, G. (1996). Cómo plantear y resolver problemas. Trillas, México.

40) Perrenoud.P. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar.* Biblioteca para la actualización del maestro. Capítulos 8, 9, 10. México, D.F.: SEP.

41) Rodríguez G. G. y otros (1998). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. Málaga. Ed. Aljibe.

42) Ruíz E., Valdemoros M*. (2006). Vínculo entre el pensamiento cualitativo y cuantitativo: el caso de Paulina.* Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. Volumen 9.No.2.

43) S/a (2005). Entrevista a Patricia Sadovsky, Doctora en Didáctica de las Matemáticas: "cuando preguntan si sirve la matemática, perdimos la batalla". Visitado el 18 de agosto de 2012. Disponible en http://edant.clarin.com/diario/2005/07/31/sociedad/s-00301.htm

44) Sadovsky P. (2005). Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Libros del Zorzal. Buenos Aires, Argentina.

45) Saint-Onge M.(2000). *Yo explico, pero ellos…¿aprenden?* Biblioteca para la actualización del maestro. México. D. F.SEP.

46) Sandoval F.E.(2007). La Reforma que necesita la Secundaria Mexicana. Revista Mexicana de Investigación Educativa. Año 12, volumen 032, pp 165-182.

47) Serrno G.J. y Troche H.P.(2003). *Teorías Psicológicas de la Educación.* (3ª ed.) México. UAM.

48) Sampieri H. R. y otros (2006). *Metodología de la Investigación*. México. Mc Graw Hill.

49) Santaló, L. A. (1994). Hacia una didáctica humanista de la matemática. Editorial Troquel, Argentina.

50) Santaló, L. A. (1997). La educación matemática, hoy. Editorial Teide, Barcelona.

51) Santos, G. M. (2000). Evaluación educativa: un proceso de diálogo comprensión y mejora. Editorial Magisterio, Río de la Plata.

52) Santos, G. M.. (1997). La Luz del Prisma. Ediciones Aljibe, Málaga.

53) Sanz A. y otros(1996*). El razonamiento proporcional en expertos y novatos: el efecto del contenido.* Revista de Psicología General y Aplicada.Vol.2, Num. 49, pp. 337-352.

54) Tobón S. (2005). *Formación basada en competencias*. Bogotá. Ecoe Ediciones.

ANEXOS

EXAMEN PRETEST

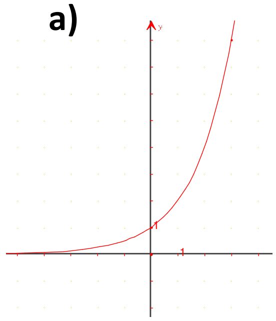
NOMBRE____

1) Traza en papel cuadriculado un triángulo cuyas coordenadas sean A(-9, 12), B(6,6) y C(-6,-3), cada una de las coordenadas vas a transformarla de la siguiente forma, divide entre 3 cada uno de los valores y el resultado multiplícalo por dos y realiza lo que se te pide a continuación:
   a) Escribe las coordenadas ya transformadas:
      A' (,   ), B' (,   ) y C' (,   )
   b) En el mismo plano cartesiano grafica los dos triángulos, usando dos colores diferentes coloréalos.
   c) ¿Los triángulos son semejantes? Justifica tu respuesta. Especifica el criterio.
   d) Si los triángulos son semejantes especifica la razón de semejanza.
   e) Sin calcular sus áreas, ¿Se puede conocer la razón entre ellas? Escribe tu respuesta.
2) En un grupo escolar la razón de mujeres a hombres es de 7 a 5, si en el grupo hay en total 48 alumnos.
   ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres hay?
   Escribe el proceso empleado para resolver el problema.
3) Revisa las gráficas que se encuentran en la parte inferior del cuadro. Escribe en la columna de la derecha el inciso de la grafica que corresponde en cada caso

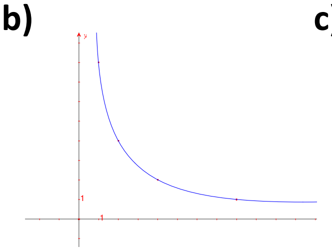
a)	Es una función cuadrática	
b)	Corresponde a la representación gráfica de una variación inversamente proporcional	
c)	Corresponde a la representación gráfica de una variación directamente proporcional	
d)	Representa un crecimiento geométrico o exponencial	
e)	Gráfica que corresponde a la función $y = x^{2}$	
f)	Gráfica que corresponde a la función $y = 2^{x}$	
g)	Gráfica que corresponde a la función $y = \frac{2}{3}x$	

h)	**Gráfica que corresponde a la función** $y = \frac{8}{x}$	

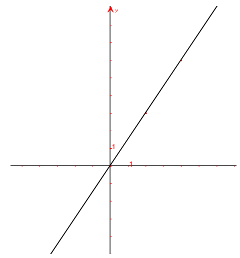
a)



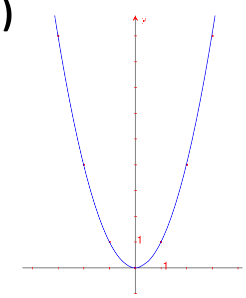
b)



c)

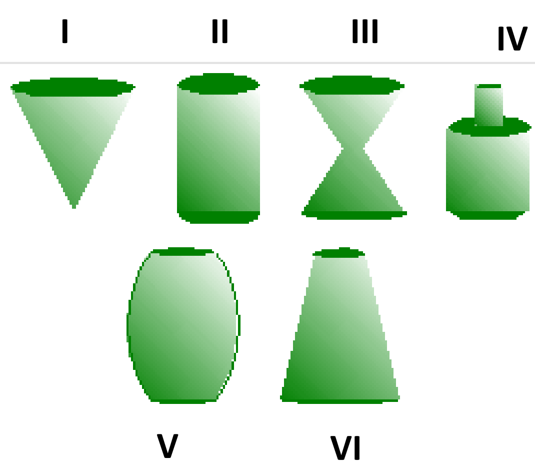


d)

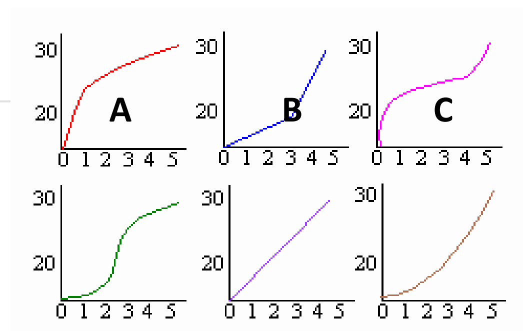


4) Los seis recipientes tienen la misma altura 30 cm y la misma capacidad de 100 litros. Los llenamos sucesivamente utilizando un grifo que vierte 1/3 de litro por segundo. Las gráficas representan, para cada uno de los recipientes, la altura de la columna de agua en el recipiente en función del tiempo empleado en su llenado, Encontrar la curva correspondiente a cada recipiente.

RECIPIENTES



GRÁFICAS



¿En cuántos minutos se llena cada depósito?
Realiza aquí tus cálculos
Argumenta tu respuesta

Concentra tus respuestas en la tabla siguiente:

	NÚMERO DE RECIPIENTE	GRÁFICA QUE LE CORRESPONDE
a)	I	
b)	II	
c)	III	
d)	IV	
e)	V	
f)	VI	

5) **El Hospital Sta. Margarita cuenta con una base de Taxis, el derecho por usar el servicio es de \$ 10 y se cobra además \$ 15 por cada km recorrido. Completa la tabla siguiente:**

x	y
km recorridos	**Costo**
0	
1	
2	
5	
10	

- **Representa en una gráfica cartesiana los datos de la tabla.**
- **Encuentra la expresión algebraica que corresponde a la función mediante la que se relacionan las variables:**

  y =

- **Identifica en la gráfica la pendiente y la ordenada al origen.**

6) **Calcula el área de un círculo de 10 cm de radio. Para los cálculos emplea el valor de π como 3 unidades. Completa la tabla.**

A	B	C	D	E
Medida del radio	**Parte del círculo**	**Ángulo correspondiente al sector circular**	**Área en cm^2**	**Porcentaje con respecto al área del círculo completo**
10 cm	**Círculo completo**	**360^{o}**		**100%**
10 cm	**Medio círculo**			
10 cm	**Una tercera parte del círculo**			
10 cm	**Una cuarta parte del círculo**			
10 cm	**Tres cuartas partes del círculo**			
10 cm	**Una décima parte del círculo**			

Representa en una gráfica las variaciones siguientes:

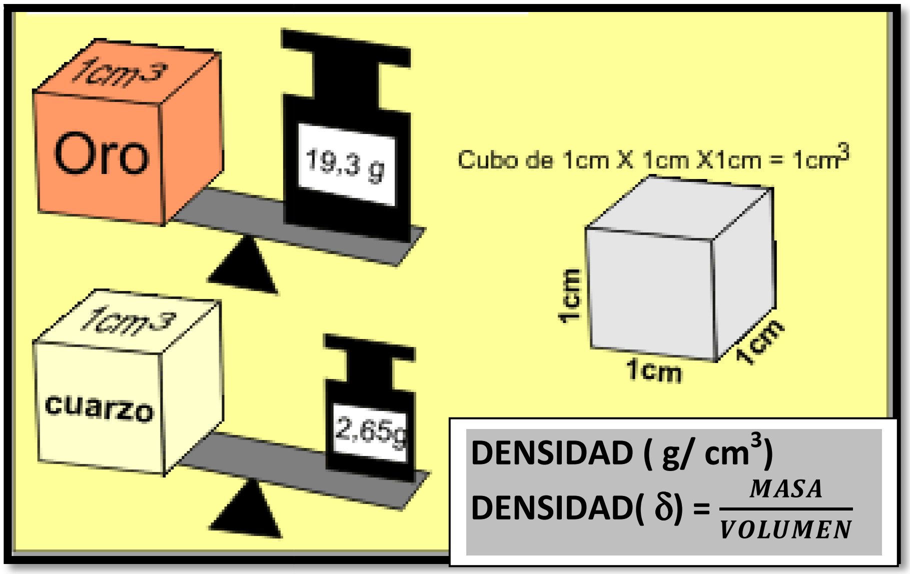
	Variable independiente x	Variable dependiente y
	DATOS DE LA COLUMNA	DATOS DE LA CO-LUMNA
a)	C	D
b)	C	E
c)	D	E

Especifica en cada caso el tipo de variación que co-rresponde a cada par de variables.

7) En su visita a la Casa Azul, Mario preguntó sobre los precios de una reproducción de la obra: “Pintura de mujer” de Diego Rivera. Había en 3 tamaños, el empleado le mencionó que el costo de cada uno de los artículos era proporcional a su área. Completa la tabla de acuerdo a la información proporcionada.

OPCIÓN DE COMPRA	LARGO	ANCHO	ÁREA	COSTO
1	16 cm	12 cm		$60
2				$ 240
3	24 cm	18 cm		

8) Observa la figura siguiente:



DENSIDAD (g/ cm^3)

DENSIDAD(δ) = $\frac{MASA}{VOLUMEN}$

Nos representa la medición de la masa de 1 cm^3 de oro, en una balanza de platillos y se observa que es equilibrada por una pesa de 19.3 g. Por lo que se dice que la densidad del oro es 19.3 g/ cm^3.

De la misma manera la densidad del cuarzo es de acuerdo a la figura de 2.65 g/ cm^3.

Con base en la información proporcionada contesta lo que se te pide a continuación:

A) **La masa de 5 cm^3 de oro es……………………………………………………………………………… ( )**

96.5 g **B) 96.5 kg** **c) 96.5 cm^3** **d) 965 g**

B) **La masa de 5 cm^3 de cuarzo es………………………………………………………………………… ( )**

132.5 g **B) 13.25 kg** **c) 13.25 cm^3** **d) 13.25 g**

C) **El volumen que ocupan 386 g de oro es ………………………………………………………… ( )**

20 litros **B) 20 dm^3** **c) 20 cm^3** **d) 20 g**

D) **El volumen que ocupan 66.25 g de cuarzo es ………………………………………………… ( )**

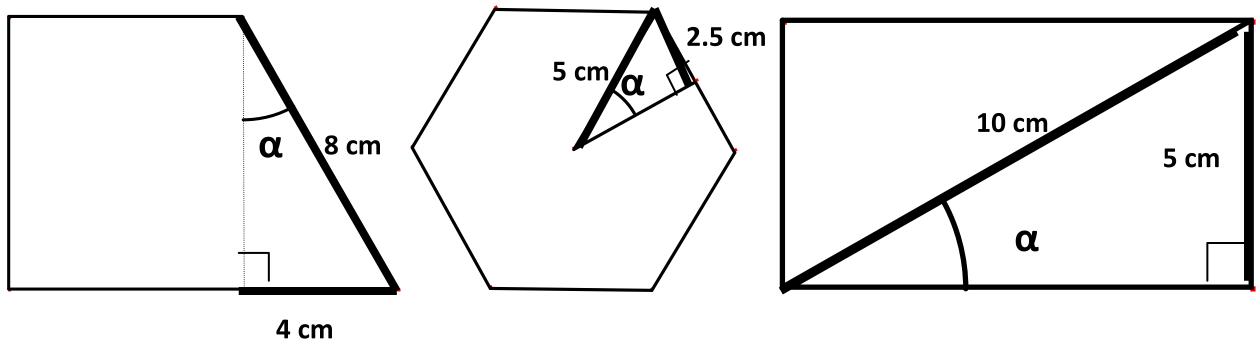
22.5 g **B) 25 cm^3** **c) 25 dm^3** **d) 25 g**

E) **680 g de cierto material ocupan un volumen de 50 cm^3 , dicho material puede ser……… ( )**

Oro **B) Cuarzo** **c) No es oro ni cuarzo** **d) Agua**

9)

I) Analiza las tres figuras siguientes, contesta V (verdadero) o F (falso), según corresponda.



A) El valor del ángulo α tiene la misma medida en los tres casos........................ ( )

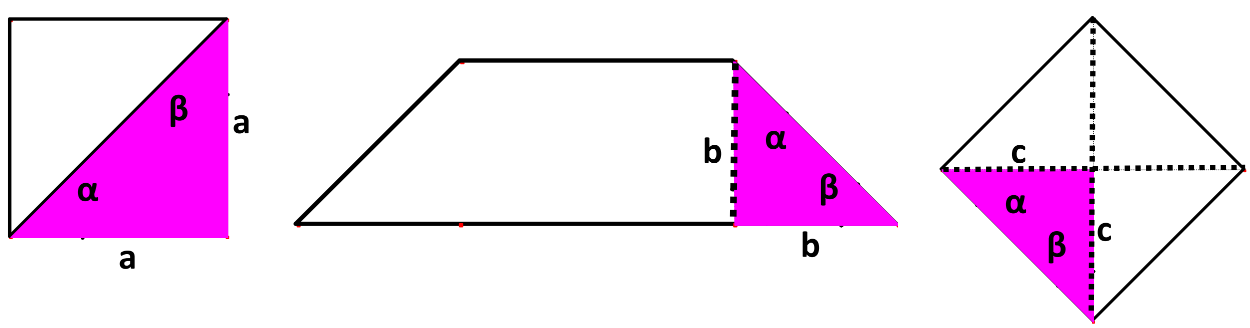
B) El cociente entre el cateto opuesto al ángulo α y la hipotenusa no es el mismo en los tres triángulos rectángulos remarcados.. ( )

C) De las figuras puede deducirse que Sen α = **0.5**.. ( )

D) De las figuras puede deducirse que Tan α = **0.5**.. ( )

E) El cociente entre la hipotenusa y el cateto opuesto al ángulo α es el mismo en los tres triángulos rectángulos remarcados.. ( )

II) Analiza las tres figuras siguientes, contesta V (verdadero) o F (falso), según corresponda.



A) El valor del ángulo α tiene la misma medida en los tres casos................. ( )

B) El valor del ángulo β tiene la misma medida en los tres casos.................... ( )

C) α mide 30° y β mide 60°.. ( )

D) De las figuras puede deducirse que Tan α = **1**... ( )

E) **De las figuras puede deducirse que Tan β = 1..** **( )**

10)

A) Mariana tiene la opción de escoger para su fiesta de 15 años, entre algunos arreglos florales que le son presentados. Dispone para los arreglos de $ 2 400 y según el precio de cada arreglo son los que alcanzará a comprar. Completa la tabla siguiente.

¿Qué tipo de variación es?____

¿Cómo sería su representación gráfica?_____________________________

Precio de cada adorno ($)	Número de adornos que puede comprar
60	40
	80
100	
	50
120	




B) **Gabriel sabe que, a medida que varía la temperatura de un gas, se aprecia que su presión se incrementa también en la misma proporción. Dicha relación deberá estar correctamente concentrada en la tabla siguiente:**

TEMPERATURA ABSOLUTA	PRESIÓN
80 ^{O}K	4 at
40 ^{O}K	
20 ^{O}K	1 at
60 ^{O}K	3 at
	5 at

¿Qué tipo de variación es?_________________________________
____

¿Cómo sería su representación gráfica?____________________
____

EXAMEN POSTEST

NOMBRE ____

1) En papel cuadriculado traza en un mismo plano cartesiano los triángulos cuyas coordenadas son, para uno de ellos (-8,4), (-4,-4) y (12, 8) y para el otro triángulo (-6, 3), (-3,-3) y (9,6).

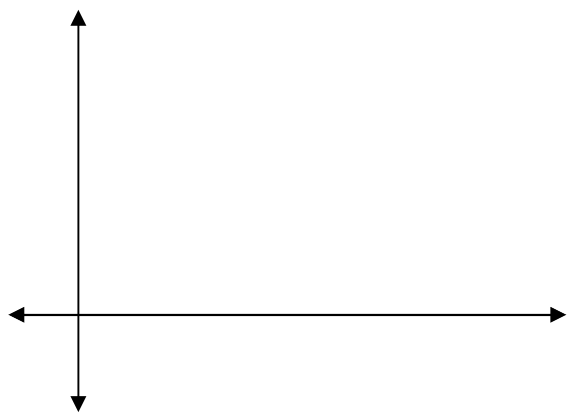
i) **¿Los triángulos son semejantes? Justifica tu respuesta. Especifica el criterio.**

j) **Si los triángulos son semejantes especifica la razón de semejanza.**
r=

k) **Sin calcular sus áreas, ¿Se puede conocer la razón entre ellas? Escribe tu respuesta.**

2) En el balneario "Sun and water" se cobran $25 por cada vehículo que ingresa y $15 por cada persona que va en el interior del vehículo. Completa la tabla siguiente y grafica.

NÚMERO DE PERSONAS EN UN VEHÍCULO	$
0	25
1	
2	
5	
10	
40	

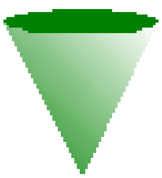
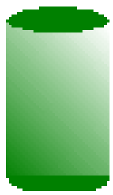
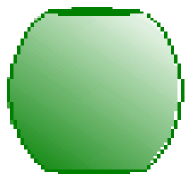
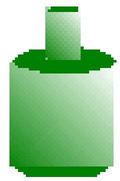
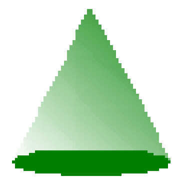


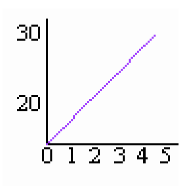
3) Calcula el área de un círculo de 10 cm de radio. Para los cálculos emplea el valor de π como 3 unidades. Completa la tabla.

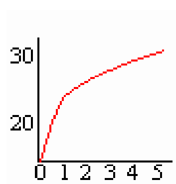
A	B	C	D	E
Medida del radio	Parte del círculo	Ángulo correspondiente al sector circular	Área en cm^2	Porcentaje con respecto al área del círculo completo
10 cm	Círculo completo	360^{o}		100%
10 cm	Medio círculo			
10 cm	Una sexta parte del círculo			
10 cm	Una cuarta parte del círculo			
10 cm	Dos terceras			

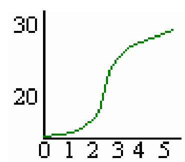
	partes del círculo			
10 cm	**Una doceava parte del círculo**			

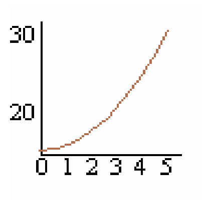
4) Relaciona cada uno de los recipientes siguientes con la gráfica que corresponde a su llenado (la altura con respecto al tiempo), anotando en los paréntesis la letra correspondiente al recipiente.

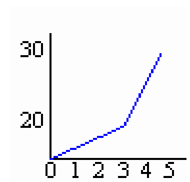
a)

b)

c)

d)

e)








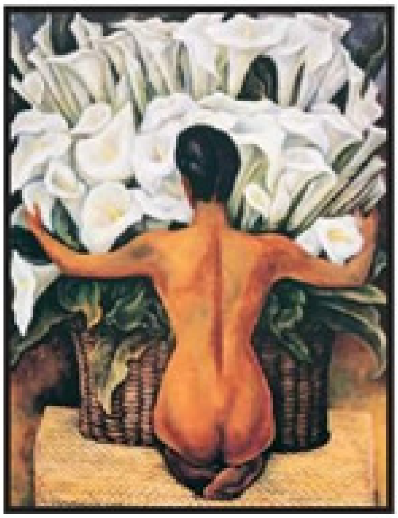


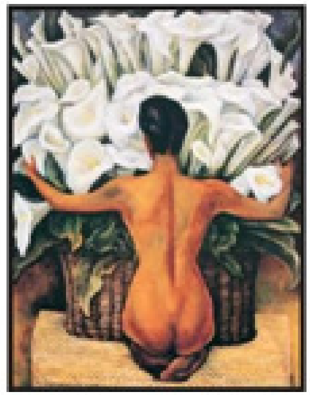


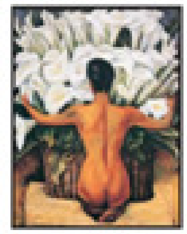
( ) **( )** **( )** **( )** **( )**

5) En su visita a la Casa Azul, Mariana preguntó sobre los precios de una reproducción de la obra: "Mujer con alcatraces" de Diego Rivera. Había en 3 tamaños, el empleado le mencionó que el costo de cada uno de los artículos era proporcional a su área. Completa la tabla de acuerdo a la información proporcionada.

OPCIÓN DE COMPRA	LARGO	ANCHO	ÁREA	COSTO
1	35 cm	42 cm		$ 294
2				$ 73.5
3	25 cm	30 cm		







6) Relaciona las tablas siguientes con las gráficas que se encuentran a la derecha:

TABLA UNO

NUMERO DE OBRERAS	DIAS EN LAS QUE PUEDEN HACER UN TRABAJO
20	30
10	60
15	40
5	120

TABLA DOS

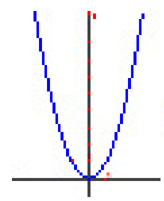
TIEMPO (HORAS)	DISTANCIA RECORRIDA POR UN MOVIL (km)
1	90
2	180
6	540
4	360
10	900

TABLA TRES

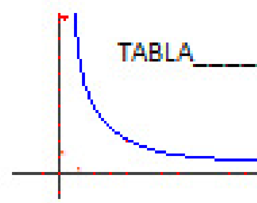
TIEMPO (Segundos)	DISTANCIA (APROXIMADA) RECORRIDA POR UN CUERPO AL CAER
1	10 m
2	20 m
3	45 m
4	80 m
5	125
6	180

TABLA CUATRO

TIEMPO (HORAS)	NUMERO DE BACTE-RIAS DE UN CULTIVO
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

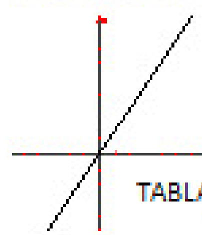


TABLA_____



TABLA_____

TABLA_____



TABLA_____

6) Escribe la expresión matemática que corresponde a cada una de las tablas siguientes:

Los datos siguientes son relativos al mercurio	
Volumen (V)	Masa (m)
1 cm^3	13.6 g
5 cm^3	68 g
10 cm^3	136 g
15 cm^3	204 g
20 cm^3	272 g

FÓRMULA

____

Voltaje (V)	Intensidad (I)
20	4
10	8
5	16
40	2
25	3.2

FÓRMULA

____

PRESIÓN DE UN GAS	VOLUMEN QUE OCUPA
1 at	40 litros
2 at	20 litros
4 at	10 litros
8 at	5 litros
16 at	2.5 litros

Los datos siguientes son relativos a la cantidad de calor que se requiere para elevar 15^{o}C la temperatura de una masa de agua	
Masa (m)	Cantidad de calor (Q)
50 gramos	750 calorías
100 g	1 500 cal
25 g	375 cal
200 g	3 000 cal

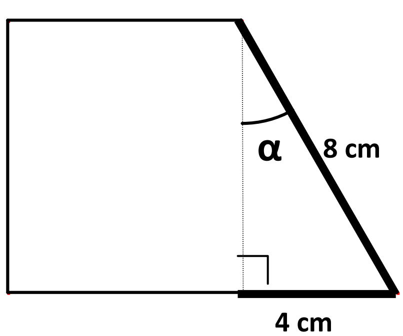
FÓRMULA

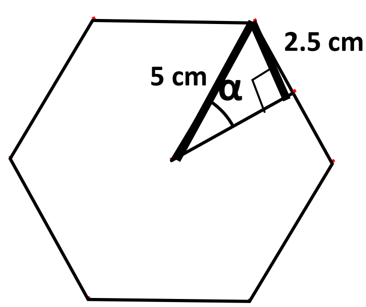
____

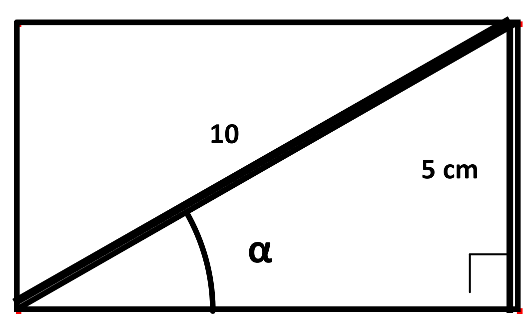
FÓRMULA

____

8) Analiza las tres figuras siguientes, contesta V (verdadero) o F (falso), según corresponda.







A) El valor del ángulo α tiene la misma medida en los tres casos... ( )

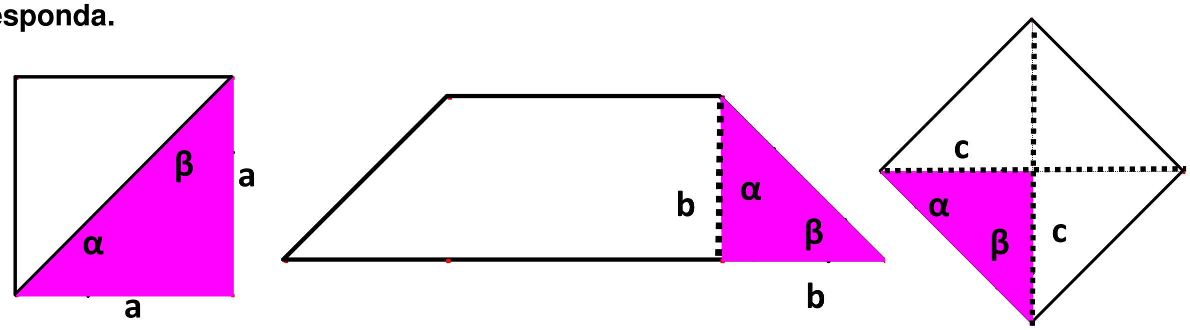
B) El cociente entre el cateto opuesto al ángulo α y la hipotenusa no es el mismo en los tres triángulos rectángulos remarcados... ( )

C) De las figuras puede deducirse que Sen α = 0.5...................... ( )

D) De las figuras puede deducirse que Tan α = 0.5...................... ( )

E) El cociente entre la hipotenusa y el cateto opuesto al ángulo α es el mismo en los tres triángulos rectángulos remarcados....... ( )

9) **Analiza las tres figuras siguientes, contesta V (verdadero) o F (falso), según corresponda.**



A) El valor del ángulo α tiene la misma medida en los tres casos ( )

B) El valor del ángulo β tiene la misma medida en los tres casos ( )

C) α mide 30° y β mide 60°... ( )

D) De las figuras puede deducirse que Tan α = 1..................... ( )

E) De las figuras puede deducirse que Tan β = 1..................... ( )