

**UNIVERSIDAD  
PANAMERICANA  
CAMPUS BONATERRA**

**ESCUELA DE INGENIERÍA**

**CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL:  
INTENSIVO VS EXTENSIVO**

TESIS  
QUE PRESENTA

**MARIO ANDREI ALVAREZ ROCHA**

PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

CON RECONOCIMIENTO DE VALIDEZ OFICIAL DEL INSTITUTO DE EDUCACIÓN  
DE AGUASCALIENTES SEGÚN ACUERDO NÚMERO 0383 CON FECHA DE  
NOVIEMBRE DE 2000.

DIRECTOR DE TESIS

**ADÁN MOISÉS GARCÍA MEDINA**

AGUASCALIENTES, AGS., ENERO DE 2013

## AGRADECIMIENTOS

Comenzar un proyecto resulta muy fácil , y aun más fácil si se decide dejarlo a medias, lo realmente difícil viene cuando uno decide permanecer y finalizarlo de la forma correcta , pero este proceso sería prácticamente imposible sin la motivación necesaria , dicha motivación es conformada por dos factores.

El primer factor radica en querer seguir estudiando , esto para mantenerse siempre fresco en los conocimientos y poder ser competitivo en el ámbito profesional.

Pero la segunda para mi es la más importante , ahí es donde interviene mi familia que con su apoyo hicieron esto posible.

En primer lugar quisiera agradecer a mis padres cuyo apoyo siempre me hizo sentir con las fuerzas necesarias para lograrlo , a mi papá que prácticamente me inicio en el mundo de las matemáticas con aquellas tardes en las que juntos resolvíamos cientos de problemas matemáticos , tal vez en ese momento solo lo veía como un simple repaso de lo que tenía que aprender para mis evaluaciones de la secundaria , sin imaginarme que seguiría por ese mismo camino , y a mi mamá con sus palabras interminables de apoyo durante mis estudios , las cuales daban el empuje necesario para dar un poco mas y después de eso y con todo el cansancio de un día de trabajo y estudio dar otro poco más.

Para mi es importante mencionar que no solo recibí apoyo de mis papas si no también del resto de mi familia, como mi hermana Mónica la cual me alentó a dejar una maestría donde yo estaba totalmente alejado de mis estudios e incorporarme a esta maestría de la enseñanza de las matemáticas , donde pude enriquecer mis conocimientos y estar en mi área de trabajo.

Por otra parte esta mi hermano Cesar que con sus bromas aligeraban la carga y proporcionaban el apoyo divertido de todo este proceso , así como mi tía Angélica con su constante " no estudies tanto " pero que siempre estuvo conmigo en todo este proceso.

Por último y no menos importantes mis sobrinos, que con sus risas , llantos y todo lo que se les ocurría hacer , en lugar de ser un estorbo en mis labores , lo que hicieron fue alegrar todos esos momentos de alta tensión que se producían por el cansancio , de los cuales abundaron.

En conclusión si con alguien tengo que estar agradecido es con mi familia , yo no termine solo la maestría , ellos la terminaron conmigo.

Biblioteca UP Bonaterra

## Contenido

AGRADECIMIENTOS.....	2
INTRODUCCION.....	6
CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	8
1.1 Antecedentes.....	8
Historia del Cálculo.....	8
Historia del Cálculo en el País.....	11
Concepción Clásica en la Enseñanza del Cálculo.....	13
Concepción Moderna en la Enseñanza del Cálculo.....	14
1.2 Reconocimiento de una Situación Problemática.....	16
Conocimientos Previos del Alumno.....	16
Maestro.....	17
1.3 Propósitos.....	19
1.4 Justificación.....	20
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO.....	21
2.1 Precálculo.....	21
2.2 Cálculo.....	22
Cálculo Diferencial.....	22
Cálculo Integral.....	23
2.3 Concepción de la Enseñanza del Cálculo.....	24
2.4 Enseñanza del Cálculo a Nivel Medio Superior.....	26
2.5 Enseñanza del Cálculo a Nivel Superior.....	28
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA.....	32
3.1 Análisis de Planes de Estudio.....	32
3.1.1 Cartas Descriptivas. Ingeniería en Energías.....	34
3.1.2 Cartas Descriptivas. Ingeniería en Mecatrónica.....	42
3.2 Diseño de Instrumentos de Evaluación.....	47
3.3 Evaluación de resultados.....	51
CAPÍTULO 4. RESULTADOS OBTENIDOS.....	52
CONCLUSIONES.....	57
ANEXOS.....	61
Anexo 1. Carta Petición para Efectuar Actividades de Tesis.....	62



ANEXO 2. Planes de Estudio Universidad Politécnica de Aguascalientes. ....	63
Anexo 3. Examen de Evaluación .....	65
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS .....	67

Biblioteca UP Bonaterra



## INTRODUCCION.

La presente investigación se centrará en los métodos actuales de enseñanza del Cálculo diferencial e integral usados dentro de las instituciones de educación superior en el país, más precisamente enfocándonos en el área de ingenierías o licenciaturas en matemáticas, esto para encontrar el método más efectivo en la impartición de dicha materia si el intensivo en donde ambas áreas del Cálculo son asignadas como una sola materias e impartidas en una sola emisión o su contraparte el extensivo , el cual asigna momentos para la impartición de cada una de estas áreas quedando separadas.

Los resultados de dicha investigación serán extraídos de dos áreas de ingeniería que forman parte de la currícula de estudio de la Universidad Politécnica de Aguascalientes en donde encontraremos que un departamento de Ingeniería en Mecatrónica es regido por el criterio de la educación intensiva mientras que el departamento de Ingeniería en Energías es regido por la manera extensiva, cabe señalar que aunque sean dos carreras diferentes el departamento de matemáticas son los encargados de la impartición de cada materia así como de su evaluación .

Dicha investigación se formuló al encontrar una clara diferencia en la situación en que se imparte la materia para ambas carreras, en donde la cuestión extensiva abarca una mayor cantidad de horas en contra de la intensiva, de inicio surge la interrogante, de si es necesario esa extensión del cálculo , que beneficios presenta en los alumnos en cuanto al desempeño de la materia, así como pensar que la saturación en el intensivo reflejara un resultado de menor calidad que el primero o que la misma saturación de contenido se lleve ventaja contra el extensivo en cuanto a otras materias que podrían verse en dicho tiempo.

La cuestión de los resultados será obtenida mediante una evaluación, la cual medirá el conocimiento adquirido por ambas carreras, misma que se unirá con las mediciones obtenidas durante sus cursos ordinario, para establecer las diferencias reinantes, es importante señalar que el contenido de la evaluación parte de los



contenidos establecidos por los programas de estudio vigentes dentro de la institución de educación superior, además fue diseñada para satisfacer las principales características de cada materia, las cuales debieron de haber sido adquiridas durante el curso ordinario de cada alumno.

Biblioteca UP Bonaterra

## CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1 Antecedentes

#### Historia del Cálculo

La particularidad del Cálculo es la integración de otras áreas de las matemáticas, y con ello se llega a la ejecución métodos, lo cuales la sociedad no estaba lista para dominar, dada la carencia de conocimientos, madurez social y científica que este requería.

En Egipto la cultura ya tenía nociones de estas técnicas, al trabajar con el Cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos.

En Grecia se utiliza el método de agotamiento, que prefigura el concepto de límite el cual servirá para el Cálculo de áreas y volumen. A lo largo de este tiempo se presentan matemáticos los cuales con pequeñas demostraciones le van dando forma al método infinitesimal al efectuar derivados de fórmulas o integrales; estos personajes van desde matemáticos y hasta astrónomos recorriendo una parte de la historia del Cálculo

No obstante tiene que pasar tiempo para que esta área de las matemáticas se consolide; en Europa se comienza a dar forma a esta rama en donde Bonaventura Cavalieri al ver el trabajo desarrollado con anterioridad en áreas y volúmenes le comenzó a dar forma, argumentando que el área y el volumen deberían de ser calculadas mediante secciones del cuerpo y ser sumadas. El Cálculo, como es conocido hoy en día, se le atribuye a dos personajes: Isaac Newton y Gottfried Wilhelm Leibniz, que simultáneamente lo desarrollan.

Isaac Newton nació el 25 de diciembre de 1642, entre sus aportaciones matemáticas se identifican series de potencias, desarrollo del binomio, encontrar raíces en ecuaciones, pero más enfocado al Cálculo se le debe la regla del producto y la cadena, el concepto de derivadas de orden superior, al adaptar un lenguaje más propio a la época realizó la sustitución del método infinitesimal.





Isaac Newton (1642-1727)

Gottfried Wilhelm Leibniz(1646-1716) comenzó su vida profesional en las áreas de Derecho, Filosofía y Lenguas; su interés matemático fue gracias a un personaje de la alta sociedad en la que él estaba envuelta, ya que al plantearle un problema y este darle solución nace la inquietud de abordar esta área, tomando como referencia trabajos realizados por otros grandes personajes del área de la matemática.

Leibniz retoma el área del Cálculo en donde su principal aportación es sintetizarlo, mientras que Newton desarrolló algunas de las bases, Leibniz le dio la nomenclatura que hoy en día conocemos dentro del Cálculo, como las reglas para la manipulación de los símbolos como lo son " $\int$ " y "d" en lo integral y lo diferencial. Leibniz quería lograr la recopilación de un lenguaje simbólico el cual fuera capaz de interpretar los conceptos.

Cabe señalar que a Leibniz se le acusó de haber plagiado el trabajo de Newton, pero si lo analizamos con detalle, lo que Leibniz desarrolló fue un lenguaje único y universal para el desarrollo del Cálculo conocido hoy en día, pero sin duda los primeros acercamientos fueron realizados por Isaac Newton.



G.W.Leibniz (1646-1716)

Con el desarrollo que hicieron a estos dos autores se les otorgó el nombre de inventores del Cálculo, aunque existió una fuerte controversia en la cual se trataba

de ver quién era realmente el verdadero inventor; esta situación condujo a un aislamiento matemático inglés del resto del continente europeo.

Al evaluar ambos trabajos propuestos por estos personajes se llegó a la conclusión de que aunque los fundamentos eran parecidos, tuvieron una concepción totalmente diferente, Leibniz comienza desde el área de la integración mientras que Isaac Newton lo hizo desde la derivación.

El desarrollo del Cálculo no se quedó solamente aquí, sino que siguió creciendo con aportaciones de otros grandes matemáticos, dentro de los cuales podemos destacar a Cauchy, Riemann y Weierstrass, entre otros, los cuales engrosaron las filas del Cálculo. En la actualidad el Cálculo tanto diferencial como integral se convierte en la base de muchas áreas de investigación de la ingeniería; el Cálculo se presenta en casi todas las materias, desde las más básicas como aprender en forma qué es el Cálculo integral y diferencial, así como cuestiones más elevadas como ecuaciones diferenciales que nos permitirán observar cambios de estado o el Cálculo vectorial, y pasando a áreas de aplicación tenemos un uso del Cálculo en la dinámica de cuerpos, y si lo cambiamos de área como por ejemplo en la programación veremos que existen los controles PID (proporcional , integral , derivativo) los cuales nos permiten dar tiempos de respuesta o estabilizar los errores presentes en un mecanismo dado, o hasta una aplicación que hoy en día es de las más populares como lo es la robótica, en donde para encontrar los modelos dinámicos de un sistema articulado tendremos que aplicar el Cálculo diferencial para ir recorriendo las fases de la posición, ya que la primera derivada nos proporcionará la velocidad y la segunda nos dará la aceleración, y por último, integrar nos permitirá llegar hasta el punto de inicio.

## Historia del Cálculo en el País.

A continuación mostraremos un breve panorama histórico acerca de la concepción de la matemática, específicamente en el área del Cálculo diferencial e integral, pasando por diferentes etapas en la educación del país, llegando hasta la enseñanza moderna.

El desarrollo educativo presente en la Nueva España se presenta gracias a los centros de desarrollo que son los encargados de impartir las disciplinas necesarias en ese tiempo.

En el estudio de la matemática destacan dos instituciones la Real Academia de San Carlos de la nueva España y el Real Seminario de Minas.

La fundación de la academia de San Carlos fue en 1785, además de dar prestigio a la ciudad se encargaba de producir tanto artistas como ingenieros. Cabe destacar que toda actividad académica en este tiempo eran regidas por personajes europeos los cuales tomaron el cargo de directores de las distintas especialidades y dentro de estos personajes destaca la presencia de D. Miguel Constanzó el cual ya era residente de la nueva España, quien conjuntamente con D. José Ortiz se hace cargo de la dirección del área de Matemáticas de la academia, tiempo después Constanzó sería sustituido por Don Diego de Guadalajara, el primer criollo que logra un puesto de director, posteriormente la plantilla de catedráticos ya nacidos en México creció.

Dentro de la academia no existían de manera formal los planes de estudio sino que se manejaban más como indicadores que les permitían a los directores impartir clases, el sistema de enseñanza radicaba más en un régimen intensivo que en uno extensivo. Áreas como la matemática y la arquitectura trabajaban en común acuerdo y de hecho al docente de matemáticas se le pedía que tuviera un perfil de preparación de matemáticas con la práctica en la arquitectura.



Por su parte, el Real Seminario de Minas se inaugura el 2 de enero de 1792, se creó a partir de la necesidad de abordar el medio de la industria de la extracción.

Es importante señalar que la ciencia en México durante algunos años estuvo tan avanzada hasta el nivel Europeo, por desgracia las situaciones políticas obligaron al seminario a vivir de su grandeza pasada y se vio en la necesidad de no innovar sus contenidos y continuar con contenidos algo obsoletos ,lo que ocasionó un atraso de casi 50 años (lo que va de 1810 a 1860).

Los planes de estudio eran enfocados primordialmente al área de la extracción, considerando la Matemática, Física, Química mineral, etc.

Este colegio fue el primero en presentar por primera vez un curso de Cálculo Diferencial e Integral dentro de la nueva España en el año de 1792 el cual fue impartido por el Capitán José Rodríguez, él estudió en la sociedad militar de Madrid tiempo después completa su formación en geometría subterránea y mineralogía cuestión por la cual se le comisiona al Seminario de mina en la nueva España, en lo consecutivo, los siguientes maestros de matemáticas serían del territorio nacional y egresados de la institución. El segundo curso se imparte en el año de 1797, pero desde 1798 hasta 1803 el Cálculo diferencial e integral se podría considerar como cuestión propedéutica del curso de física y a partir de ese año se vuelve a convertir en un solo curso.

Hablando de los libros los cuales presentaban los textos utilizados para la impartición de la matemática en las instituciones de estos tiempos y utilizado en tiempos posteriores se trababa de las obras de Benito Bails nacido en San Adrián de Besós, Barcelona en el año de 1730, arquitecto y matemático español, dentro de sus obras encontramos un listado muy nutrido sobre las matemáticas *principios de matemáticas*.

Tuvieron que pasar algunos años de dificultades por cuestiones políticas para que ambas instituciones reformaran sus planes de estudio, dentro de San Carlos sucede en 1843, 1847, 1856 y 1857 y ya desde la primera reforma se incluye el Cálculo, mientras que en el Seminario sucede 1843, 1846 y 1858.

Ya en aspectos más actuales la enseñanza del Cálculo se mantuvo en un método de enseñanza de forma clásica, aunque se ha ido renovando y se le ha dado el renombre de la enseñanza moderna del Cálculo.

### **Concepción Clásica en la Enseñanza del Cálculo**

La concepción clásica de la enseñanza del Cálculo se centra en la resolución de ejercicios en los cuales sólo se da un énfasis de memorización de técnicas algebraicas y de fórmulas previamente establecidas, no culminando en un ejercicio de aplicación real, en donde diera la impresión de que las matemáticas son sólo desarrolladas para cubrir un temario y un horario dentro del salón de clases.

Dice Moreno, M. (2005) "*La enseñanza de los principios del Cálculo resulta bastante problemática, y aunque seamos capaces de enseñar a los estudiantes a resolver de forma más o menos mecánica algunos problemas estándar, o bien a realizar algunas derivadas o integrales, tales acciones están muy lejos de lo que supondría una verdadera comprensión de los conceptos y métodos de pensamiento de esta parte de las matemáticas*".

Teniendo como antecedente esta visión de la enseñanza en general pero al enfocarlo directamente en nivel universitario también se encuentra un enfoque que privilegia el tratamiento de los contenidos propuestos en el programa; se llega a un mero repaso del curso común en donde sólo se abordan algunos problemas de aplicación pero no correspondientes a un aprendizaje más significativo y aplicado en problemas reales, lo cual significa que el alumno al ser evaluado por el docente sólo se enfrentará a una recopilación de información extraída del curso en donde se evalúa un proceso matemático adquirido durante la clase.

El problema detectado en esta forma de enseñanza es que el conocimiento adquirido por los alumnos resulta ser útil para la resolución de problemas rutinarios,

en lugar de poder enfrentar situaciones más complejas en donde sus conocimientos se pongan realmente a prueba (Selden, Mason y Selden, 1994).

## **Concepción Moderna en la Enseñanza del Cálculo**

Desde una visión moderna de la enseñanza, el rol del maestro cambia de ser el centro del saber a ser el orientador, permitiendo que el alumno construya su propio conocimiento habilidades y actitudes.

Mucho de este cambio a nivel superior se ha enfocado directamente en la currícula, en lo cual se intenta abatir las dificultades y carencias de los alumnos por medio de una reestructuración de los planes de estudio, los cuales intentan adaptarse a las realidades del entorno del estudiante, de tal forma que el alumno pueda desempeñarse efectivamente, esta situación viene a presentarse en algunos países.

Al evaluar los proyectos dados, por ejemplo en Estado Unidos, tomamos en cuenta a Rouche (1992) o Page (1993) en donde se desarrollan los conceptos del Cálculo a partir de situaciones actuales y problemas cotidianos, con esto se quiere establecer que los conceptos de matemáticas son formalizados únicamente cuando son necesarios o útiles para demostraciones.

Siguiendo así el ejemplo de Países como Estados Unidos, Australia o Francia estas concepciones del Cálculo se están dando desde el punto de vista tecnológico, pero claro cada país le dará el enfoque a dichos temas.

Se pueden resaltar tres nuevos enfoques que se le están dando a las didácticas sobre la enseñanza del Cálculo a nivel superior.

El primer enfoque denominado "Proyecto de Cálculo en Contexto", se enfoca directamente en que el Cálculo es un lenguaje y un conjunto de técnicas útiles, en donde su objetivo es que los estudiantes construyan un conocimiento a través de sus aplicaciones y comprendan las relaciones entre todos los elementos que configuran el Cálculo.

El otro enfoque nace bajo el concepto de "Proyecto de Debate Científico" en donde se trata que el estudiante desarrolle sus habilidades como matemáticos



mediante la introducción de diferentes conceptos del Cálculo en el contexto de problemas científicos.

Por último, el tercer enfoque denominado “Ingeniería didáctica” el cual habla de la viabilidad de cambiar el enfoque clásico de las matemáticas, y no que sigan luciendo y enseñándose como si se trataran de recetas de cocina, sino que contenga fases críticas como son el análisis e interpretación de la enseñanza, el análisis de las restricciones de la enseñanza y el diseño de una ingeniería didáctica.

Dentro de todo este cambio no se puede dejar de lado la participación de la tecnología, en donde su principal aportación es el fortalecimiento de los conocimientos mediante la visualización de todos estos conceptos, de esto se encargan algunos software especializados en el tema como lo es el “GraphicCalculus” cuyo principal objetivo se enfoca en el trabajo de las nociones del Cálculo, esto permite a los estudiantes explorar las ideas geométricas y numéricas, desarrollo de nuevas concepciones y en unión, dándole una interpretación significativa de todo este contexto.

Se ha hablado sobre la renovación de los planes de estudio pero el problema de la renovación e innovación no sólo se centra en lo poco específico de los temas sino que también entran los alumnos y la inseguridad que se presenta en el docente al enfrentarse a metodologías de enseñanza nuevas en el área de Cálculo, lo cual puede resultar en que los profesores prefieran mantenerse en su postura tradicionalista y a pesar de esto es que cada vez más profesores intentan mostrar a los estudiantes las matemáticas como un mundo de exploración y de resolución de problemas.

La cuestión primordial de todos estos planes se centra en abatir una educación superior en el área de matemáticas poco eficaz y que no resulta del todo correcta para educar a aquellos estudiantes de nivel superior que aunque propiamente no serán matemáticos tendrán que utilizar las matemáticas en su campo profesional.

## 1.2 Reconocimiento de una Situación Problemática

Los bajos resultados académicos que obtienen los estudiantes de Ingeniería, son el resultado de múltiples factores que interactúan. En este apartado se desarrollan aquellos que se ha encontrado que tienen una importancia tal que, de no tomarse en cuenta, se podrían generar conclusiones erróneas.

### Conocimientos Previos del Alumno

Académicamente, la base para la asignatura de Cálculo diferencial e integral comienza desde la secundaria con los primeros acercamientos de Álgebra, y en tercer año con los principios de Trigonometría.

Eventualmente, al ingresar al nivel medio superior los alumnos retomarán las materias de algebra y trigonometría, pero en este caso existe una diferencia entre los programas de secundaria, dado que en el nivel medio superior toda la matemática está perfectamente separada mientras que en secundaria esta combinada con áreas de geometría, estadística y probabilidad.

El primer acercamiento del Cálculo diferencial e integral llega como la última parte en el área de matemáticas vista en este nivel; uno de los problemas por los cuales el conocimiento de la materia no es el óptimo radica en dos aspectos:

1. Lo primero y más importante es que el alumno de preparatoria descubre que la importancia del Cálculo no radica totalmente en esas nuevas reglas que nos marca sino en los conocimientos de Álgebra y propiedades trigonométricas que ellos poseen.
2. En segundo lugar presenciamos la ausencia de conocimiento del docente en cuanto a la transversalidad del Cálculo con la realidad, en dicha situación tal vez el docente pueda dominar las técnicas matemáticas, pero deja mucho que desear ante una sencilla pregunta del adolescente “¿Maestro y para qué nos va a servir esto?” y que su única y pobre respuesta sea “No me preguntes, simplemente lo tenemos que ver y listo”. Situación que puede generar tal inconformidad en el alumno que simplemente rechace todo nuevo conocimiento que tenga que ver con las matemáticas.

Después de analizar la situación académica de los alumnos llegamos al área de ingenierías, en donde el alumno se encuentra con una realidad totalmente distinta, en donde las matemáticas se vuelven un asunto cotidiano, lugar donde el conocimiento matemático no se puede dejar de lado.

Cuando hablamos de conocimientos matemáticos a nivel de ingeniería, inmediatamente pensamos que estos son destinados primordialmente para el desarrollo y ámbito tecnológico, y así debería de ser.

La situación radica en que el estudiante en ocasiones no es capaz de asimilar ese contexto matemático a cuestiones de aplicaciones reales o que los programas carezcan de ellos por tanto el estudiante pierde el interés en dicha situación, buscando en ocasiones soluciones no matemáticas sino más por instinto.

### **Maestro**

El docente como factor que determina el dominio del Cálculo por parte de los alumnos es uno de los más importantes; aunque su labor ha cambiado mucho, en una concepción clásica la tarea del docente es la del proveedor de conocimiento,

mientras que en una moderna se enfoca más a la de un mediador, donde se busca que el alumno vaya construyendo su propio conocimiento.

El estilo de enseñanza podrá haber cambiado lo que no ha cambiado es el nivel que debe de tener un maestro para poder impartir una cátedra. Dado que este estudio se estará desarrollando en la Universidad Politécnica de Aguascalientes es importante conocer el perfil requerido y el filtro de admisión necesario para poder impartir cátedra dentro de las instalaciones.

El proceso de selección consta de varios pasos:

1. Acreditar un nivel de estudios superior además de la compatibilidad de las asignaturas que se pretende estudiar, cuestiones de idiomas y posgrados son muy importantes.
2. El comité encargado de la selección agenda una entrevista dentro de la institución, con el fin de presenciar una clase muestra, dentro de ella se revisa el contenido de la misma, las partes que componen una clase, presencia del docente, aptitudes del docente.
3. El docente que desea concursar por alguna asignatura deberá de solicitar un examen sobre dicha asignatura, dicho examen abarca los conocimientos necesarios que el docente que aspira al puesto debe de reunir, dicho examen será revisado por academia pertinente.

Al revisar dichos requerimientos, es notable el hecho de que se busca al mejor candidato para ocupar el puesto.

### 1.3 Propósitos

El fin de esta investigación se centra primordialmente en encontrar el método óptimo por el cual se deberían de regir las instituciones de nivel superior en la impartición y diversificación de las áreas de Cálculo diferencial e integral, dado que estas materias en algunas ocasiones se toman como si fueran una sola asignatura y en otros se toman como independientes. Por ello se quiere comparar el nivel de logro obtenido por ambos métodos, buscando cuál de los dos otorga mejores resultados en los conocimientos básicos de Cálculo diferencial e integral.

Para realizar esta investigación se tomaron dos grupos de nivel superior, específicamente del área de ingeniería, las cuales sus planes de estudio marquen una metodología totalmente diferente en la distribución de Cálculo diferencial e integral.

El estudio se dividió de la siguiente manera:

1. Analizar los planes de estudio de ambas ingenierías, esto para detectar las variaciones en la impartición de esta área de la matemática.
2. Al tener bien identificadas dichas variaciones ,aplicar a los alumnos un examen enfocado directamente al conocimiento de Cálculo diferencial e integral.

Esta prueba primeramente nos permitirá darnos una idea de las áreas de dominio o deficiencia, desde este punto se podrá ir dando un boceto de que método de enseñanza predomina.

El estudio se orienta a alumnos de la Ingeniería en Mecatrónica y la Ingeniería en Energía, en donde el área de Mecatrónica acorde al plan de estudios 2011 el área de la cálculo diferencial e integral son impartidas y vistas durante el mismo cuatrimestre(primer cuatrimestre), mientras que en la ingeniería en energías dichas materias son impartidas en dos diferentes cuatrimestres(Diferencial en primer cuatrimestre e Integral en segundo cuatrimestre).El estudio será realizado en la Universidad Politécnica de Aguascalientes.

## 1.4 Justificación

Se requiere encontrar un punto de equilibrio entre los métodos de enseñanza de las matemáticas, que no solamente se focalice a concentrar un gran cumulo de conocimientos sobre reglas, leyes, razones etc., sino que el estudiante de Ingeniería además de poder interpretar dichos resultados sea capaz de extraerlos en un sólo sentido de aplicación.

En este trabajo se propone un estudio el cual nos permite observar de forma más clara las diferencias en el método y diversificación de la matemática, que en este caso se centra solamente en el área de Cálculo diferencial e integral asignaturas las cuales se definen como los cimientos universales en cualquiera de las diferentes ingenierías ofertadas actualmente, la finalidad de esto es tan simple como determinar que método se determina más factible. Por un lado se tiene el método intensivo, que se encarga de proporcionar la misma cantidad de conocimientos que un curso extensivo, pero su particularidad es que se desarrolla en un intervalo mucho menor de tiempo; por otro lado, se tiene la modalidad extensiva. Este estudio se enfoca directamente sobre estudiantes de nivel superior, específicamente en las áreas de ingeniería de la universidad Politécnica de Aguascalientes, dichas áreas son Ingeniería en energías contra Ingeniería en Mecatrónica.

Una visión de este trabajo se proyecta a encontrar las posibles razones del porque la cuestión tecnológica en nuestro país se encuentra tan estancada, será por los planes de estudios los cuales evaluaremos y pondremos a prueba uno contra otro, será por los maestros, o será el alumno el que no es capaz de transmitir ese conocimiento obtenido durante varios años de educación a alguna aplicación de la vida real, pero el hecho es que para poder trasmitirlo es necesario unas bases bien cimentadas.

## CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 Precálculo

Las posibles debilidades o fortalezas del Cálculo en el área de matemáticas tienen como origen el pre-cálculo, que es referido a todas las nociones matemáticas básicas a las cuales el estudiante estará sometido en el área de Cálculo independientemente en el nivel que se esté abordando, ya sea Medio superior o Superior. La dificultad del Cálculo va más allá de los conocimientos básicos de esta área en particular, sino que la concepción se ve obstaculizada por una deficiente perspectiva del Precálculo.

La factibilidad del Precálculo permite dimensionar los conceptos propios del Cálculo, además de otorgar las herramientas para la simplificación y desarrollo de problematizaciones dentro del Cálculo.

Concretamente el uso del algebra y de trigonometría representan la base del Precálculo, dichas materias toman mayor fuerza cuando el alumno se encuentra en nivel básico, más específicamente en nivel de educación secundaria, siguiendo con esa formación durante el nivel medio superior y así llegar a los primeras nociones de Cálculo presentados en los últimos momentos del nivel antes mencionado.

Para Moschkovich(1993) el aprendizaje del Precálculo deber formar en el alumno cierto nivel de habilidades en donde se debe de demostrar un buen nivel de competencia en:

- Comprensión de los conceptos de variable, expresión y ecuación.
- Habilidad para representar situaciones y patrones numéricos con tablas, gráficas, etc. y para resolver ecuaciones lineales usando métodos formales e informales,
- Uso de tablas y gráficas como herramientas para interpretar expresiones.
- Representación y análisis de situaciones usando tablas, reglas expresadas verbalmente, ecuaciones y gráficas.
- Habilidad para trasladarse entre diferentes tipos de representación :tabular, simbólica y gráfica.
- Análisis de los efectos de cambios en los parámetros, en la representación gráfica de familias de funciones.

## 2.2 Cálculo

La palabra cálculo proviene del latín *calculus*, diminutivo del término *calx*, que significa piedra. En las civilizaciones antiguas con frecuencia se usaban piedrecillas o guijarros para hacer cuentas. En consecuencia, la palabra cálculo podría designar cualquier método sistemático para contar o computar. Sin embargo, durante los últimos siglos la acepción de cálculo ha evolucionado en algunos idiomas hasta significar rama de las matemáticas que se ocupa del manejo y las aplicaciones de las entidades matemáticas denominadas derivadas e integrales. De este modo el Cálculo se ha dividido en dos ramas considerablemente amplias, pero relacionadas entre sí, llamadas Cálculo Diferencial y Cálculo Integral.

### Cálculo Diferencial

Cuando surgen cuestiones concernientes a la razón entre dos cantidades variables, entramos en los dominios del Cálculo Diferencial. Son por tanto objeto de estudio del Cálculo diferencial temas como la velocidad (razón entre la distancia recorrida y el tiempo empleado en recorrerla) de una partícula en un momento determinado, la pendiente (razón entre la diferencia de las ordenadas y las abscisas de dos puntos en el plano cartesiano) de la recta tangente a una gráfica en un punto dado de ésta, bosquejo y análisis de gráficas de funciones, cálculo de máximos y mínimos para problemas de aplicación en diferentes áreas de la ciencia. Todas las razones anteriormente mencionadas podrán ser expresadas en forma de funciones, entonces la derivada de una función utilizando la metodología de los límites se expresa de la siguiente forma:

$$f'(a) = \lim_{b \rightarrow a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Si denotamos la diferencia existente entre  $b-a$  como  $h$ , al despejar  $b$  tendremos que  $b=a+h$  si  $b$  tiende a  $a$ ,  $h$  tiende a cero y efectuando las consideraciones anteriores tendremos que:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

El dominio de técnica dentro del Cálculo diferencial no sólo queda en poder dar el resultado de una única función sino que se tienen una serie de técnicas las cuales ayudaran a en diversos casos:

Derivada de una función  $f(x)=x^n$ , siendo  $n$  un número natural.

Derivada de una suma de funciones.

Derivada del producto de una constante por una función.

Derivada de una función polinómica.

Derivada de funciones de exponente fraccionario.

Derivada de un cociente.

Derivada de función trigonométrica.

Derivada de función logarítmica.

Derivada de funciones compuestas .Regla de la cadena.

Derivada de las funciones inversas.

Derivada de función trigonométrica inversa.

Derivada de la función exponencial.

Donde las anteriores tendrán características distintivas cada una y dentro del campo de Cálculo Diferencial habrá ocasiones en las cuales al analizar los ejercicios sea necesario combinarlas respetando el orden de ejecución para encontrar el valor dado de dicha derivada.

### **Cálculo Integral**

Esta disciplina se originó ante la necesidad de calcular un área debajo de una curva, problemática íntimamente ligada al proceso de la derivación, es decir, dada la derivada de una función se trata de encontrar a la función original.

Las aplicaciones del Cálculo integral son diversas y en múltiples áreas del conocimiento entre las cuales destacan la Administración, Ingeniería, Ciencias Médicas y Economía. El Cálculo integral es portador de inagotables posibilidades para incidir en el proceso formativo, por el carácter objetivo de su epistemología donde la matematización de las ciencias exactas juega un papel muy importante en

la formación del alumno, basta con que mire a su alrededor y encuentre algo que pueda vincular con el conocimiento matemático como formas geométricas, distancias, superficies, juegos de mesa, medidas de tiempo, temperatura, inversiones en la bolsa, costos de producción, etc.

De igual forma que en el Cálculo Diferencial aquí también se tienen técnicas de Integración las cuales darán el camino para solución de dichas integrales. Dentro de los métodos más generales tendremos:

Método de cambio de variables.

Método de funciones racionales.

Cocientes de polinomios.

Fracciones Parciales.

Método de Integración por Partes.

Para el mejor análisis de éstos, es conveniente el uso del Álgebra lo cual permitirá canalizar de mejor forma los datos obtenidos dentro de la integral y poder acoplar alguna de las técnicas de integración según sea el caso.

### **2.3 Concepción de la Enseñanza del Cálculo**

Al enfocarnos en la concepción pura del Cálculo las reglas de enseñanza han cambiado, el entorno tecnológico y autores se han dedicado a ello, en un principio las matemáticas estaban dedicadas a descubrir el comportamiento y naturaleza de los fenómenos, Fourier (Bottazzini, 1986, pp. 79-80) nos recuerda, en 1822 con las siguientes palabras:

“El estudio de la naturaleza es la fuente más fértil de descubrimientos matemáticos... por ello, el análisis matemático es tan extenso como la misma naturaleza...”

Nuestra teoría [del calor] reduce las investigaciones físicas al Cálculo integral.”

Y añade:

“Las técnicas están legitimadas por la naturaleza física de los problemas a resolver.”

Como se menciona en el artículo de Ímaz & Moreno del Cinvestav “*Sobre el desarrollo del Cálculo y su enseñanza*”, sobre la situación problemática en el desarrollo de la enseñanza del Cálculo actual, el cual padece de una serie de patologías las cuales se describen a continuación:

- 1.- Una grave *indigestión crónica* provocada por excesos de rigor debidos a una confusión contagiosa entre el Cálculo y el análisis, que llamaremos síndrome de Klein, en recuerdo del conocido matemático alemán del siglo XIX, primero en pregonar que el Cálculo se podía entender mejor sólo desde las cumbres del análisis. Esta tesis, para desgracia de millones de estudiantes, es compartida en grandes sectores de los ámbitos académicos.
- 2.- Un tipo de *desorden inmunológico* que se manifiesta como severa alergia, con abultado historial y complicada etiología típicos de las alergias, a los infinitesimales y que produce un desorbitado rechazo a ellos, que llamaremos síndrome de Cantor, en recuerdo de otro conocidísimo matemático alemán del siglo XIX, quien en un arrebatado matemático con sabor puritano bautizó a los infinitesimales como “*bacilos coléricos de la matemática*”, ni más ni menos.
- 3.- Una atrofia muscular atípica, que desencadena una feroz aversión al estudio del Cálculo, y que es provocada por la frecuente manipulación de tremendos mamotretos conocidos como “*textos de Cálculo*”, cuya escritura, fabricación y venta significan un pingüe negocio muy difícil de deshacer, pero que a su vez representan una sórdida amenaza a la enseñanza y daremos en llamar, dicha atrofia, *síndrome texticular*.

Dichos síntomas no vienen por sí solos sino que se han degenerado más con el tiempo y apoyados aún más por una extensa fuente bibliográfica del tema.

Quizás sería más provechoso hacerle caso al profesor AndreWeil quien hace unos treinta años señalaba (véase Hairer&Wanner, 1995, p.1), en versión recargada de algo que ya había expresado Lagrange hace más de doscientos años:

“Estoy convencido de que nuestros estudiantes sacarían más provecho si estudiaran con el libro *Introduction in Analysis in Infinitorum* de Euler en lugar de los textos modernos.”

Al mencionar lo anterior vemos como el papel del docente también contribuye con la situación problemática del Cálculo, porque si además de encontrar textos confusos, poco aplicables, tenemos que hoy en día la plantilla docente que imparte la asignatura de Cálculo no viene constituida de personajes que basaron sus estudios directamente a los métodos de enseñanza, en teoría se dice que cualquier persona con estudios de nivel licenciatura o ingeniería que hayan cursado dicha materia serían capaces de impartirla correctamente, y esto no es del todo cierto, es una condición necesaria, pero no suficiente; a ella habría que agregar la adopción por parte del docente de una postura envolvente en cuanto a los sistemas de aprendizajes, en el desarrollo de programas de estudio y por supuesto la perfecta planeación de las clases.

## 2.4 Enseñanza del Cálculo a Nivel Medio Superior

Si bien los alumnos de secundaria reciben algunas temáticas de Precálculo, se considera que el primer acercamiento al área de Cálculo Diferencial e Integral en nuestro país es en el nivel de Medio Superior, para lo cual los alumnos tuvieron, de aquí depende mucho que el alumno encuentre un interés verdadero en las matemáticas más que sólo cursarlas para cumplir con su currícula de preparatoria, sino que el papel del docente es motivarle en esta área y que el alumno la considere como su posible línea de estudio, por desgracia, el alumno en ocasiones se enfrenta a un maestro que sólo da la materia por cumplir un tiempo de trabajo y no es capaz de responder una pregunta tan sencilla pero que podrá ser determinante en la elección de una carrera universitaria por parte del alumno, y estas preguntas son ¿maestro para qué me sirve lo que estoy aprendiendo? ¿dónde lo puedo aplicar?

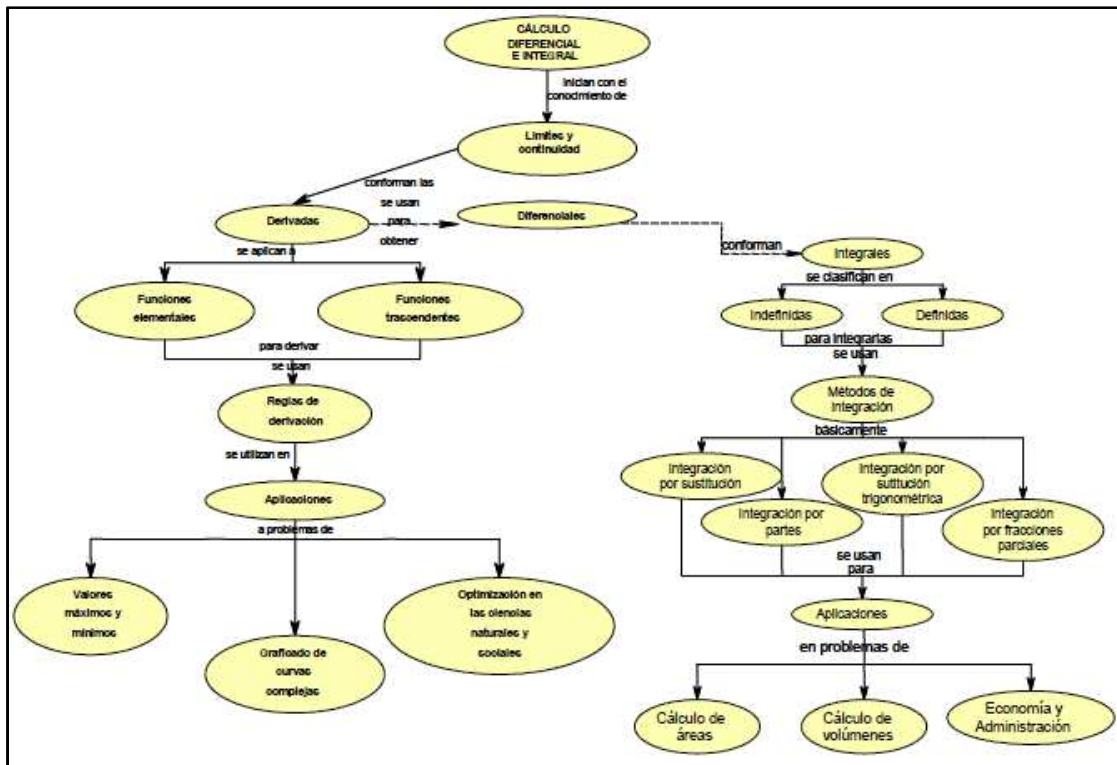
Dice Rojas en su artículo “*un enfoque para la enseñanza del Cálculo diferencial e integral*” que el primer problema que se presenta en los alumnos que estudian esta materia se refiere al constante retorno, dicho retorno se refiere al constante recordatorio de áreas como Álgebra y Trigonometría, las cuales servirán para simplificar los problemas de derivación e integración y que su solución sea más fácil.

Este problema anteriormente mencionado crea una idea en el alumno adolescente de que se está enfrentando a una materia en extremo difícil, pensando en “para que llevar esta materia, de seguro es sólo de relleno”, la verdad es que el área de Cálculo tiene las mismas complicaciones que otras áreas, como el hecho de entender conceptos, aprender reglas, aprender formulas, diferenciar y simplificar, el hecho es que no se tiene los cimientos necesarios y al no tenerlos se crea esa falsa impresión.

El siguiente problema al que está expuesto el alumno es a los libros de texto, donde cada autor puede utilizar expresiones propias dificultando el aprendizaje autónomo, dejando la simpleza del contenido a un lado.

Básicamente cualquier curso de Cálculo contendrá los mismos temas, lo que tenderá a variar es la complejidad con la que se aborda cada tipo de ejercicios. A continuación se muestra la distribución de Cálculo propuesta por la Dirección general de Bachillerato de la Secretaría de Educación Pública (véase figura 1).

**Figura 1.** Representación Gráfica de la materia de Cálculo Diferencial e Integral



## 2.5 Enseñanza del Cálculo a Nivel Superior

Para llegar a esta instancia se tuvo que haber elegido una carrera propia del área física-matemática como lo son algunas licenciaturas y todas las ingenierías, esto a diferencia del nivel medio superior en donde independientemente del plantel, sí existe especialidad o no es una de las materias de tronco común.

La particularidad al estar estudiando dichos temas en nivel superior es que el alumno ya tuvo la oportunidad de escoger ese camino, por tanto no siente el mismo rechazo hacia las matemáticas como se experimenta en el nivel anterior; además, se tiene la oportunidad de experimentar algo que sólo suena a un mito en preparatoria, y esa es la aplicación de las matemáticas en un campo real como lo son conocimientos de física.

En la educación superior encontramos también el uso de las herramientas tecnológicas las cuales nos dan un campo de acción mucho mayor y con esto la

reglas del aprendizaje sufren algunos cambios, como los descritos por AnnaEscofet Roig / Yolanda García González / Begoña Groos Salvaten “*la revista mexicana de investigación educativa*” en su edición 2011 donde describen que las futuras propuestas en la educación son:

- 1) *Aprendizaje independiente*. Es importante formar en la capacidad de aprender autónomamente, lo que supone importantes competencias de gestión, planificación del tiempo, selección de recursos, etcétera.
- 2) *Estructuras horizontales*. El modelo tradición vertical profesor-estudiantes debe ser sustituido por estructuras horizontales participativas.
- 3) *Credibilidad colectiva que implica un aprendizaje participativo*. No esto mismo que colaborativo. Se entiende como el uso intensivo de la web. No implica sólo interacción y comunicación sino, sobre todo co-creación.
- 4) *Pedagogía des-centralizada*. Se necesita adoptar métodos más inductivos, pedagogía colectiva basada en fuentes y datos diversificados.
- 5) *Aprendizaje en red*. Es importante mantener e intensificar proyectos basados en redes que permitan cooperar, interactuar, comprometerse.
- 6) *Recursos abiertos*. El uso de recursos abiertos será muy importante en el ámbito de la formación universitaria.
- 7) *Aprendizaje a lo largo de la vida*. Hay que pensar en el currículum y las competencias necesarias para formarse a lo largo de la vida.
- 8) *Instituciones de aprendizajes des localizadas*. Los dispositivos móviles permiten un acceso constante a contenidos y actividades. Las fronteras espacio-temporales de acceso a la universidad se irán diluyendo.

Continuando con nuestro estudio, recordando que está enfocado directamente sobre una de las universidades presentes en el estado de Aguascalientes, nos referimos a la Universidad Politécnica de Aguascalientes, es importante evaluar los temas y tiempos de las ingenierías que serán evaluadas para determinar los beneficios de extensivo vs intensivo.

En primera instancia, vale señalar que existen diferencias en la cantidad de tiempo que se le destina a la enseñanza del Cálculo, según la carrera a la que nos

refiramos. En la Ingeniería en Energías, las asignaturas relacionadas con el Cálculo suman 210 hrs, en cambio, en la Ingeniería en Mecatrónica la duración es de 120 hrs (véase cuadro 1).

**Cuadro 1.** Horas por cuatrimestre para el total de asignaturas de Cálculo, por carrera

Ingeniería en Mecatrónica	Hr	Hr	Ingeniería en Energías
Cálculo Diferencial	120	210	Cálculo Diferencial
Cálculo Integral			Cálculo Integral
Soluciones de Ingeniería			Soluciones de Ingeniería
Total			Total

A continuación mostramos un comparativo entre tres instituciones educativas de nivel superior del país que actualmente ofrecen la carrera de Ingeniería en Mecatrónica, dicha comparación se centra en la distribución de los temas en el área de Cálculo diferencial e integral, además del tiempo utilizado en la impartición de las misma y de la modalidad con la que son impartidas.

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE AGUASCALIENTES

MODALIDAD: CUATRIMESTRAL	HR
<b>CÁLCULO DIFERENCIAL:</b> -Funciones, límites y continuidad.  -Límites y continuidad.  -Técnicas de Derivación.	
<b>CÁLCULO INTEGRAL:</b> -Anti derivada.  -Técnicas de integración.  -Integración para la obtención de áreas y volúmenes.  Aplicación	120

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

MODALIDAD: SEMESTRAL	HR
<b>CÁLCULO DIFERENCIAL:</b> -Introducción al Cálculo.  -Funciones.  -Límites y Continuidad. -La derivada  -Variación de funciones. -Sucesión de series	72
<b>CÁLCULO INTEGRAL:</b> -Las Integrales Definidas e Indefinidas. -Funciones logaritmo y exponencial. -Métodos de Integración. -Derivación y Diferenciación de funciones escalares de dos o más variables.	72

INSTITUTO TECNOLOGICO DE SAN LUIS POTOSI

MODALIDAD: SEMESTRAL	HR
<b>CÁLCULO DIFERENCIAL:</b> -Números Reales. -Funciones. -Límites y Continuidad. -Derivadas. -Aplicaciones de la Derivada	N O  E S P E C I F I C A
<b>CÁLCULO INTEGRAL:</b> -Teorema fundamental del Cálculo.  -Integral definida y métodos de integración.  -Aplicaciones de la Integral.  -Series.	N O  E S P E C I F I C A

## CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

La investigación fue soportada por tres fases las cuales consintieron de procesos de investigación, en donde en primer lugar se realizó un análisis de los planes de estudios presentados para ambas carreras, después se diseñó la evaluación para los alumnos en donde analizaremos los ejercicios más óptimos y luego se evaluaron los resultados.

Antes de dar inicio con la primer fase y siguiendo la normatividad se pidió el permiso del Despacho Académico de la Universidad Politécnica (véase Anexo 1).

### 3.1 Análisis de Planes de Estudio

El análisis de los planes de estudio de las dos carreras implicadas (Ingeniería en Energía y de la Ingeniería en Mecatrónica) inició con la revisión de las temáticas que se abordan en cada una de las asignaturas relacionadas con el Cálculo (véase Anexo 2).

Se encontró que durante el primer cuatrimestre el área de Ingeniería en Mecatrónica ofrece la materia de Cálculo Diferencial e Integral como una sola materia mientras que Energías solamente ofrece Cálculo diferencial y hasta el segundo cuatrimestre de la carrera y como materia seriada se encuentra Cálculo Integral.

Posteriormente se tomaron los programas de Cálculo Diferencial e Integral destinados para cada carrera. El primer elemento que sobresale fue que en el área de Mecatrónica se destinan 120 horas durante un cuatrimestre, mientras que en Energía se destina 105 horas para Diferencial seguido de 105 horas de integral, logrando un total de 210 horas para la impartición de las materias.

Tomando como base las cartas descriptivas descritas con anterioridad se evalúan los temas seleccionadas para Cálculo Diferencial e Integral y evaluamos los tiempos dados para cada tema como se muestra a continuación (véase cuadro 2).

**Cuadro 2.** Comparativo de horas asignadas por cada Ingeniería

<b>Ingeniería en Mecatrónica</b>	<b>Hr</b>	<b>Dif</b>	<b>Hr</b>	<b>Ingeniería en Energías</b>
Cálculo Diferencial	54	15	69	Cálculo Diferencial
Cálculo Integral	39	32	71	Cálculo Integral
Soluciones de Ingeniería	27	43	70	Soluciones de Ingeniería

Al analizar la gráfica anterior se vio cómo en el área de Cálculo Diferencial la diferencia entre sesiones vistas por una y otra carrera no es tan disparada, en cambio si lo comparamos con Cálculo Integral se ve un dominio bastante grande en horas por parte del área de Energías y más importante aun al analizar el área de aplicación se ve posicionado muy por encima en el tiempo el área de Energías para la aplicación de las matemáticas.

Hasta este punto del trabajo de investigación el comparativo extraído de los planes de estudio designado para cada carrera marca una notable ventaja en cuanto al tiempo de práctica de cada uno de los estudiantes; recordemos que el objetivo de este trabajo es precisamente eso, comprobar si la metodología de distribución de los planes de estudio impacta directamente en el nivel de conocimiento de los alumnos.

Además, se hizo un análisis de las cartas descriptivas de cada una de las asignaturas de las diferentes carreras. A continuación, se presentan:

### 3.1.1 Cartas Descriptivas. Ingeniería en Energías

#### *Cálculo Diferencial*

**Datos de identificación:** Superior, Primer Cuatrimestre, Cálculo Diferencial, 105 horas.

**Antecedentes:**

- a) Curso propedéutico de Álgebra proporcionado por la universidad.
- b) Curso de Cálculo Diferencial e integral impartido por el nivel medio superior.

**Objetivo**

El alumno será capaz de resolver problemas matemáticos, aplicará la derivada como una herramienta para la solución de problemas prácticos del área de ingeniería en que se imparte esta materia.

**Contenidos a abordar:**

Contenidos	Número de sesiones	Duración de cada sesión
Funciones	17	1hr
Límites y Continuidad	19	1hr
Derivadas	33	1hr
Solución de Problemas de Ingeniería	36	1hr

**Descripción de las sesiones:**

**Tema1: Funciones**

- **Objetivo :** El alumno será capaz de:
  - a) Aplicar el concepto de Función.

**b)** Aplicar conceptos fundamentales para caracterizar funciones y resolver problemas de ingeniería.

**c)** Identificar las herramientas matemáticas básicas de preCálculo.

• **Desarrollo de las actividades:**

-Concepto de variable, función, dominio, condominio y recorrido de una función.

-Cálculo analítico de Conjuntos y Funciones. Caracterización. D y R. Graficación.

**-Dinámica de trabajo:**

**Por el maestro:** Actividad focal introductoria (Concepto de función).

Exposición (Notación y teoremas de funciones)

Supervisión y retroalimentación formativa.

**Por el alumno:** Lluvia de ideas.

Resolver situaciones problemáticas.

Discusión y trabajo en equipos cooperativos.

**-Materiales utilizados<sup>1</sup>:**Material impreso, Software libre, Pizarrón Plumón, Bibliografía básica, Calculadora, Computadora y Cañón.

**Criterios de evaluación:**

Cuestionario sobre definiciones de función.

Lista de cotejo de la gráfica obtenida de las funciones y sus características.

Lista de cotejo para resolución de problemas de ingeniería.

**Tema2: Límites y Continuidad.**

• **Objetivo :** El alumno será capaz de:

**a)** Identificar el concepto de límite y continuidad.

**b)** Realizar el Cálculo analítico de límites.

**c)** Analizar casos de discontinuidad.

- **Desarrollo de las actividades:**

- Conceptos.
- Cálculo analítico del Límite.
- Casos de Discontinuidad.

- Dinámica de trabajo:**

**Por el maestro:** Exposición de conceptos de límites y continuidad.

**Por el alumno:**

Lluvia de ideas.

Resolver situaciones problemáticas.

Discusión y trabajo en equipos cooperativos.

**-Materiales utilizados<sup>2</sup>:**Material impreso, Software libre, Pizarrón Plumón, Bibliografía básica, Calculadora, Computadora y Cañón.

**Criterios de evaluación:**

Rúbrica para la resolución de límites por técnicas diversas.

Cuestionario sobre la clasificación de funciones por continuidad.

**Tema3: Derivadas**

- **Objetivo :** El alumno será capaz de:

- a) Aplicar el concepto de derivada por definición.
- b) Aplicar las fórmulas de derivación para funciones algebraicas.
- c) Aplicar las reglas de derivación.
- d) Aplicar gráficamente el concepto de derivada a través de la tangente y normal.
- e) Aplicar las fórmulas para la derivada de las funciones trigonométricas, hiperbólicas, exponenciales y logarítmicas.

- **Desarrollo de las actividades:**

- Conceptología de la Derivada de una Función.

-Cálculo analítico de una Función por Regla de Suma, Resta, Producto, Cociente, Cadena.

-Cálculo analítico de la derivada de funciones especiales: Trigonométricas, Logarítmicas y Exponenciales.

- Interpretación de la Tangente y la Normal a la Gráfica

- Cálculo analítico de Máximos, Mínimos, Puntos Relativos y de Inflexión para una función.

**-Dinámica de trabajo:**

**Por el maestro:**

Exposición.

Discusión dirigida en la forma de cómo abordar un problema que contenga el uso de derivadas.

**Por el alumno:**

Lluvia de ideas.

Identificar elementos clave en una función a derivar.

Interactuar para la resolución de problemas en el pizarrón.

Crear una tabla de fórmulas con un ejemplo para cada una de ellas.

**-Materiales utilizados<sup>3</sup>:**Material impreso, Software libre, Pizarrón Plumón, Bibliografía básica, Calculadora, Computadora y Cañón.

**Criterios de evaluación:**

Cuestionario de conceptos de derivada, derivada por definición.

Cuestionario sobre ejercicios para la aplicación de las fórmulas y reglas de derivación.

Lista de cotejo para la solución de problemas con derivadas de funciones trigonométricas e hiperbólicas.

Lista de cotejo de problemas diversos de derivada de funciones logarítmicas y exponenciales.

## ***Cálculo Integral***

**Datos de identificación:** Superior, Segundo Cuatrimestre, Cálculo Integral, 105 horas

**Antecedentes:**

- a) Curso propedéutico de Algebra proporcionado por la universidad y Curso de Cálculo Diferencial.
- b) Curso de Cálculo de Varias Variables.

**Objetivo**

El alumno será capaz de resolver problemas matemáticos, de aplicar la integral como una herramienta para la solución de problemas prácticos del área de ingeniería.

**Contenidos a abordar:**

Contenidos	Número de sesiones	Duración de cada sesión
La anti derivada	17	1hr
Técnicas de Integración	26	1hr
Integración para la obtención de áreas y volúmenes.	28	1hr
Aplicación de la Integración	34	1hr

**Descripción de las sesiones:**

**Tema1: La antiderivada.**

- **Objetivo** : El alumno será capaz de:
  - a) Obtener el área debajo de la curva de una función determinada.
  - b) Aplicar eficientemente el teorema fundamental del Cálculo.
  - c) Aplicar correctamente las propiedades de las integrales definidas.



- **Desarrollo de las actividades:**

- Anti-derivadas conceptos y evaluaciones.
- Evaluación de integrales
- Integrales inmediatas algebraicas
- Integrales inmediatas
- Integrales por cambio de variables

- Dinámica de trabajo:**

- Por el maestro:**

Actividad focal introductoria.

Retroalimentación formativa.

- Por el alumno:**

Lluvia de ideas.

Resolver situaciones problemáticas.

Discusión y trabajo en equipos cooperativos.

**-Materiales utilizados:** Material impreso, Software libre, Pizarrón Plumón, Bibliografía básica, Calculadora, Computadora y Cañón.

- Criterios de evaluación:**

Cuestionario sobre la obtención del área debajo de la curva.

Cuestionario sobre la aplicación del teorema fundamental del Cálculo.

Lista de cotejo para la solución de problemas en intervalos definidos.

- Descripción de las sesiones:**

- Tema2: Técnicas de Integración.**

- **Objetivo :** El alumno será capaz de:

- a) Elegir el método más adecuado para la resolución de integrales.
- b) Aplicar en cada ejercicio sugerido el método de integración más adecuado.

- **Desarrollo de las actividades:**

- Integrales por cambio de variable.
- Integrales de funciones exponenciales.

- Integrales trigonométricas.
- Integrales de suma y diferencia de cuadrados.
- Sustitución trigonométrica.
- Integración por partes.
- Integración de fracciones parciales.
- Integración por sustitución de una nueva variable.

**-Dinámica de trabajo:**

**Por el maestro:**

Exposición.

Discusión dirigida con respecto a la elección de una técnica específica.

**Por el alumno:**

Mesa redonda

Resolver situaciones problemáticas.

**-Materiales utilizados:** Material impreso, Software libre, Pizarrón Plumón, Bibliografía básica, Calculadora, Computadora y Cañón.

**Criterios de evaluación:**

Lista de cotejo para problemas sobre métodos de integración.

Rubrica para la aplicación de los diferentes métodos de integración.

**Tema3: Integración para la obtención de áreas y volúmenes.**

- **Objetivo :** El alumno será capaz de:
  - a) Analizar el valor del área o del volumen a partir de la aplicación correcta del método de integración que sea más adecuado al problema.

- **Desarrollo de las actividades:**

- La integral definida.
- Área bajo la curva.
- Integración aproximada.
- Área entre dos planas.

**-Dinámica de trabajo:**

**Por el maestro:**

Exposición.

Discusión dirigida.

**Por el alumno:**

Lluvia de ideas.

Identificar elementos clave en la obtención de áreas y volúmenes.

Interactuar para la resolución de problemas en el pizarrón.

Crear una tabla de fórmulas con un ejemplo para cada una de ellas.

**-Materiales utilizados:** Material impreso, Software libre, Pizarrón Plumón, Bibliografía básica, Calculadora, Computadora y Cañón.

**Criterios de evaluación:**

Lista de cotejo para la solución de problemas relacionados con la obtención de áreas y volúmenes.

**Tema4: Aplicación de la Integral.**

- **Objetivo :** El alumno será capaz de:
    - a) Desarrollar la solución a problemas reales mediante la aplicación de Cálculo integral en ingeniería.
  - **Desarrollo de las actividades:**
    - Sólidos de revolución
    - Método de arandelas
    - Método de capas
    - Aplicaciones de la integral
    - Sólidos de revolución
    - Rotación vertical
    - Rotación horizontal
    - Longitudes de arcos
- Dinámica de trabajo:**

**Por el maestro:**

Estudio de caso.

Descripción escrita del problema.

Interpretación y modelado del problema.

Traducción del problema a lenguaje matemático.

Aplicación de la técnica de resolución de problemas usando la metodología de investigación dirigida.

**Por el alumno:**

Estudio de caso.

Lluvia de ideas.

Resolución de problemas trabajo colaborativo.

**-Materiales utilizados:** Material impreso, Software libre, Pizarrón Plumón, Bibliografía básica, Calculadora, Computadora y Cañón.

**Criterios de evaluación:**

Cuestionario de aplicación de Cálculo integral en ingeniería.

Rubrica para la solución de problemas de aplicación.

### 3.1.2 Cartas Descriptivas. Ingeniería en Mecatrónica

#### *Cálculo Diferencial e Integral*

**Datos de identificación:** Superior, Segundo Cuatrimestre, Cálculo Integral, 120 horas

**Antecedentes:**

- a) Curso propedéutico de Algebra proporcionado por la universidad.
- b) Curso de Cálculo Diferencial e integral impartido por el nivel medio superior..

**Objetivo**

Que el alumno desarrolle las capacidades y habilidades necesarias para aplicar el Cálculo, como una herramienta matemática, para solucionar problemas prácticos reales de ingeniería.

**Contenidos a abordar:**

Contenidos	Número de sesiones	Duración de cada sesión
UNIDAD I Funciones, límites y continuidad	22	1hr
UNIDAD II Derivación	32	1hr
UNIDAD III Integración	39	1hr
UNIDAD IV Aplicaciones básicas del cálculo	27	1hr

**Descripción de las sesiones:****Tema1: Funciones, Límites y Continuidad.**

- **Objetivo** : El alumno será capaz de:
  - a) Resolver problemas de ingeniería aplicando los conceptos de límite y continuidad en la descripción del comportamiento de funciones.
- **Desarrollo de las actividades:**
  - Definición, notación, representación y terminología de funciones. Valores funcionales.
  - Dominio e imagen.
  - Funciones elementales: constante, par, valor absoluto, seccionadas.
  - Función exponencial y logarítmica.
  - Concepto de límite.
  - Teoremas fundamentales sobre límites.
  - Límites al infinito
  - Análisis de la continuidad de una función.
  - Problemas de aplicación de análisis de la continuidad de una función.

**-Dinámica de trabajo:**

**Por el maestro:**

Actividad focal introductoria (concepto de límite y función).

Exposición (notación y teoremas de funciones y límites).

**Por el alumno:**

Lluvia de ideas.

Resolver situaciones problemáticas.

**-Materiales utilizados:** Material impreso, Software libre, Pizarrón Plumón, Bibliografía básica, Calculadora, Computadora y Cañón.

**Criterios de evaluación:**

Cuestionario de funciones, límites y continuidad.

Lista de cotejo de ejercicios de funciones y límites de forma manual y aplicando software.

Lista de cotejo de problemas utilizando leyes y teoremas aplicables a límites y continuidad de funciones.

**Tema2: Derivación.**

- **Objetivo :** El alumno será capaz de:
  - a) Derivar funciones algebraicas trascendentes empleando las reglas que proporciona el Cálculo diferencial.
- **Desarrollo de las actividades:**
  - Definición de la derivada.
  - Reglas básicas de derivación (suma y resta)
  - Reglas básicas de derivación (producto)
  - Reglas básicas de derivación (cociente)
  - Regla de la cadena
  - Derivada de funciones trigonométricas.
  - Derivada de funciones logarítmicas y exponenciales
  - Máximos y mínimos.

**-Dinámica de trabajo:**

**Por el maestro:**

Discusión guiada (concepto de derivada).

Exposición (concepto de derivada y reglas de derivación).

**Por el alumno:**

Lluvia de ideas.

Resolver situaciones problemáticas.

Instrucción programada.

**-Materiales utilizados:** Material impreso, Software libre, Pizarrón Plumón, Bibliografía básica, Calculadora, Computadora y Cañón.

**Criterios de evaluación:**

Cuestionario sobre el concepto de la derivada y su campo de aplicación.

Lista de cotejo de resolución de ejercicios de derivación de funciones algebraicas y trascendentes.

**Tema3: Integración.**

- **Objetivo :** El alumno será capaz de:
  - a) Integrar funciones analíticas empleando las técnicas que proporciona el Cálculo integral.
- **Desarrollo de las actividades:**
  - La antiderivada.
  - Integral definida.
  - Integración. Método de sustitución.
  - Integración de funciones trigonométricas.
  - Integración por partes.
  - Integración por fracciones racionales.
  - Integración por sustitución trigonométrica
  - Aplicación de la integral definida. Área bajo la curva.

**-Dinámica de trabajo:**

**Por el maestro:**

Discusión guiada (concepto de integral).

Exposición (concepto de integral y reglas de integración).

**Por el alumno:**

Lluvia de ideas.

Resolver situaciones problemáticas.

Instrucción programada.

**-Materiales utilizados:** Material impreso, Software libre, Pizarrón Plumón, Bibliografía básica, Calculadora, Computadora y Cañón.

**Criterios de evaluación:**

Cuestionario sobre el teorema fundamental del Cálculo y el concepto de integral.

Lista de cotejo de resolución de problemas con la aplicación de las técnicas de integración de forma manual y utilizando software.

**Tema4: Aplicaciones básicas del Cálculo.**

- **Objetivo :** El alumno será capaz de:
  - a) Plantear y solucionar problemas reales de ingeniería mediante el Cálculo.
- **Desarrollo de las actividades:**
  - Planteamiento y solución de problemas reales de ingeniería mediante el Cálculo.

**-Dinámica de trabajo:**

**Por el maestro:**

Estudio de caso.

Obtención mediante pistas.

**Por el alumno:**

Estudio de caso.

Mesa redonda.

Lluvia de ideas.

**-Materiales utilizados:** Material impreso, Software libre, Pizarrón Plumón, Bibliografía básica, Calculadora, Computadora y Cañón.

**Criterios de evaluación:**

Lista de cotejo de prácticas para la resolución de estudios de caso y problemas.

### 3.2 Diseño de Instrumentos de Evaluación

Primeramente para el diseño de un examen se debe de conocer los subtemas implícitos dentro de cada tema y tratar de abarcar los aspectos más importantes que lo rodean , esto en cuestión de los elementos básicos contenidos en el programa destinado a cada área, ya que independientemente del área a la que se pertenezca los conceptos básicos en la resolución y análisis de los ejercicios deberán de ser los mismos, cabe señalar que cada área tendrá diversos temas los cuales sean resueltos mediante la materia de Calculo Diferencial e Integral pero no todos serán de interés en todas las áreas de aplicación debido a la naturaleza y objetivo de la carrera, al realizar la evaluación de algunos programas podremos escoger ejercicios que nos permitan evaluar elementos claves dentro del Cálculo Diferencial como del Integral para poder evaluar el nivel de aprendizaje en las cuestiones básicas de cada área del Cálculo.

Para el diseño del examen con el cual evaluaremos es necesario evaluar los temas propuestos en Calculo Diferencial e Integral destinados en cada área para verificar la semejanza existente entre ellos, esto nos servirá para seleccionar los temas que mejor demuestren los conocimientos básicos de dicha materia.

Primeramente evaluaremos la sección de Cálculo Diferencial según la distribución del plan de estudios de la universidad donde será aplicado:

### **-Funciones, límites y continuidad.**

En el ejercicio propuesto se establece la evaluación de una función.

Conocimientos previos requeridos: *Dominio, Contradominio, Rangoy Álgebra.*

### **-Límites y continuidad.**

Como todo limite el primer paso es evaluar el límite para ver qué tipo de resultado otorga y evaluar el resultado para continuar, el limite podrá dar un resultado exacto el cual quedara así, en el caso de llegar a una indeterminación se tendrá que hacer una reducción de términos algebraica la cual ayude a conocer el resultado que puede tender hasta infinito.

Conocimientos previos requeridos: *Evaluación de funciones y Algebra.*

### **-Técnicas de Derivación.**

Dentro de los ejercicios elegidos para la sección de derivación el uso de las tablas de fórmulas resulta de forma primordial, los ejercicios de derivadas se utilizan reglas básicas como los son la regla de la cadena para su resolución, de producto, logarítmicas, exponenciales, inversas y del cociente además de funciones trigonométricas básicas, en este punto se combina de manera simultánea conocimiento en el Cálculo diferencial, en donde en ocasiones habrá ejercicios en los cuales se tendrá que utilizar más de una regla de derivación para encontrar un valor dado siempre respetando la jerarquía de las reglas según como este compuesto el ejercicio así como del uso del algebra en el seguimiento del ejercicios y para la simplificación de los resultados.

Conocimientos previos requeridos: *Regla de la Cadena, Regla de Derivación para un Producto, Regla de Derivación para un Cociente, uso de Fórmulas para la Derivación de Funciones Trigonométricas Básicas, Reducción de Términos Semejantes, Suma , Resta , Multiplicación y División de términos con exponentes.*

Después de haber analizado la cuestión del Cálculo Diferencial se procede a analizar la de Cálculo Integral.

### -Anti derivada.

Es la función resultante del proceso de derivación, en donde por medio de la derivación de  $f(x)$  tendremos que encontrar  $F(X)$  de la siguiente forma:

$$\int F(x)dx = f(x) + c$$

El uso de fórmulas resulta de gran ayuda, en algunos casos es cuestión de encontrar el procedimiento algebraico óptimo para la simplificación de la integral, además de identificar los caracteres dentro de la función como los son las constantes y en función de quien se trabajará.

Conocimientos previos requeridos: *Cálculo Diferencial*.

### -Técnicas de integración.

#### a) Cambio de Variables.

Se destinará una variable  $(w,z,r)$  la cual actuara como argumento en cualquier tipo de función, ya sea a trigonométrica, exponente etc., una particularidad de este tipo de ejercicios es que necesitan ser completados con alguna valor para que la integral quede completa y que se pueda obtener dicho valor , para esto se tendrá que realizar la derivación de la variable antes mencionada y el diferencial de dicha variable arrojará el faltante en la integración para que pueda ser resuelta , si retomamos el hecho de funciones trigonométricas o exponenciales sabremos cual será el valor de la variable mencionada en un principio ya que este siempre se manifestara como el argumento señalado en la integral original.

Conocimientos previos requeridos: *Cálculo Diferencial y Aplicación e Interpretación de fórmulas*.

#### b) Método de Cociente.

Se deberá de analizar y determinar si el conjunto denominador al ser derivado cumple al completar la integral , de lo contrario se procede a

separar a conveniencia , algunos de los elementos separados podrán estar completos , en caso contrario tendrán que ser completados y en el momento de ser completados podrán generar nuevas integrales, dichas integrales que no puedan ser completadas de forma directa se realizan mediante el uso del trinomio cuadrado perfecto el cual alterará el denominador lo que nos proporcionara el resultado directo de la integral si utilizamos una formula directa otorgada en los formularios.

Conocimientos previos requeridos: *Cálculo Diferencial, Algebra (suma y resta de términos semejantes, Trinomio Cuadrado Perfecto) y Aplicación e Interpretación de fórmulas.*

c) Fracciones Parciales.

Verificar el sujeto denominador dentro de la integral el cual tendrá que ser separado esto se realiza cuando la integral no puede ser completada y el denominador puede ser separado, la separación del denominador dependerá de las variables incluidas, para que después con ayuda de un sistema de ecuaciones encontrar el valor de las variables para insertarlas dentro de las integrales y darles una solución, lo importante de este tipo de ejercicios es la habilidad para la separación de los términos.

Conocimientos previos requeridos: *Algebra (Solución de Sistemas de Ecuaciones) y Aplicación e Interpretación de fórmulas.*

d) Integración por Partes.

En la integración por partes veremos cómo dos elementos se encuentran dentro de la integración a forma de producto, la cuestión importante en este tipo de ejercicios es cuál de las dos funciones tendrá que ser derivada y cuál de ellas tendrá que ser integrada, lo cual nos servirá para introducir a la siguiente fórmula:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Conocimientos previos requeridos: *Cálculo Diferencial, Aplicación e Interpretación de fórmulas.*

e) Integrales de Funciones Trigonómicas.

En cuanto a funciones trigonométricas se nos viene rápidamente la idea que solamente se solucionan por medio de fórmulas, la cuestión que se presenta en este material se encuentra en una función trigonométrica la cual se encuentra elevada a una cierta potencia y para casos así primero deberá de existir una cierta separación dentro de los exponentes en donde sabemos que siendo valores cuadrados podremos hacer sustituciones trigonométricas y también aplicar fórmulas directas las cuales la incluyen.

Conocimientos previos requeridos: *Identidades Trigonómicas, Manejo de Exponentes y Aplicación e Interpretación de fórmulas.*

### 3.3 Evaluación de resultados

Teniendo ya el material el cual será presentado a los alumnos se procedió a la aplicación, la aplicación se realizó de forma simultánea para ambas carreras, para que se obtuvieran los resultados más óptimos se prohibió el uso de formularios personales, en lugar de eso a cada examen se le agregó un tipo de formulario y ese fue usado para ambos grupos.

Durante la revisión minuciosa de cada examen se cuidaron aspectos como interpretación de fórmulas, procedimientos y análisis algebraicos, esto para otorgar la calificación más precisa, como primer comparativo separaremos las calificaciones obtenidas por cada alumno, se realizara la distinción de las calificaciones en el área de Cálculo Diferencial, Cálculo Integral y el Total de ambas.

En el siguiente capítulo se desarrollan los resultados que se obtuvieron.

## CAPÍTULO 4. RESULTADOS OBTENIDOS

Al analizar los resultados que se obtuvieron mediante la aplicación de un examen (véase Anexo 3), los cuales se reportan en el cuadro 3, se puede apreciar un promedio de 7.07 para el área de Mecatrónica los cuales llevan un curso intensivo, contra 6.1 en el área de energías quienes llevan el curso extensivo, en esta primera visión podríamos sugerir que el curso intensivo arroja mejores frutos que el extensivo, pero es muy temprano para realizar dicha conjetura.

En un segundo análisis presentado en el cuadro 4, donde ahora no sólo evaluaremos los resultados del postest sino que serán promediados con los resultados del curso ordinario o pretest, en este caso podemos ver como ahora los resultados se nivelan en donde el área de Mecatrónica obtiene un resultados de 7.2 mientras que en el área de energías se obtuvo un resultados de 7.0, nuevamente hasta este punto podríamos decir que el curso intensivo arroja mejores resultados.

**Cuadro 3.** Comparativo de calificaciones obtenidas por ambas ingenierías en el examen de evaluación.

Ingeniería en Mecatrónica				Examen		Ingeniería en Energías			
	Nombre	CálculoDif.	CálculoInt.	Total	Total	CálculoInt.	CálculoDif.	Nombre	
1	Abundis Gámez Oscar	8.5	7	7.75	4	2	6	Anaya Marín Carlos Eduardo	1
2	Aquino Andrade Alan Emmanuel	9	7	8	7	7.5	6.5	Cardona Bernal Paola Lizeth	2
3	Arguiaro Rivera Manuel Alejandro	9	8	8.5	6.5	6.5	6.5	Casillas Martínez Claudia Giovanna	3
4	Báez Morales Brian Natanael	8	4	6	7.25	6	8.5	Chávez Hernández Miguel Ángel	4
5	Caldero Rodríguez Diego	8	6.5	7.25	4.5	4.5	4.5	De la Cerda Medrano Tonatiuh	5
6	Campos Chávez Daniel	8	3	5.5	6.75	6.5	7	De luna Velásquez Héctor	6
7	Córdova Guzmán José Adrian	8	7	7.5	7.5	6.5	8.5	Gómez Santana Mayra del Carmen	7
8	Díaz Sandoval José Manuel	4.5	5	4.75	8	7	9	Haase Hernández Francisco Aarón	8
9	Jáuregui Arvilla Carlos	8	7	7.5	6	4	8	López López Ulises Orestes	9
10	Lara Rivas Cesar Osvaldo	8	6.5	7.25	5	6	4	Macías de Lira Adolfo	10
11	López Palacios Erick Sebastián	6	2	4	4.5	3	6	Macías Manuel Alejandro	11
12	Martínez Peña Edgar Alan	9	8	8.5	5	5	5	Marcial Martínez Sergio Arturo	12
13	Martínez Reyes Francisco Javier	7	6	6.5	5.25	5	5.5	Moreno ArbaleCandido	13
14	Pichardos Luisa	8.5	7.5	8	7.5	8	7	Olmos Lozano Francisco Javier	14
15	Romo Camarena José Elías	9	7	8	6.5	5	8	Rangel González José Roberto	15
16	Salazar Martínez Sergio	10	7	8.5	4	3	5	Soto González José Alberto	16
17	Sánchez Reyes José de Jesús	8	5.5	6.75	6.5	5	8	Urzua Mendoza Noé	17
18					8.25	8	8.5	Valerio Rodríguez María Fernanda	18

Total grupo Mecatrónica 7.073529412 6.111111111 Total grupo energías

**Cuadro 4.** Comparativo de calificaciones obtenidas por ambas ingenierías en el postest y promediadas con el examen de evaluación

Ingeniería en Mecatrónica

Concentrado Final

Ingeniería en Energías

Nombre	Curso Ordinario	Examen	Total	Total	Examen	Curso Ordinario Tot	C.O.Dif.	C.O.Int.	Nombre
Abundis Gámez Oscar	9	7.75	8.375	5	4	6	6	6	Anaya Marín Carlos Eduardo
Aquino Andrade Alan Emmanuel	10	8	9	7.5	7	8	7	9	Cardona Bernal Paola Lizeth
Arguiaro Rivera Manuel Alejandro	9	8.5	8.75	7.75	6.5	9	9	9	Casillas Martínez Claudia Giovanna
Báez Morales Brian Natanael	8	6	7	6.375	7.25	5.5	3	8	Chávez Hernández Miguel Ángel
Caldero Rodríguez Diego	8	7.25	7.625	7	4.5	9.5	10	9	De la Cerda Medrano Tonatiah
Campos Chávez Daniel	6	5.5	5.75	7.375	6.75	8	8	8	De luna Velásquez Héctor
Córdova Guzmán José Adrian	9	7.5	8.25	7.75	7.5	8	7	9	Gómez Santana Mayra del Carmen
Díaz Sandoval José Manuel	6	4.75	5.375	7	8	6	2	10	Haase Hernández Francisco Aarón
Jáuregui Arvilla Carlos	9	7.5	8.25	7	6	8	8	8	López López Ulises Orestes
Lara Rivas Cesar Osvaldo	9	7.25	8.125	7	5	9	9	9	Macías de Lira Adolfo
López Palacios Erick Sebastián	7	4	5.5	6	4.5	7.5	8	7	Macías Manuel Alejandro
Martínez Peña Edgar Alan	9	8.5	8.75	7	5	9	9	9	Marcial Martínez Sergio Arturo
Martínez Reyes Francisco Javier	8	6.5	7.25	7.625	5.25	10	10	10	Moreno ArbaleCandido
Pichardos Luisa	9	8	8.5	8.75	7.5	10	10	10	Olmos Lozano Francisco Javier
Romo Camarena José Elías	8	8	8	6.75	6.5	7	6	8	Rangel González José Roberto
Salazar Martínez Sergio	8	8.5	8.25	5.5	4	7	6	8	Soto González José Alberto
Sánchez Reyes José de Jesús	9	6.75	7.875	7.25	6.5	8	9	7	Urzua Mendoza Noé
		0	0	8.875	8.25	9.5	9	10	Valerio Rodríguez María Fernanda

Total grupo Mecatrónica

7.256944444

7.08333333

Total grupo energías

Los resultados anteriores fueron desarrollados a partir de sólo realizar un promedio de los puntajes obtenidos, a continuación seguiremos analizando los resultados con el software SPSS en el cual primeramente creamos una base de datos, la que nos permitirá realizar pruebas con las que se espera tener un mejor reflejo con cual podamos definir qué propuesta es la mejor, si la intensiva o la extensiva.

	Nombre	Tipo	Anchura	Decimales	Etiqueta	Valores	Perdidos	Columnas	Alineación	Medida	Rol
1	Carrera	Númérico	8	0	CARRERA LA CUAL CURSA	{0, ENERGI...	Ninguna	8	Derecha	Ordinal	Entrada
2	ALUMNOS	Cadena	8	0	NOMBRE DE ALUMNOS	{EN001, An...	Ninguna	13	Izquierda	Nominal	Entrada
3	C.C.O	Númérico	8	2	CALIFICACION CURSO ORDINARIO	Ninguna	Ninguna	12	Derecha	Escala	Entrada
4	EXDIFERE...	Númérico	8	2	EXAMEN SECCION DIFERENCIAL	Ninguna	Ninguna	12	Derecha	Escala	Entrada
5	EXINTEGRAL	Númérico	8	2	EXAMEN SECCION INTEGRAL	Ninguna	Ninguna	12	Derecha	Escala	Entrada
6	EXT	Númérico	8	2	EXAMEN TOTAL	Ninguna	Ninguna	12	Derecha	Escala	Entrada
7	DiferenciaE...	Númérico	8	2	DIFERENCIA EXISTENTE ENTRE EXAMEN TOTAL VS CALIFICACI...	Ninguna	Ninguna	18	Derecha	Escala	Entrada
8											
9											

Base de datos desarrollada en el software SPSS

La primera cuestión a analizar será el de los promedios obtenidos por cada grupo en las dos diferentes evaluaciones.

Al hablar del curso ordinario podemos destacar que el nivel de conocimiento no se encuentra disparado hacia ningún lado, quedando dentro del rango de 8 con una separación de .23 puntos a favor del curso intensivo, dicha cuestión toma importancia cuando al analizar el puntaje obtenido en la nueva evaluación o postest donde podremos ver como la separación aumenta de forma considerable obteniendo casi un punto de diferencia nuevamente a favor del curso intensivo (véase cuadro 5); cabe señalar que el puntaje obtenido en los cursos ordinarios fueron otorgados por diferentes docentes, mientras que la evaluación o postest se calificó utilizando los mismos criterios para ambas carreras.

**Cuadro 5.** Media obtenida en cada en el Pretest y Postest.

Estadísticos descriptivos				
CARRERA LA CUAL CURSA		N	Media	Desv. típ.
ENERGIAS	EVALUACION	18	6,0972	1,36430
	CURSO ORDINARIO	18	8,0556	1,37080
	N válido (según lista)	18		
MECATRONICA	EVALUACION	17	7,0588	1,36224
	CURSO ORDINARIO	17	8,2941	1,10480
	N válido (según lista)	17		

En el cuadro 6 sólo se obtiene el nivel de diferencia obtenido entre ambas evaluaciones dentro de la misma carrera, obteniendo como resultado que el curso extensivo tiene un decremento más significativo de 1.9583 puntos contra que el intensivo el cual sólo disminuyo 1.2353, que de igual caso ambos cursos tuvieron bajas en sus resultados

**Cuadro 6.** Diferencia existente entre evaluación total vs calificación curso ordinario.

Estadísticos descriptivos				
CARRERA LA CUAL CURSA		N	Media	Desv. típ.
ENERGIAS	DiferenciaEXTCCO	18	-1,9583	1,94454
	N válido (según lista)	18		
MECATRONICA	DiferenciaEXTCCO	17	-1,2353	,87710
	N válido (según lista)	17		

Prueba de muestras relacionadas									
CARRERA LA CUAL CURSA		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
ENERGIAS	EXAMEN	-	1,94454	,45833	-2,92533	-,99133	-4,273	17	,001
	TOTAL -	1,958							
	CALIFICACION	33							
	CURSO ORDINARIO								
MECATRONICA	EXAMEN	-	,87710	,21273	-1,68626	-,78433	-5,807	16	,000
	TOTAL -	1,235							
	CALIFICACION	29							
	CURSO ORDINARIO								

## CONCLUSIONES

En este trabajo analizamos a dos carreras para comprobar cual método de enseñanza resulta más eficiente que otro, analizamos los criterios de su aprendizaje cuando llevaron su curso ordinario, este arroja resultados en los cuales podemos ver lo siguiente:

	Mecatrónica	Energías
Promedio Curso Ordinario o Pretest	8.2	8.05
Tiempo Curso Ordinario o Pretest	120 horas	210 horas

Hasta este punto observamos que existe un claro empate entre los puntajes que obtienen los alumnos, que oscila alrededor de 8 puntos. A simple vista diríamos que el nivel de aprovechamiento es muy semejante; sin embargo, hay un factor que le dará la ventaja a uno de ellos ;el factor del que estamos hablando es el tiempo de impartición de clases: el grupo de Ingeniería en Mecatrónica obtuvo un promedio de 8.2 pero la característica del curso ordinario fue 120 horas mientras que el grupo de Ingeniería en Energías obtuvo un promedio de 8.0 y esto lo obtuvo en un total de 210 horas de clase total, con esta primera comparación diríamos que totalmente el curso intensivo es mejor dado que con menos tiempo de estudio se lograron por lo menos numéricamente mejores resultados que con el curso extensivo.

Ahora consideremos otro aspecto independientemente de que el tiempo de clase beneficie a un tipo de curso y que además los temas que se deben de abordar son exactamente los mismos solo que con una dosificación de tiempo diferente, dicho aspecto es el docente que imparte dichas materia ya que aunque hayan obtenido calificaciones muy parejas los criterios de calificación de los docentes podrán variar ya sea por capacidades del grupo o las mismas capacidades del docente para manejar los contenidos , así como el nivel de exigencia que se impone con cada grupo.

Ante lo anterior podremos decir que una calificación obtenida por un grupo con un cierto tipo de maestro podrá significar una calificación distinta a otro grupo que trabajo con otro maestro y con esto afirmamos un concepto conocido en el ámbito educativo “un diez con un maestro no es el diez de otro maestro”, entonces con esta afirmación pasada descartamos un poco el hecho de que ambos grupos obtuvieran el mismo promedio, y lo dejaremos pendiente hasta las nuevas evaluaciones.

Al considerar lo anterior , hasta este punto es difícil decidir cuál método es mejor ya que en el pretest ambos salieron igual pero la ventaja es para Mecatrónica debido al tiempo de impartición de clases y luego llega otro punto que nuevamente deja la duda sobre la mesa , la cuestión del docente.

Ahora para poder aclarar más este embrollo quitaremos por un momento el factor maestro, para esto se desarrolló un examen o postest el cual solo fue elaborado un servidor y la revisión fue de la misma forma, la pregunta queda en el aire, ¿En qué servirá esto? y la respuesta es muy fácil, al quitar el factor docente ya no existirán diferencias en las formas de evaluar, el examen al ser evaluado por un solo maestro se tendrán los mismo principios, como el mismo régimen rigorista en el proceso de resolución de los ejercicios y después de este proceso obtuvimos estos nuevos resultados.

	Mecatrónica	Energías
Promedio Examen o Postest	7.07	6.1
Tiempo Curso Ordinario o Pretest	120 horas	210 horas

En este momento las cosas se ponen un poco más claras dado que al ser sometidos en las mismas circunstancias el curso intensivo nuevamente supera al extensivo pero ahora se refleja un margen mayor que en el pretest, ahora podríamos remontarnos al apartado de aplicación y revisión de examen, en donde encontraremos la tabla de concentrado final, el cual nos muestra un promedio entre el pretest y postest y dicho resultado sigue estando a favor del curso que se



imparte intensivamente, pero, cuáles serían dichas causas de que el curso intensivo este dando mejores resultados que el extensivo?, a continuación mencionaremos algunas causas probables:

1. La primera podríamos decir que es el programa de estudios contemplado para ambas carreras, al analizar los programas de estudio el cual podremos observar dentro del apartado de anexos de este trabajo, vemos que los grupos de Mecatrónica tienen un curso intensivo, sí, pero rápidamente al segundo cuatrimestre lo seguirán fortaleciendo con una de las materias de aplicación como lo es calculo vectorial, esto es solamente hablando del segundo cuatrimestre, pero la historia no es diferente en los siguientes cuatrimestres ya que lo seguirán fortaleciendo con materias como dinámica, modelado y simulación de sistemas además de ecuaciones diferenciales.
2. Ahora analicemos la situación de energías, en el primer cuatrimestre cursan la materia de cálculo diferencial y en el segundo la de cálculo integral, aquí las cosas se aclaran un poco, dado que a diferencia de Mecatrónica en energías la practica total de ambas materias llega hasta el tercer cuatrimestre con cálculo de varias variables, en quinto con ecuaciones diferenciales y en sexto con ecuaciones diferenciales parciales, hasta este momento vemos como por las características de la carrera de Mecatrónica los cursos intensivos le sirven para poder practicar más con ellas, dado que después de arrancada la carrera de energías, nuevamente se hace extensivo la materia de ecuaciones diferenciales, por tanto más tiempo empleado en el aprendizaje y no tanto en la práctica.

Para llegar a algo muy concreto podríamos decir que a pesar de la creencia de que un curso extensivo desarrollará en el alumno mejores capacidades dado que tiene el tiempo a su favor para poder procesar la información y poder practicar más con ella hasta poder perfeccionarla, en esta investigación se demostró algo

diferente, en donde el intensivo maneja mejores resultados dado las circunstancias que rodean este método, por tanto podremos decir que el tiempo de impartición no es un factor para el conocimiento adquirido, pero ahora, qué otros beneficios traería implementar dicho sistema, este ahorro de tiempo servirá para la adaptación rápida de la materia en otras, además de poder emplear el tiempo ahorrado en la carrera en otras materias que las cuales proporcionen más herramientas para la formación de la carrera.

Por el lado del alumno este trayecto intensivo le resultará un panorama bastante abrumador, pero esa será una de las características que darán fortaleza a la formación profesional del alumno.

Biblioteca UP Bonaterra

## ANEXOS

Biblioteca UP Bonaterra

## **Anexo 1. Carta Petición para Efectuar Actividades de Tesis**

Dr. Marco Antonio Paz Ramos  
Encargado del Despacho de Secretaría Académica  
Universidad Politécnica de Aguascalientes  
P R E S E N T E

Aguascalientes, Ags 21 de mayo de 2012

El que suscribe Ing. Mario Andrei Álvarez Rocha envía a usted un cordial saludo deseándole éxito en sus actividades diarias.

Sirva la presente a ese despacho a su digno cargo para solicitarle de la manera más atenta se me permita realizar un estudio para mi tesis de maestría en matemáticas la cual curso en la Universidad Panamericana Campus Bonaterra siendo la 6ª generación de esta.

El estudio consiste en desarrollar un par de evaluación a dos grupos de ingeniería, el hecho es que dicha evaluación se pretende como un estudio comparativo de las asignaturas de Cálculo Diferencial e Integral , dado que en el área de Ingeniería en Energías , dichas asignaturas son impartidas como dos materias separadas ,mientras que en el área de Ingeniería en Mecatrónica se encuentra como una sola asignatura en la cual se abordan los dos campos , en este comparativo podremos observar que carga curricular entrega los mejores resultados , posteriormente se realizará otra evaluación en donde ambos grupos tengan que aplicar dichos conocimientos en una materia más avanzada pero que se común para ambas.


No omito comunicar a usted que su servidor es egresado de la Universidad Politécnica de Aguascalientes y que mi asesora en la maestría de enseñanza de las matemáticas es M.C Lilia Elena De La Vega Segura.

No dudando de la atención que se servirá dar a mi presente le reitero a usted mi más sincero agradecimiento de su atento y seguro servidor.

---

Ing. Mario Andrei Álvarez Rocha

## ANEXO 2. Planes de Estudio Universidad Politécnica de Aguascalientes.



Plan de estudios 2011

### Ingeniería en Energía

**Perfil de Egreso:**  
El Ingeniero en Energía cuenta con una sólida formación Integral y multidisciplinaria, que le permite aplicar estrategias para diseñar sistemas de ahorro y aprovechamiento de las fuentes energéticas convencionales y no convencionales; aplicando tecnologías limpias y de vanguardia que contribuyan al desarrollo sustentable del país.

**Perfil de Ingreso:**  
El aspirante debe ser creativo, crítico, responsable de su aprendizaje y preferentemente haber cursado el bachillerato en el área de las ciencias físico-matemáticas. Es importante que integre e innove tecnologías, analice y solucione problemas, que cuente con interés por el desarrollo tecnológico, por la física aplicada, la energía, la química y el manejo del Idioma Inglés. Debe contar preferentemente con dedicación exclusiva para el estudio y disponibilidad para ajustarse a los cambios de turno.

**Descripción de la Carrera:**  
La Ingeniería en Energía diseña soluciones, integrando tecnologías y sistemas de última generación; Crea nuevas aplicaciones de ahorro y aprovechamiento de fuentes convencionales y no convencionales de energía a favor de la sociedad y el medio ambiente.

**Plan de Estudios**  
**Primer cuatrimestre**  
 Cálculo diferencial  
 Inglés I  
 Introducción a la Ingeniería en energía  
 Mecánica con laboratorio  
 Programación  
 Transformaciones químicas con laboratorio  
 Valores del ser

**Segundo cuatrimestre**  
 Cálculo Integral  
 Inglés II  
 Inteligencia emocional  
 Laboratorio de simulación y diseño por computadora  
 Óptica  
 Seminario de Ingeniería en energía térmica  
 Termodinámica con laboratorio

**Tercer cuatrimestre**  
 Álgebra lineal  
 Cálculo de varias variables  
 Desarrollo interpersonal  
 Inglés III  
 Mecánica de fluidos con laboratorio  
 Seminario de Ingeniería en energía eólica  
 Transferencia de calor y masa

**Cuarto cuatrimestre**  
 Ecuaciones diferenciales  
 Energía del hidrógeno con laboratorio  
 Estanda I  
 Física moderna  
 Habilidades del pensamiento  
 Inglés IV  
 Seminario de Ingeniería en energía del hidrógeno

**Quinto cuatrimestre**  
 Ecuaciones diferenciales parciales  
 Electricidad y magnetismo con laboratorio  
 Estado sólido  
 Habilidades organizacionales  
 Inglés V  
 Seminario de Ingeniería en energía fotovoltaica  
 Sistemas fotovoltaicos con laboratorio

**Sexto cuatrimestre**  
 Biomasa con laboratorio  
 Celdas de combustible  
 Electroquímica  
 Ética profesional  
 Inglés VI  
 Máquinas eléctricas  
 Seminario de Ingeniería en energía de biomasa

**Séptimo cuatrimestre**  
 Contabilidad empresarial  
 Dimensionamiento de instalaciones eléctricas.  
 Estanda II  
 Física nuclear con laboratorio  
 Ingeniería ambiental  
 Inglés VII  
 Metrología e instrumentación

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE AGUASCALIENTES  
 Calle Paseo San Gerardo No. 237  
 Pte. San Gerardo, C.P. 20142, Aguascalientes, Ags.  
 Tel. Computador: 01 (449) 442-14-00 o al 01 800 300 9370  
[www.upa.edu.mx](http://www.upa.edu.mx)

## Ingeniería Mecatrónica

### Perfil de Ingreso

El aspirante debe ser creativo, crítico, responsable de su aprendizaje y preferentemente haber cursado el bachillerato en el área de las ciencias físico-matemáticas. Es importante que integre e innove tecnologías, analice y solucione problemas. Contar con interés por la mecánica, la computación y la electrónica. Manejo del Idioma Inglés. Dedicación exclusiva para el estudio y disponibilidad para ajustarse a los cambios de turno.

### Perfil de Egreso

El Ingeniero Mecatrónico cuenta con una formación sólida y multidisciplinaria, que le permite diseñar, implementar y automatizar sistemas, productos y procesos a través de la integración de tecnologías de vanguardia, contribuyendo a la competitividad de su organización.

### Descripción de la Carrera

La Ingeniería Mecatrónica diseña soluciones, integrando tecnologías y sistemas de última generación. Crea nuevas aplicaciones en sistemas robóticos, biomédicos, de automatización y control industrial a favor de la sociedad y el medio ambiente

### Plan de Estudios

**Primer Cuatrimestre**  
Álgebra lineal  
Cálculo diferencial e Integral  
Dibujo para ingeniería  
Electricidad y magnetismo  
Inglés I  
Metrología  
Valores del ser

### Segundo Cuatrimestre

Análisis de circuitos eléctricos  
Cálculo vectorial  
Estática  
Inglés II  
Inteligencia emocional  
Normatividad y seguridad industrial  
Programación estructurada

### Tercer Cuatrimestre

Desarrollo Interpersonal  
Desarrollo Interpersonal  
Dinámica  
Electrónica analógica  
Electrónica digital  
Ingeniería del mantenimiento  
Inglés III  
Probabilidad y estadística

### Cuarto Cuatrimestre

Ecuaciones diferenciales  
Electrónica de potencia  
Estancia I  
Habilidades del pensamiento  
Inglés IV  
Programación de periféricos  
Resistencia de materiales

### Quinto Cuatrimestre

Análisis de mecanismos  
Habilidades organizacionales  
Inglés V  
Mecánica de fluidos  
Microcontroladores  
Modelado y simulación de sistemas  
Sensores y acondicionamiento de señales

### Sexto Cuatrimestre

Automatización Industrial  
Diseño mecánico  
Ética profesional  
Inglés VI  
Máquinas eléctricas  
Procesos de manufactura  
Sistemas hidráulicos y neumáticos

### Séptimo Cuatrimestre

Administración e Ingeniería de proyectos  
Adquisición y procesamiento de señales  
Estancia II  
Ingeniería asistida por computadora  
Ingeniería económica  
Inglés VII  
Teoría de control

### Anexo 3. Examen de Evaluación

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Carrera: \_\_\_\_\_

Ing. Mario Andrei Álvarez Rocha

andrei\_mec@hotmail.com

Sin omitir procedimiento dar solución a los siguientes ejercicios.

#### Cálculo Diferencial

*-Evaluación de Funciones*

1) Hallar  $f(0)$ ,  $f(-3/4)$ ,  $f(-x)$  si  $f(x)=\sqrt{1+x^2}$

*-Límites*

2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$

3)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 4}$

4)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$

*-Encontrar la primera derivada de los siguientes problemas.*

5)  $y = x^5 - 4x^3 + 2x - 3$

6)  $y = 3x^{\frac{2}{3}} - 2x^{\frac{5}{2}} + x^{-3}$

7)  $y = 5\text{sen}x + 3\text{cox}$

8)  $y = \frac{e^x}{x^2}$

9)  $y = \sqrt{1 + \tan\left(x + \frac{1}{x}\right)}$

10)  $y = \left(\frac{a+bx^n}{a-bx^n}\right)^m$

**Cálculo Integral**

-Dar solución a las siguientes integrales sin omitir procedimiento.

$$1) \int (x + 1)^2 dx$$

$$2) \int 5a^2 x^6 dx$$

$$3) \int \frac{dr}{r^2+9}$$

$$4) \int \frac{x}{x^2+1} dx$$

-Encontrar el resultado de las siguientes integrales mediante el método de Cambio de Variable (Completar diferencial).

$$5) \int e^{x^2} x dx$$

$$6) \int \text{sen}(3x) dx$$

-Encontrar el resultado de las siguientes integrales mediante el método de Cociente y teniendo que completar el trinomio cuadrado perfecto de ser necesario.

$$7) \int \frac{3x+2}{x^2+x+1} dx$$

-Encontrar el resultado de las siguientes integrales mediante el método de Fracciones Parciales

$$8) \int \frac{dx}{x(x^2+1)}$$

-Encontrar el resultado de las siguientes integrales mediante el método de Integración por Partes

$$9) \int x \text{sen} 3x dx$$

-Resolver la siguiente Integral Trigonométrica

$$10) \int \cos^4 x dx$$

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Abarca, N. La enseñanza del cálculo diferencial e integral mediante la resolución de problemas, una propuesta motivadora. Bolivia: Tecno ciencia Universitaria. Visitado el 15/03/2012 Disponible en: <http://www.revistasbolivianas.org.bo/pdf/rtc/v5n5/v5n5a05.pdf>

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del Cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 97–140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Benítez, D. & Londoño, N. (2009). Situaciones problemáticas en contexto en el aprendizaje del Cálculo. *El Cálculo y su enseñanza Cinvestav*.pp 33-43.

Camarena, P.(). *La matemática en el contexto de las ciencias*.Cd México, México: Colegio de Estudios de Posgrados de la Ciudad de México. Visitado el 01/03/2012. Disponible en:<http://www.colposgrado.edu.mx/memorias/camarena.pdf>

Demidovich, B. (2010). *Problemas y ejercicios de análisis matemático*.(9ª ed.): Ediciones quinto sol.

Escofet, A y otros. (1997). Las nuevas culturas de aprendizaje y su incidencia en la educación superior. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. Vol. XVI. Num 51. Visitada el (07/03/2012). Disponible en: <http://www.comie.org.mx/v1/revista/portal.php>

Galdós, L. (). *Derivadas e Integrales*.Matemáticas Galdós. Madrid España.: Cultural, pp. 1143-1240.

Hernand. F. (2010).Aprendamos la lección: Un repaso a la calidad de la enseñanza de la educación superior. Sistema de Información Científica

Redalyc. Vol. XXXII Núm. 129. Visitada el (11/03/2012). Disponible en:  
<http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=13214995010>.

Ímaz, J, C. & Moreno A., L. (2009). Sobre el desarrollo del cálculo y su enseñanza.  
*El Cálculo y su enseñanza Cinvestav*.pp 109-112.

López, V. (1998). Historia de los inicios de la enseñanza del Cálculo infinitesimal en México: 1795-1867. *Revista Oficial latinoamericano de Matemática Educativa*, Vol.1, Núm.2.

Moreno M. (2005). El papel de la didáctica en la enseñanza del Cálculo: evolución, estado actual y retos futuros. . En A. Maz, B. Gómez & M. Torralba (Eds.).*IX Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*.Córdoba, España.:pp. 81-96.

Ortiz , M. (2010). *El constructivismo en la enseñanza del precálculo a nivel medio superior*. Tesis de Maestría, Universidad Panamericana Campus Bonaterra, Aguascalientes, México.

Ríos , G. (2011). *La enseñanza de la deriva mediante los métodos de Fermat y Leibniz*. Tesis de Maestría, Universidad Panamericana Campus Bonaterra, Aguascalientes, México.

Rojas, .A(). *Un enfoque para la enseñanza de Cálculo Diferencial e Integral*.Cd México, México: Universidad Americana de Acapulco. Visitado el 01/03/2012.

Disponible en:<http://www.dcb.unam.mx/Eventos/ForoMatematicas2/memorias2/ponencias/09.pdf>.

Ventura, J. y otros (2005). Problemas de Cálculo Diferencial e Integral. (5ªed.).Df, México: UAM-Azcapotzalco.

Villanueva. E.() . Perspectivas de la educación en América Latina: Construyendo futuros perfiles educativos. Sistema de Información Científica Redalyc.



Vol. XXXII Núm. 129. Visitada el (11/03/2012). Disponible en:  
<http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=13214995006>

Zuñiga, L. (2006). El Cálculo en carreras de ingeniería: un estudio cognitivo.  
*Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, Vol.10  
Núm.1.

Biblioteca UP Bonaterra