

UNIVERSIDAD PANAMERICANA

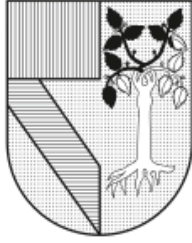
CAMPUS GUADALAJARA

Análisis del impacto del costo de contratación para el problema de ruteo abierto multidepósito con localización

JOEL NOVI RODRIGUEZ ESCOTO

Tesis presentada para optar por el grado de
"Maestría en Ingeniería" con
Reconocimiento de Validez Oficial de Estudios de la
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA,
según acuerdo número 2006098 con fecha 28-II-06.

Zapopan, Jal., diciembre del 2020



UNIVERSIDAD PANAMERICANA

CAMPUS GUADALAJARA

Diciembre del 2020

MTRO. MARIO ANTONIO LEAL GONZÁLEZ

PRESIDENTE DE LA COMISIÓN DE EXÁMENES DE GRADO

P R E S E N T E.

Me permito hacer de su conocimiento que **JOEL NOVI RODRIGUEZ ESCOTO**, de la maestría en ingeniería, ha concluido satisfactoriamente su trabajo de titulación con la alternativa Tesis, titulada:

Análisis del impacto del costo de contratación para el problema de ruteo abierto multidepósito con localización

Manifiesto que, después de haber sido dirigida y revisada previamente, reúne todos los requisitos técnicos para solicitar fecha de Examen de Grado.

Agradezco de antemano la atención prestada y me pongo a sus órdenes para cualquier aclaración.

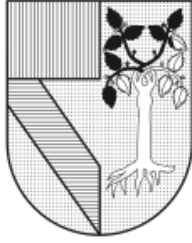
A T E N T A M E N T E

Samuel Moisés Nucamendi Guillén

DIRECTOR DE TESIS

Elías Olivares Benítez

CODIRECTOR DE TESIS



UNIVERSIDAD PANAMERICANA

CAMPUS GUADALAJARA

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN DE GRADO

SR. JOEL NOVI RODRIGUEZ ESCOTO

P r e s e n t e.

En mi calidad de presidente de la Comisión de Exámenes de Grado, y después de haber analizado el trabajo de titulación presentado por usted en la alternativa de **Tesis** titulada:

Análisis del impacto del costo de contratación para el problema de ruteo abierto multidepósito con localización

Le manifiesto que reúne los requisitos a que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen de Grado, por lo que deberá de entregar cinco ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE

MTRO. MARIO ANTONIO LEAL GONZÁLEZ

PRESIDENTE DE LA COMISIÓN

DEDICATORIA

A mi esposa, por ser uno conmigo en esta etapa.

A mis padres, por darlo todo, ahora tengo la oportunidad de alcanzar una meta más.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Panamericana, por invertir en el desarrollo profesional de los colaboradores.

Resumen

Este trabajo investiga el efecto del costo de contratación de proveedores de transporte sobre el costo de trayecto y la utilización de la capacidad de los vehículos contratados para un problema de localización-ruteo abierto multidepósito con flota heterogénea (MDOLRP). Este problema consiste en determinar la cantidad de depósitos para abrir y el diseño óptimo de rutas abiertas, satisfaciendo la demanda de cada cliente. Se propone un modelo biobjetivo lineal entero mixto, cuya solución se analiza a través de los métodos épsilon-restricción aumentado 2 (AUGMECON2, por sus siglas en inglés) y programación por metas multidecisión revisada ponderada (WRMCGP, por sus siglas en inglés) para obtener frentes de Pareto de alta calidad. La eficiencia, tanto del modelo como de los métodos propuestos, es evaluada utilizando instancias y métricas multiobjetivo propuestas en la literatura. De acuerdo con los resultados obtenidos, en general, el desempeño del método AUGMECON2 es mejor en términos de calidad del frente de Pareto y tiempos de solución que el método WRMCGP, aunque éste último presenta mejores tiempos para casos con flota heterogénea. Los resultados demuestran también que considerar flotas heterogéneas pueden reducir hasta en un 85 % el costo de contratación en promedio y un 73 % de mayor aprovechamiento vehicular en promedio.

Palabras claves

Problema de localización-ruteo, optimización multiobjetivo, AUGMECON2, programación por metas, métodos exactos, flotas heterogéneas.

ÍNDICE

1	Introducción	12
1.1	Problema.....	12
1.2	Justificación.....	12
1.3	Objetivos	13
1.4	Hipótesis	13
1.5	Metodología y descripción del trabajo	14
2	Marco teórico	15
2.1	Problema de ruteo de vehículos	15
2.1.1	Variantes del problema de ruteo de vehículos	16
2.1.2	Problema de localización-ruteo de vehículos.....	17
2.2	Planteamiento del problema MDOLRP	18
2.2.1	Modelo matemático determinístico	19
2.2.1.1	Parámetros y conjuntos.....	19
2.2.1.2	Variables de decisión	20
2.2.1.3	Modelo de optimización.....	20
2.2.1.4	Naturaleza de las variables	21
2.3	Optimización de problemas de ruteo multiobjetivo.....	22
2.3.1	Revisión literaria	23
2.3.2	Modelo biobjetivo MDOLRP.....	27
2.3.2.1	Método WRMCGP	28
2.3.2.2	Método AUGMECON2.....	31
2.3.3	Métricas multiobjetivo	32
2.3.3.1	NOS/NPS	32
2.3.3.2	Métrica de dominancia absoluta	32
2.3.3.3	Métrica RPOS	32
2.3.3.4	Hyperarea ratio.....	32
3	Variables y métricas.....	33
4	Diseño preliminar	34
4.1	Datos.....	35
4.2	Experimentación preliminar	37
5	Descripción del experimento	39
5.1	Solución WRMCGP	40
5.2	Solución AUGMECON2.....	40

6	Análisis de resultados	42
6.1	Experimentación computacional.....	42
6.2	Análisis de costo total de contratación.....	47
7	Conclusiones	51
8	Referencias.....	53
9	Anexos.....	60
9.1	Resultados determinísticos instancias homogéneas	60
9.2	Resultados determinísticos instancias heterogéneas	61
9.3	Soluciones del frente de Pareto Pr_01 AUGMECON2.....	62
9.4	Soluciones del frente de Pareto Wa-W15O1 AUGMECON2	62
9.5	Código MDOLRP biobjetivo WRMCGP en AMPL.....	62
9.6	Código MDOLRP biobjetivo AUGMECON2 en AMPL	66

Índice de tablas

Tabla 1. Instancias heterogéneas	35
Tabla 2. Instancias homogéneas	36
Tabla 3. Tiempos y número de vehículos de instancias con optimalidad	38
Tabla 4. Matriz lexicográfica biobjetivo	39
Tabla 5. NPS y tiempo para instancias heterogéneas con optimalidad	43
Tabla 6. NPS y tiempo para instancias homogéneas con optimalidad	43
Tabla 7. Instancias con frente Pareto sin optimalidad	44
Tabla 8. Métricas RPOS y dominancia absoluta Pr_01	45
Tabla 9. Cálculo de hyperarea de Pr_01 en WRMCGP	45
Tabla 10. Cálculo de hyperarea de Pr_01 en AUGMECON2	45
Tabla 11. Cálculo de hyperarea ratio de Pr_01	46
Tabla 12. Métricas multiobjetivo para instancias heterogéneas	46
Tabla 13. Métricas multiobjetivo para instancias homogéneas.....	46
Tabla 14. Porcentaje del incremento de costos para instancias homogéneas	48
Tabla 15. Porcentaje de utilización de capacidad de instancias homogéneas	48
Tabla 16. Proporción de costos instancias heterogéneas	49
Tabla 17. Porcentaje de utilización de capacidad de instancias heterogéneas	49

Índice de figuras

Figura 1. Planteamiento y solución al problema MDOLRP.....	19
Figura 2. Optimización multiobjetivo	23
Figura 3. Ponderaciones a las desviaciones y excedentes	29
Figura 4. Ilustración de la minimización WRMCGP	30
Figura 5. Iteraciones del frente de Pareto	31
Figura 6. Hyperarea de un frente	33
Figura 7. Tiempo por instancia y por escenario con optimalidad.....	37
Figura 8. Porcentaje de instancias resueltas por tipo y por factor de escalación.....	38
Figura 9. Diagrama de flujo método WRMCGP	41
Figura 10. Diagrama de flujo AUGMECON2	42
Figura 11. Frente de Pareto combinado Pr_01	44
Figura 12. Cálculo del porcentaje del incremento y reducción de los costos.....	47
Figura 13. Frente de Pareto Pr_01	49
Figura 14. Frente de Pareto Wa-W15O1	50

Índice de ecuaciones

Eq. 1.....	20
Eq. 2.....	20
Eq. 3.....	21
Eq. 4.....	21
Eq. 5.....	21
Eq. 6.....	21
Eq. 7.....	21
Eq. 8.....	21
Eq. 9.....	21
Eq. 10.....	21
Eq. 11.....	21
Eq. 12.....	22
Eq. 13.....	22
Eq. 14.....	22
Eq. 15.....	22
Eq. 18.....	28
Eq. 19.....	29
Eq. 20.....	29
Eq. 21.....	29
Eq. 22.....	29
Eq. 23.....	29
Eq. 24.....	29
Eq. 25.....	30
Eq. 26.....	31
Eq. 27.....	31
Eq. 28.....	32
Eq. 29.....	32
Eq. 30.....	33
Eq. 31.....	33
Eq. 32.....	33
Eq. 33.....	40
Eq. 34.....	40
Eq. 35.....	40
Eq. 36.....	40
Eq. 37.....	40

1 Introducción

1.1 Problema

El problema de ruteo de vehículos (VRP, por sus siglas en inglés) se considera como uno de los problemas más conocidos en investigación de operaciones, debido a las aplicaciones diversas en las que se han implementado. Dicho interés radica en su relevancia práctica y su nivel de dificultad, que ha logrado que un amplio espectro de problemas logísticos y de transporte sean resueltos (Irnich et al., 2014; Kardar et al., 2011, p. 127).

El presente trabajo está basado en el problema multidepósito de localización de ruteo abierto con flotas heterogéneas fijas (MDOLRP, por sus siglas en inglés). El modelo surge de una problemática de una empresa mexicana que tiene sus proveedores de materiales en EE. UU. La empresa contrata a un tercero para realizar el transporte de sus materiales, pero en dicha contratación se observó el costo excesivo del transporte. La razón de este costo excesivo se adjudicó a un contrato de exclusividad (flotas homogéneas), lo cual llevó a analizar como solución la contratación de diferentes proveedores (flotas heterogéneas). Esta alternativa es de suma importancia, debido a que permite encontrar soluciones al costo logístico, puesto que la contratación de los transportistas asume un rol importante en el costo final (Nucamendi-Guillén et al., 2020).

El problema de localización-ruteo (LRP, por sus siglas en inglés) es una variante especial del VRP, que consiste en la localización de los depósitos y el diseño de las rutas de manera simultánea. Aunado al escenario mencionado del caso bajo estudio, el LRP es de interés para el presente trabajo. A su vez, las variantes multidepósito (MDVRP, por sus siglas en inglés), heterogéneo (HVRP, por sus siglas en inglés) y ruteo abierto (OVRP, por sus siglas en inglés) se hacen patentes en el estudio abordado.

1.2 Justificación

El costo logístico en una cadena de suministro es un factor determinante para el valor total del sistema. Si este factor no se controla, se mide y se analiza, provocará que el costo final sea mayor, transfiriéndose a algún elemento de la cadena de suministro. En la empresa bajo estudio, se analiza qué tipo de política es mayormente favorable

(proveedor fijo o diversos proveedores) para minimizar el impacto que genera dicho costo.

1.3 Objetivos

El primer objetivo del proyecto es analizar si resulta mejor tener el contrato con un proveedor fijo o considerar diferentes proveedores para su logística de materiales. La relación del costo total de contratación sobre el costo total de transporte es representada por medio del frente de Pareto, obtenido del modelo biobjetivo MDOLRP.

El segundo objetivo es resolver el problema biobjetivo por medio de dos métodos exactos, AUGMECON2 y programación por metas multidecisión revisada y ponderada (WRMCGP, por sus siglas en inglés). A continuación, se expresan los objetivos específicos del presente trabajo.

- ✓ Programar el modelo biobjetivo MDOLRP con el método WRMCGP en AMPL.
- ✓ Programar el modelo biobjetivo MDOLRP con el método AUGMECON2 en AMPL.
- ✓ Resolver instancias en el modelo basado en RMCGPW.
- ✓ Resolver instancias en el modelo basado en AUGMECON2.
- ✓ Comparar el desempeño de los métodos exactos con las métricas multiobjetivo.
- ✓ Analizar el efecto existente del costo total de contratación sobre el costo total de transporte y su aprovechamiento vehicular.

1.4 Hipótesis

Se proponen tres hipótesis para el presente trabajo:

- ✓ El algoritmo exacto AUGMECON2 resuelve con mejor calidad que el algoritmo exacto RMCGPW las instancias heterogéneas de 2 a 3 depósitos, 15 vehículos y de 20 a 25 proveedores en el modelo biobjetivo MDOLRP en un tiempo computacional competitivo.
- ✓ El algoritmo exacto AUGMECON2 resuelve con mejor calidad que el algoritmo exacto RMCGPW las instancias homogéneas de 4 depósitos, 4

a 7 vehículos y de 48 a 96 proveedores en el modelo biobjetivo MDOLRP en un tiempo computacional competitivo.

- ✓ El costo de contratación para flotas heterogéneas en un modelo biobjetivo MDOLRP producen un incremento menor en el costo total contratación que para las flotas homogéneas.

1.5 Metodología y descripción del trabajo

El método científico implementado para el presente trabajo fue basado en la estructura propuesta por Sabino (2014), consiste en lo siguiente:

- ✓ Observación. Se observa el comportamiento del costo excesivo en el costo logístico.
- ✓ Planteamiento del problema. El análisis del costo total de contratación y el aprovechamiento vehicular que incurre el sistema al minimizar las funciones de costo total de transporte y el costo total de contratación. En dos contextos, los cuales son: proveedor fijo o diversidad de proveedores.
- ✓ Generar hipótesis. Surgen basándose en la solución del problema biobjetivo, la comparación de dos métodos exactos. Por otro lado, el análisis del tipo de política para la contratación exclusiva o de diversos proveedores.
- ✓ Experimentación para validar o rechazar las hipótesis. Los experimentos se realizan en el software de optimización, en la cual las variables consisten en el tipo de método y el tipo de instancias (heterogéneas y homogéneas).
- ✓ Las hipótesis son congruentes con los resultados obtenidos, variables independientes y dependientes, métricas planteadas. En caso del rechazo del planteamiento de la hipótesis, reformular.
- ✓ De lo contrario, realizar las conclusiones. Los resultados obtenidos soportan las hipótesis planteadas.

La investigación presente es de tipo aplicativo, debido a que es una experimentación de una teoría de investigación de operaciones del ramo de ruteo de vehículos para obtener conclusiones con respecto al análisis de costos. Aunado a la naturaleza del tiempo y la información, la investigación es sincrónica y cuantitativa. De acuerdo con el objetivo de la investigación, es de tipo descriptivo y explicativo del costo total de contratación en un modelo biobjetivo de ruteo abierto multidepósito con localización.

La organización del contenido del presente trabajo es el siguiente: El marco teórico en la sección 2. La medición de resultados en la sección 3. La experimentación preliminar se presenta en la sección 4. La experimentación en la sección 5. El análisis de los resultados en la sección 6. Las conclusiones del presente trabajo en la sección 7.

2 Marco teórico

2.1 Problema de ruteo de vehículos

El problema del agente viajero (TSP, por sus siglas en inglés) fue introducido en 1930 para resolver las rutas del vendedor que desde su depósito debía realizar para visitar a sus clientes una vez y regresar a su depósito (Merrill M. Flood, 1956). Posteriormente, este problema se adjudicó a vehículos en vez de vendedores y añadiendo arcos entre nodos (ARP, por sus siglas en inglés), introducido por Dantzig & Ramser bajo el nombre de “truck dispatching problem” (1959). Se define el VRP como el diseño de rutas minimizando el costo, donde se satisface determinada demanda y restricciones según sea la aplicación del modelo (Tavakkoli-Moghaddam et al., 2019).

El VRP y sus variantes son clasificados como problemas NP-duros (Adhi et al., 2019). Hasta el momento, no existen algoritmos eficientes para encontrar soluciones y, por eso, para los problemas de gran escala son necesarios los métodos heurísticos o metaheurísticos, pues permiten estimar la solución con un tiempo aceptable (Rabbani et al., 2017). Sin embargo, Breakers et al. (2016) argumentan que los métodos exactos son eficientes para resolver instancias chicas.

Ramos et al. (2014) mencionan que los métodos exactos más utilizados para los problemas de ruteo son el AUGMECON (basado en el método epsilon-restricción), método de ponderaciones y el método de programación por metas. Cabe señalar que estos métodos se utilizan para obtener la solución inicial y/o para comparar los resultados de algoritmos metaheurísticos.

Por otro lado, el algoritmo más utilizado en la literatura para el problema VRP es el genético (GA), que fue desarrollado por John Holland en 1960, el cual ha tenido un rol importante en la solución de problemas de ruteo. Adicionalmente, algoritmos heurísticos como recocido simulado (SA, por sus siglas en inglés), búsqueda tabú (TS, por sus siglas en inglés), optimización por enjambre de partículas (PSO, por sus

siglas en inglés), búsqueda por entornos variables (VNS, por sus siglas en inglés), colonia de abejas (ABC, por sus siglas en inglés), colonia de hormigas (ACO, por sus siglas en inglés), búsqueda con organismos simbióticos (SOS, por sus siglas en inglés) (Adhi et al., 2019; Azadeh & Farrokhi-Asl, 2019).

Cada uno de los algoritmos son comparados con métodos exactos y/o contra otros algoritmos para determinar su competitividad. A su vez, se aplican combinaciones entre ellos para mejorar la eficiencia del algoritmo para el problema por resolver.

Para el presente trabajo, se abordan diferentes variantes del problema de ruteo de vehículos, explicando a continuación las de interés del presente trabajo.

2.1.1 Variantes del problema de ruteo de vehículos

Las variantes del VRP radican en los factores y la aplicación proveniente del enfoque del problema. Algunos de los factores estudiados son: demanda, distancia y costo, tiempos, localidades de los clientes, capacidad de los vehículos y el número de vehículos disponibles (Liu et al., 2014).

Estos factores han generado variantes del VRP como: ruteo de vehículos capacitados (CVRP por su siglas en inglés), con múltiples depósitos (MDVRP, por su siglas en inglés), periódico (PVRP, por su siglas en inglés), con contextos dinámicos (DVRP por su siglas en inglés), con ventanas de tiempo (VRPTW, por su siglas en inglés), con multiviajes (VRPMT, por su siglas en inglés), con distribución dividida (SDVRP, por su siglas en inglés), con vehículos heterogéneos (HVRP, por su siglas en inglés) y con rutas abiertas (OVRP, por su siglas en inglés), en el que el vehículo no vuelve a su depósito (Tavakkoli-Moghaddam et al., 2019).

El presente trabajo involucra las siguientes características del problema de ruteo de vehículos: ruteo de vehículos abierto, heterogéneo, múltiples depósitos y con localización-ruteo de vehículos, los cuales se abordarán en los siguientes párrafos.

En el problema de ruteo de vehículos abierto, el vehículo no requiere retornar a su depósito después de visitar el último cliente; este tipo de problema prácticamente sucede cuando hay un tercero (compañía) que efectúa la logística (Third part logistic, 3PL) (Braekers et al., 2016).

El ruteo de vehículos heterogéneos es más práctico para la selección de proveedores logísticos de diferentes tamaños y capacidades (Han & Wang, 2018). Asimismo, se considera que la forma heterogénea es más realista comparándola con las flotas homogéneas (Penna et al., 2013).

La opción del ruteo con múltiples depósitos es una variante del clásico VRP, la cual tiene como objetivo generar el conjunto de rutas para un conjunto de clientes con determinada demanda a través de los depósitos definidos por el modelo, en lugar de un solo depósito. Cada ruta inicia y termina en el mismo depósito seleccionado (Galindres-Guanca et al., 2018; Ramos et al., 2020).

Aunado a lo anterior, es importante destacar que es una variante especial del VRP y que es la variante central del caso de estudio. A continuación, se explica en qué consiste el problema de localización-ruteo de vehículos.

2.1.2 Problema de localización-ruteo de vehículos

El problema de localización-ruteo se define como un problema VRP en el cual el número óptimo de depósitos abiertos y de rutas se determinan simultáneamente (Wu et al., 2002). Asimismo, el problema LRP se considera como un problema NP-duro, debido a que recurre a algoritmos metaheurísticos para obtener soluciones en instancias de gran escala (Rabbani et al., 2017; Zarandi et al., 2011). No obstante, para problemas de menor escala el uso de métodos exactos es adecuado según las capacidades del equipo de cómputo y del tiempo disponible para resolver.

En los problemas de localización-ruteo existen al menos dos decisiones que se requieren tomar: qué depósitos del conjunto disponible deben ser abiertos y cuáles rutas deben ser generadas de cada depósito seleccionado para satisfacer la demanda. En los LRP, la selección de depósitos no está implícitamente determinada por las decisiones de ruteo. Esto se cumple si hay costos fijos para la apertura o costos variables para usar cierto depósito, restricciones de número de depósitos de un determinado conjunto de depósitos o restricción de capacidad (Schneider & Drexler, 2017). El punto principal al momento de resolver un problema LRP radica en cómo manejar la localización, asignación y ruteo del problema.

Cuando la característica de múltiples depósitos se añade al problema LRP, se determina de manera simultánea el número, la localización de depósitos, la

asignación de clientes a los mismos, y el tipo de vehículos que satisfaga la ruta. En este caso, el costo total consiste en minimizar el costo del establecimiento de depósitos, el costo de transporte y el costo de contratación por vehículo (Wu et al., 2002).

La principal diferencia de un modelo MDLRP con el LRP consiste en el costo de la apertura que se incurre en un depósito (Wu et al., 2002). El LRP incluye en su función objetivo el costo del vehículo para cada depósito, mientras que en el MDLRP adiciona el costo por apertura o de contratación del depósito.

2.2 Planteamiento del problema MDOLRP

El presente trabajo está basado en el problema multidepósito de localización de ruteo abierto con flotas heterogéneas fijas (Multi-depot Open Location Routing Problem with Heterogeneous Fixed Fleet, MDOLRP) (Nucamendi-Guillén et al., 2020). A continuación, se detallan las motivaciones del presente trabajo, las suposiciones, la representación matemática, y su comportamiento en el modelo.

El modelo surge de una problemática de una empresa mexicana que tiene sus proveedores de materiales en EE. UU. La empresa contrata un tercero para realizar el transporte de sus materiales, donde se observó el costo excesivo del transporte. La razón del costo excesivo se adjudicó a un contrato de exclusividad (flotas homogéneas), lo cual llevó a analizar la contratación de diferentes proveedores (flotas heterogéneas). Este problema es de suma importancia, debido a que permite encontrar soluciones al costo logístico, puesto que la contratación de los transportistas contribuye de manera importante en el costo final.

El modelo MDOLRP es funcional para el análisis del costo, mediante la minimización del costo total de transporte y el costo total de contratación (Nucamendi-Guillén et al., 2020) (Ver figura 1). Para fines prácticos del modelo se realizan las siguientes suposiciones para el problema:

- ✓ Las rutas generadas necesitan terminar en la planta de manufactura.
- ✓ El costo del regreso del transportista a su depósito está considerado en su costo de contratación. Se consideran rutas abiertas.
- ✓ La demanda es determinística y contabilizada en pallets.
- ✓ La distancia de traslado es traducida al costo monetario.

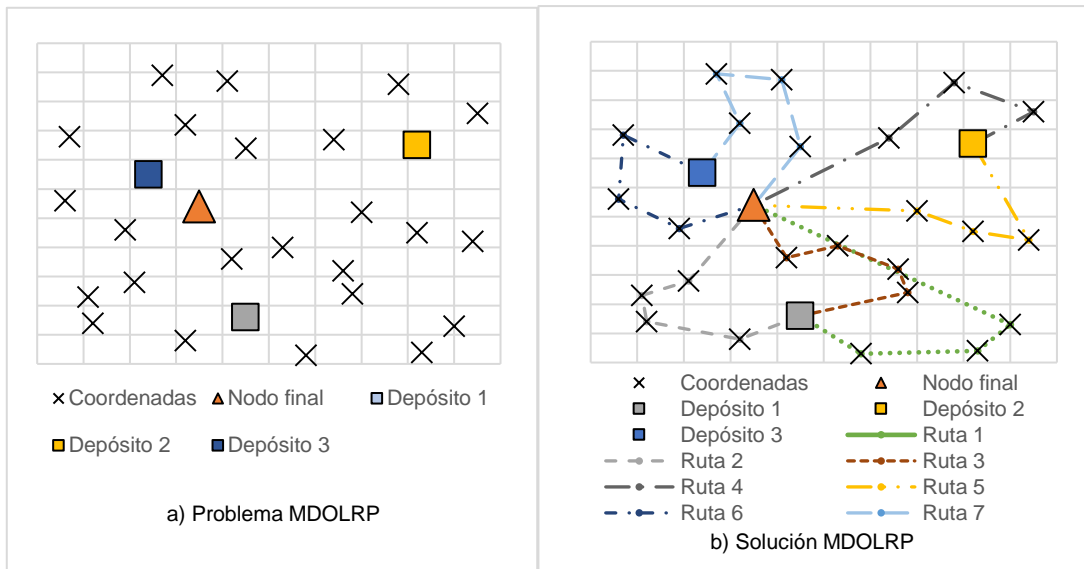


Figura 1. Planteamiento y solución al problema MDOLRP

2.2.1 Modelo matemático determinístico

2.2.1.1 Parámetros y conjuntos

Los parámetros que se han de considerar son:

n := Número de proveedores

m := Número de transportistas

P_p := Conjunto de proveedores $\{1, \dots, N\}$

P := Conjuntos de nodos a visitar (proveedores) $\{1, \dots, N + 1\}$

F := Conjunto de transportistas $i = \{1, \dots, M\}$

R_i := Conjunto de vehiculos por transportista i

d_j := Número de demanda por proveedor

k_i := Número disponible de vehiculos por transportista i

Q_i^l := Capacidad por vehiculo l por transportista i

Q_{max} := Máxima capacidad para cualquier vehículo

w_i^l := Costo de contratación fijo por vehiculo l por transportista i

D_{ij} := Costo de transporte entre nodos (transportistas) i y (proveedores) j

C_{ij} := Costo de transporte entre nodos (proveedores) i y j

El problema se define formalmente de la manera siguiente:

Sea P_p el conjunto de proveedores dado en $\{1, \dots, n\}$, el conjunto P define los nodos a visitar $\{1, \dots, n + 1\}$, siendo el nodo final $n + 1$ la empresa que recibe el material, F el

conjunto de transportistas, R_i el conjunto de vehículos por transportista. Por su parte, k_i representa el número de vehículos por cada transportista. La capacidad y el costo de contratación de cada vehículo l que pertenece a cada transportista i es Q_i^l y w_i^l , respectivamente. La demanda por proveedor está dada en d_j . Los costos de transporte están dados en las siguientes matrices de costo: depósito i hacia el proveedor j dado en D_{ij} y proveedor i hacia el proveedor j dado en C_{ij} .

2.2.1.2 Variables de decisión

Sean las variables binarias o_{ij}^l igual a 1, si el arco (i, j) está activo para el transporte entre el depósito i y el primer nodo j con el vehículo l , e igual a 0 de otra manera. Sea x_{ij} igual a 1, si el arco (i, j) está activado para el transporte entre los nodos i y j a través del vehículo l e igual a 0 de otra manera. Sea z_i^l igual a 1, si el vehículo l es contratado por el transportista i , e igual a 0 de otra manera.

Adicionalmente, sea la variable auxiliar v_{ij}^l una variable que asume la demanda del nodo j en la ruta después de salir del depósito i usando el vehículo l cuando el o_{ij}^l sea igual a 1. Sea la variable auxiliar r_{ij} una variable que acumula la suma de la demanda del nodo j en la ruta después de haber visitado otro nodo i cuando x_{ij} sea igual a 1.

2.2.1.3 Modelo de optimización

La función objetivo (Eq. 1) minimiza la sumatoria de los costos de transporte del depósito al nodo y los costos de transporte de nodo a nodo, y el costo por vehículo contratado.

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n D_{ij} \sum_{l=1}^{R_i} o_{ij}^l + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n C_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^{R_i} w_i^l z_i^l, \quad \text{Eq. 1}$$

Las restricciones (Eq. 2) aseguran que cada nodo sea visitado por un vehículo.

$$\sum_{j=1}^n o_{ij}^l \leq 1, \quad \forall i \in F; l \in R_i, \quad \text{Eq. 2}$$

Las restricciones (Eq. 3) aseguran que cada nodo sea visitado una sola vez, ya sea desde el depósito o desde otro nodo.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^{R_i} o_{ij}^l + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n x_{ij} = 1, \quad \forall j \in Pp, \quad \text{Eq. 3}$$

Las restricciones (Eq. 4) aseguran que cada ruta termine en el nodo final $N + 1$, y las restricciones (Eq. 5) que el vehículo utilizado sea de un transportista seleccionado.

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} x_{ji} = 1, \quad \forall j \in Pp, \quad \text{Eq. 4}$$

$$z_i^l \geq \sum_{i=1}^n o_{ij}^l, \quad \forall i \in F; l \in R_i, \quad \text{Eq. 5}$$

Las restricciones (Eq. 6) aseguran que la demanda d_j de cada nodo se satisfaga y las restricciones (Eq. 7) que la demanda no supere la capacidad Q_i^l .

$$v_{ij}^l \geq d_j o_{ij}^l, \quad \forall i \in F; j \in Pp; l \in R_i, \quad \text{Eq. 6}$$

$$v_{ij}^l \leq Q_i^l o_{ij}^l, \quad \forall i \in F; j \in Pp; l \in R_i, \quad \text{Eq. 7}$$

Así mismo, las restricciones (Eq. 8) aseguran que la demanda d_j se satisfaga y no supere la capacidad $Q_{max} - d_i$ definida en las restricciones (Eq. 9), que a su vez funciona como el límite superior que estabiliza la capacidad máxima restante después de visitar el nodo i .

$$r_{ij} \geq d_j x_{ij}, \quad \forall i \in Pp; j \in Pp; i \neq j, \quad \text{Eq. 8}$$

$$r_{ij} \leq (Q_{max} - d_i) x_{ij}, \quad \forall i \in Pp; j \in Pp; i \neq j, \quad \text{Eq. 9}$$

Finalmente, las restricciones (Eq. 10) permiten satisfacer la demanda con el vehículo contratado evitando que se creen sub-rutas.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^{R_i} v_{ih}^l + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq h}}^n r_{ih} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq h}}^{n+1} r_{hj} = d_h, \quad \forall h \in Pp. \quad \text{Eq. 10}$$

2.2.1.4 Naturaleza de las variables

Los dominios de las variables se muestran a continuación:

$$o_{ij}^l \in \{0,1\}, \quad \forall i \in F; j \in Pp; l \in R_i, \quad \text{Eq. 11}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in Pp; j \in P, \quad \text{Eq. 12}$$

$$z_i^l \in \{0,1\}, \quad \forall i \in F; l \in R_i, \quad \text{Eq. 13}$$

$$v_{ij}^l \geq 0, \quad \forall i \in F; j \in Pp; l \in R_i, \quad \text{Eq. 14}$$

$$r_{ij} \geq 0, \quad \forall i \in Pp; j \in P. \quad \text{Eq. 15}$$

Puesto que los objetivos del presente trabajo consisten en el análisis del tipo de costo de contratación y la resolución del modelo biobjetivo a través de dos métodos de solución, este problema se considera multiobjetivo (MOPs, por sus siglas en inglés). Los problemas multiobjetivos son utilizados en la toma de decisión entre dos o más objetivos, en el caso de este trabajo es un problema de ruteo multiobjetivo.

2.3 Optimización de problemas de ruteo multiobjetivo

En la aplicación del mundo de los problemas logísticos, en la toma de decisiones, es muy común considerar más de un objetivo para la decisión. Incluso cuando las decisiones no sean de la misma naturaleza dentro de la función objetivo (Montoya-Torres et al., 2015).

Los problemas de ruteo multiobjetivo tienen su base en los problemas multiobjetivo (MOPs, por sus siglas en inglés) y requieren de la combinación de la optimización y de la toma de decisiones. La clasificación de los métodos de MOPs radica en la intervención y la preferencia del tomador de decisiones (DM, por sus siglas en inglés): *A priori*, donde el DM indica el punto de partida, de manera interactiva el DM interviene en cada interacción y *a posteriori* donde el DM escoge una de las soluciones generados en el frente de Pareto. Ver figura 2 sintetizado de (Ramos et al., 2014).

El método *a priori* se aplica cuando la decisión se toma antes de la optimización. Este método demanda que el tomador de decisiones conozca de primera mano el problema que se va optimizar. Debido a que se le asigna preferencia a una función objetivo sobre otros, el método de programación por metas representa este tipo de intervención del tomador de decisión. No obstante, la desventaja de este método es un posible sesgo positivo o negativo del tomador de decisiones.

El método interactivo se aplica cuando el tomador de decisiones se encuentra activamente participando durante la optimización; por ello, cabe la posibilidad de caer en una solución irrealizable (Chica et al., 2015; Gong et al., 2013; Gong et al., 2015). Sin embargo, uno de los métodos más notables en esta clasificación es NIMBUS

(Miettinen & Mäkelä, 1996), consistente en minimizar todas las funciones objetivo y en la cual se pondera según la indicación del DM.

En el método *a posteriori* se generan las soluciones en un frente de Pareto, en la que, posteriormente, el tomador de decisiones, como el experto en el tema, analiza y selecciona la mejor solución para los criterios que satisfacen los requerimientos del problema. El método de ponderaciones, épsilon-restricción y las metaheurísticas representan el tipo de intervención *a posteriori* (Ramos et al., 2014).

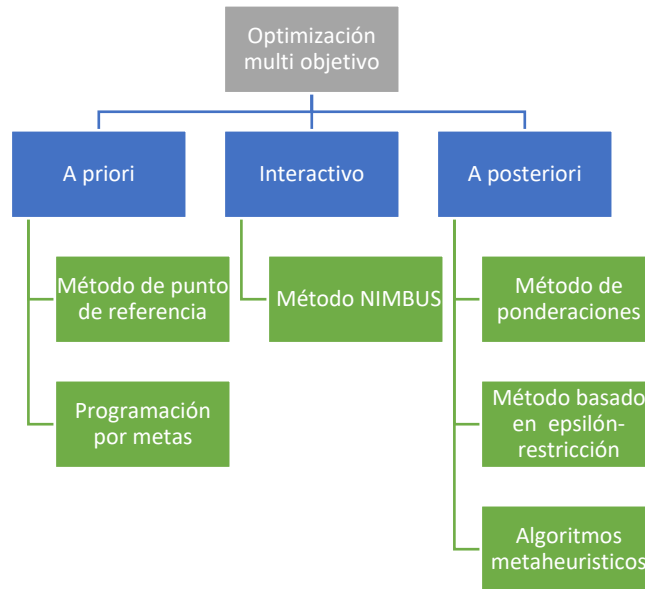


Figura 2. Optimización multiobjetivo

2.3.1 Revisión literaria

El enfoque en un solo objetivo normalmente radica en la minimización del costo fijo o variable de la localización y costo fijo o variable del ruteo. Por su parte, el enfoque de múltiples objetivos es optimizar objetivos aun cuando cuantitativamente son diferentes, por ejemplo: el costo por distancia y el nivel de servicio por mencionar algún ejemplo (Drexl & Schneider, 2015). Los trabajos realizados encontrados sobre el tema de problemas de localización-ruteo multiobjetivo se presentan a continuación, demostrando que es una corriente de investigación que ha ganado mucho interés en el ámbito académico y aplicativo.

Zhao & Verter (2015) presentan un modelo biobjetivo de localización-ruteo de vehículos para un problema ambiental de desechos de aceites usados que consiste en minimizar el riesgo ambiental total y el costo total, en el cual utilizan un enfoque de

solución de programación por metas ponderado modificado (WGP, por sus siglas en inglés), aplicándose a un caso de estudio real y obteniendo resultados favorables en la minimización del riesgo ambiental, el costo total con un gap mínimo y tiempo computacional corto. De la misma manera, Asefi et al. (2019) emplean el método WGP para solucionar su problema de ruteo de vehículos minimizando el costo total de transporte y la desviación total para balancear la carga de trabajo. Se concluye que el método no es eficiente para el problema bajo estudio, debido a que requiere tiempos computacionales altos para obtener las secuenciaciones de los problemas. En el mismo tópico ambiental, Arango González et al. (2017) presentan un modelo biobjetivo lineal entero mixto para la solución de un problema de recolección de residuos sólidos, en el que buscan minimizar el costo total de transporte y el impacto ambiental, mediante el método de ponderaciones y el método épsilon-restricción. Se concluye con los resultados que, aun a pesar de que el método de ponderaciones tiene como ventaja en tiempos computacionales, el método épsilon-restricción obtiene más soluciones.

Yousefi et al. (2017) proponen un modelo biobjetivo de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW, por sus siglas en inglés) que minimiza la distancia, el número de vehículos, y la diferencia del tiempo de arribo real y el tiempo solicitado por el cliente, a través de programación por metas multidecisión revisado (RMCGP, por sus siglas en inglés). Utilizan dos metaheurísticas para solucionar instancias de gran escala, recocido simulado (SA, por sus siglas en inglés) y un algoritmo genético (GA, por sus siglas en inglés), en el cual se enfoca en la secuenciación de las rutas y el análisis de la satisfacción del cliente debido al cumplimiento de las ventanas de tiempo, basado en el incremento del costo de vehículos utilizados para satisfacer la demanda.

Rabbani et al. (2017) se enfocan en el estudio del problema multiobjetivo de localización-ruteo verde (GLRP, por sus siglas en inglés), minimizando la distancia total de transporte, el total de emisiones CO₂ y el costo total. Se comparan métodos exactos como el método de ponderaciones, programación por metas, programación al punto ideal y el algoritmo evolutivo (NSGA-II, por sus siglas en inglés). Se concluye que el algoritmo NSGA-II tiene un mejor desempeño en general, mas no en el número de soluciones en el frente de Pareto, ni en el tiempo computacional, debido a que explora mayores espacios de solución, porque el algoritmo evolutivo no asegura que

se obtenga la solución óptima global, pero sí una aproximación en un tiempo menor comparado con los métodos exactos.

Kovacs et. al (2015) presentan un problema de ruteo de vehículos multiobjetivo generalizado consistente (MOGenConVRP, por sus siglas en inglés), en el cual la consistencia del tiempo de arribo y selección del conductor se mejoran de manera simultánea en el modelo GenConVRP. Se utiliza el método de épsilon-restricción como base para desarrollar un enfoque exacto y un enfoque heurístico, obteniendo finalmente una comparación del método exacto y la heurística. Logrando con ello el 70 % de mejora el tiempo de arribo en el caso estudiado. Oruc & Kara (2018) presentan un modelo de grafos biobjetivo ruteo de arcos para pos desastres naturales y como variante el problema de tiempo (PDARP / PDARPTP, por sus siglas en inglés), en el que aplican el método épsilon-restricción obteniendo soluciones pero muchas de ellas dominadas. Por otro lado, aplican un algoritmo heurístico (BRH, por sus siglas en inglés) basado en alguna solución máxima. Para encontrar un buen conjunto de soluciones en el frente de Pareto varían el parámetro épsilon (0.1, 0.01, 0.001), comparándolos con métricas de calidad. Finalmente, realizan comparaciones de los resultados de las variantes de los modelos propuestos, que son escenarios de los pos desastres naturales.

Kabadurmus et al. (2019) desarrollan el modelo multiobjetivo de ruteo de vehículos verde (MOGVRP, por sus siglas en inglés), el cual contiene dos objetivos conflictivos, que son maximizar el tiempo de las rutas minimizando la contaminación. El modelo utiliza el método épsilon-restricción para obtener los frentes de Pareto de soluciones. Khalili-Damghani et al. (2015) proponen un modelo matemático biobjetivo de localización-ruteo, enfocándose en minimizar el costo total del sistema y el balanceo de la carga de trabajo. Se aplica el método exacto épsilon-restricción para obtener el frente de Pareto, el cual se compara con el algoritmo NSGA-II midiendo su desempeño a través de métricas multiobjetivos. Concluyen que el algoritmo genético es capaz de obtener soluciones diversas y cercanas al frente de Pareto de soluciones en instancias de gran escala, el cual el método exacto no es capaz de obtener.

Toro et al. (2017) proponen un modelo matemático de localización-ruteo capacitado verde (G-CLRP, por sus siglas en inglés) en el cual se minimiza el costo total de la operación y la contaminación generada por el consumo de combustible. El problema es resuelto con el método exacto épsilon-restricción, obteniendo frentes de Pareto de

diferentes instancias pequeñas. Además, su modelo es apto para instancias de gran escala utilizando otras estrategias, técnicas híbridas, heurísticas y metaheurísticas. Nedjati et al. (2017) abordan el problema biobjetivo de cobertura de localización-ruteo con reabastecimiento (CLRPR, por sus siglas en inglés), obteniendo el frente de Pareto por medio del método ϵ -restricción para compararlo con el algoritmo NSGA-II con dos ajustes extras para el modelo. Se obtiene un frente de Pareto en 7 segundos con las metaheurísticas planteadas y 2089 segundos con método exacto.

Rahimi et al. (2017) abordan su trabajo con el modelo multiobjetivo de localización-ruteo bajo casos inciertos y determinísticos. Para el caso incierto, se utiliza el método Monte Carlo y por el lado determinístico el método de ϵ -restricción. La meta del modelo es encontrar el número óptimo de clientes potenciales, minimizar el costo mínimo y maximizar la alta eficiencia del servicio. Los resultados obtenidos por el clásico algoritmo de descomposición (BDA, por sus siglas en inglés), la propuesta de la combinación ϵ -restricción y el BDA, y el método de sumatoria de ponderaciones son comparados, concluyen que la propuesta de combinación es más estable que los demás métodos.

Shijin Wang et al. (2018) contribuyen con la formulación de un modelo biobjetivo VRP con ventanas de tiempo suave y con multidepósito. En ese modelo se adoptó el método ϵ restricción aumentado (AUGMECON, por sus siglas en inglés) para obtener el frente de Pareto óptimo de instancias pequeñas. Para instancias medianas y grandes se aplican dos algoritmos heurísticos (H1, H2) basados en NSGA-II, concluyen, que el algoritmo H1 es mejor en instancias chicas y medianas, pero el H2 obtiene más soluciones en instancias grandes. Amini et al. (2019) desarrollan un modelo de grafos del problema de transportación-localización-ruteo de arcos para el transporte (TLARP, por sus siglas en inglés) en el cual optimizan el costo total y la holgura. Utilizan el método AUGMECON para encontrar el frente de Pareto verdadero. Posteriormente, los comparan con los frentes de Pareto obtenido con algoritmos basados en metaheurísticas como el genético y de búsqueda local.

Reza Tavakkoli-Moghaddam et al. (2019) proponen un problema multidepósito de ruteo abierto y cerrado de vehículos con flotas heterogéneas (MDCOVRPHV, por sus siglas en inglés), abordándolo con la modalidad de tener depósitos abiertos para contratar el transporte y cerrados para utilizar su transporte en la solución al problema. Abordan un problema con tres variantes: Abierto y cerrado, multidepósito y vehículos

heterogéneos, creando el problema (COMDMVRP, por sus siglas en inglés) enfocado en la administración de la cadena de suministro (SCM, por sus siglas en inglés). Se emplea la toma de decisiones basada en toma de decisiones con modelos multiobjetivo (MODM, por sus siglas en inglés) utilizando el método AUGMECON y la toma de decisiones basada en multiatributos (MADM, por sus siglas en inglés) a través del algoritmo híbrido de Proceso de Análisis Jerárquico y la valoración de alternativas (AHP TOPSIS, por sus siglas en inglés).

La revisión literaria muestra la tendencia para la resolución de problemas de ruteo de vehículos a través de los métodos exactos de solución utilizados en el ramo, que van desde método de ponderaciones, programación por metas y métodos basados en épsilon-restricción. A su vez, soporta los métodos utilizados para el problema presentado en este trabajo de tesis, los cuales son capaces en la solución de problemas biobjetivos de localización-ruteo de vehículos.

2.3.2 Modelo biobjetivo MDOLRP

El modelo Biobjetivo MDOLRP es un problema combinatorio, en la cual se segmenta la función objetivo (Eq. 1) en dos funciones objetivo que buscan minimizarse de manera simultánea posible. La formulación matemática para el problema biobjetivo MDOLRP está descrito de la siguiente manera:

La minimización del objetivo del costo total de transporte dado en la (Eq. 16).

$$F1 = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n D_{ij} \sum_{l=1}^{R_i} o_{ij}^l + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n C_{ij} x_{ij}, \quad \text{Eq. 16}$$

La minimización del objetivo del costo total de contratación dado en la (Eq. 17).

$$F2 = \min \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^{R_i} w_i^l z_i^l \quad \text{Eq. 17}$$

Sujeto a las restricciones (Eq. 2 – Eq.15).

2.3.2.1 Método WRMCGP

Este método fue introducido por primera vez como programación por metas por Charnes y Cooper (1957). El propósito del método es minimizar la desviación entre la aspiración de la meta y el alcance real para cada objetivo. El DM establece la aspiración de la meta, el nivel que quiere alcanzar. Sin embargo, debido a las múltiples decisiones que se requieren tomar en un problema, el método pondera las desviaciones a las funciones existentes en el problema.

El método fue adaptado por Chang (2007) al modelo de programación por metas de múltiple decisión (MCGP, por sus siglas en inglés) en el que se toma múltiples metas para cada objetivo. Adicionalmente, se realizó una adaptación del método en el que incluye diferentes condiciones en las que se generan las desviaciones como: "excedente de lo mejor" y "el faltante de lo mejor" (Chang, 2008; Yousefi et al., 2017). Debido a que el presente trabajo consiste en minimización de las funciones la segunda condición es la que se adecúa a la solución del modelo. El modelo matemático de programación por metas de múltiple decisión revisado (RMCGP, por sus siglas en inglés) se muestra a continuación:

$Z_i :=$ Función objetivo

$W_i :=$ Ponderaciones de desviaciones

$\alpha_i :=$ Ponderaciones de excedentes

$d_i^+ :=$ Desviaciones positivas

$d_i^- :=$ Desviaciones negativas

$e_i^+ :=$ Excedente positivo

$e_i^- :=$ Excedente negativo

$g_{i \min} :=$ Limite inferior

$g_{i \max} :=$ Limite superior

$y_i :=$ Variable auxiliar continua

La función objetivo (Eq. 18) minimiza las desviaciones, donde el número de objetivos está dado en $i = \{1, 2\}$.

$$\min W_1(d_1^+ + d_1^-) + \alpha_1(e_1^+ + e_1^-) + W_2(d_2^+ + d_2^-) + \alpha_2(e_2^+ + e_2^-), \quad \text{Eq. 18}$$

Este método pondera las desviaciones a las metas de cada función objetivo generando una pendiente en el cual se le da más peso a las desviaciones y a los excedentes de una función objetivo. Las figuras 3 y 4 muestran el comportamiento de

las ponderaciones en las desviaciones y excedentes e ilustran la minimización de las desviaciones para obtener la meta.

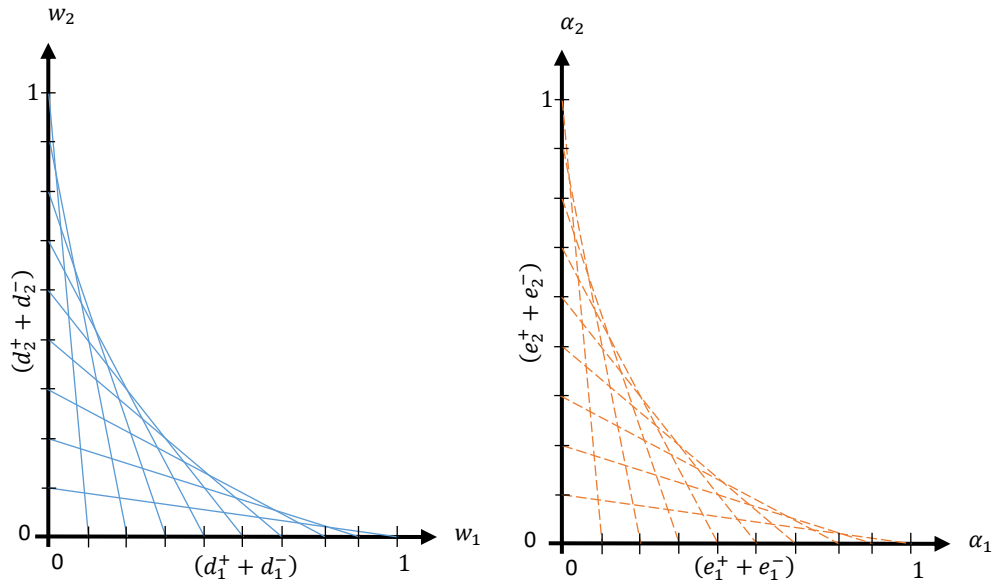


Figura 3. Ponderaciones a las desviaciones y excedentes

La función objetivo está sujeta a:

Las restricciones (Eq. 19) y (Eq. 20) sujetan la función objetivo Z_i a las desviaciones positivas d_i^+ y negativa d_i^- .

$$Z_1 - d_1^+ + d_1^- = y_1, \quad \text{Eq. 19}$$

$$Z_2 - d_2^+ + d_2^- = y_2, \quad \text{Eq. 20}$$

Las restricciones (Eq. 21) y (Eq. 22) sujetan la variable continua y_i a g_{imin} como su límite inferior y g_{imax} como su límite superior, fungiendo como la normalización de los objetivos.

$$g_{1min} \leq y_1 \leq g_{1max}, \quad \text{Eq. 21}$$

$$g_{2min} \leq y_2 \leq g_{2max}, \quad \text{Eq. 22}$$

Las restricciones (Eq. 23) y (Eq. 24), donde las desviaciones positivas e_i^+ y negativa e_i^- son obtenidas de la diferencia de $|y_i - g_{imin}|$.

$$y_1 - e_1^+ + e_1^- = g_{1min}, \quad \text{Eq. 23}$$

$$y_2 - e_2^+ + e_2^- = g_{2min}, \quad \text{Eq. 24}$$

g_{imin} y g_{imax} , se obtienen por la matriz lexicográfica, en la cual se obtienen los mínimos de cada función y los mínimos dados en las funciones minimizadas (Ver tabla 4).

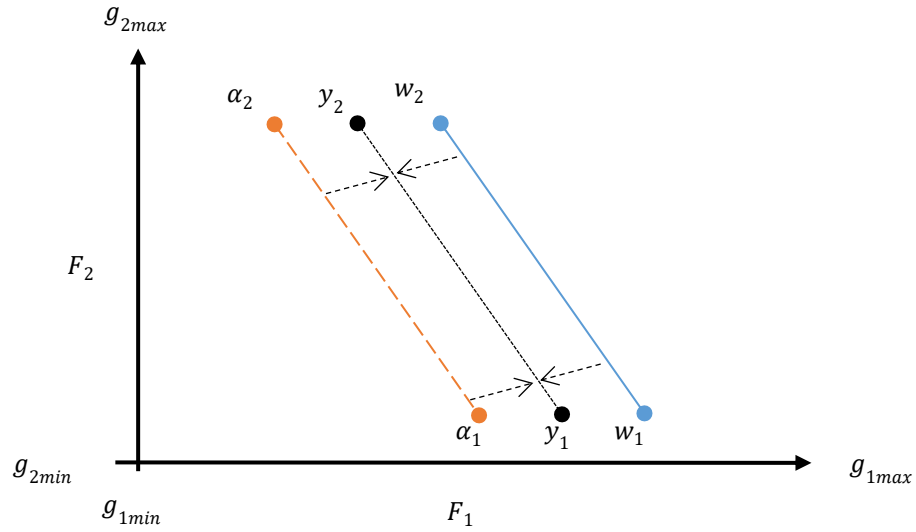


Figura 4. Ilustración de la minimización WRMCGP

Finalmente, todas las desviaciones son positivas (Eq. 25).

$$d_1^+, d_1^-, e_1^+, e_1^-, d_2^+, d_2^-, e_2^+, e_2^- \geq 0. \quad \text{Eq. 25}$$

Este método transforma las funciones objetivo en restricciones con desviaciones, las cuales son ponderadas y minimizadas en la nueva función objetivo. Lo cual permite obtener soluciones según la ponderación dada a cada función que el DM asigna. Sin embargo, a pesar de ser un método *a priori*, el método se convierte *a posteriori* si le aplica una iteración de ponderaciones para obtener su frente de Pareto como lo proponen Zhao & Verter (2015) en su trabajo con el método programación por metas ponderado (WGP, por sus siglas en inglés). Por lo tanto, el método para aplicarse es un RMCGP ponderado (WRMCGP, por sus siglas en inglés) (Ver figura 5). Sobre la base de la revisión literaria, se afirma que esta aplicación es novedosa en el problema de localización-ruteo de vehículos, pues convierte el método RMCGP con enfoque *a priori* en un método WRMCGP con enfoque *a posteriori*.

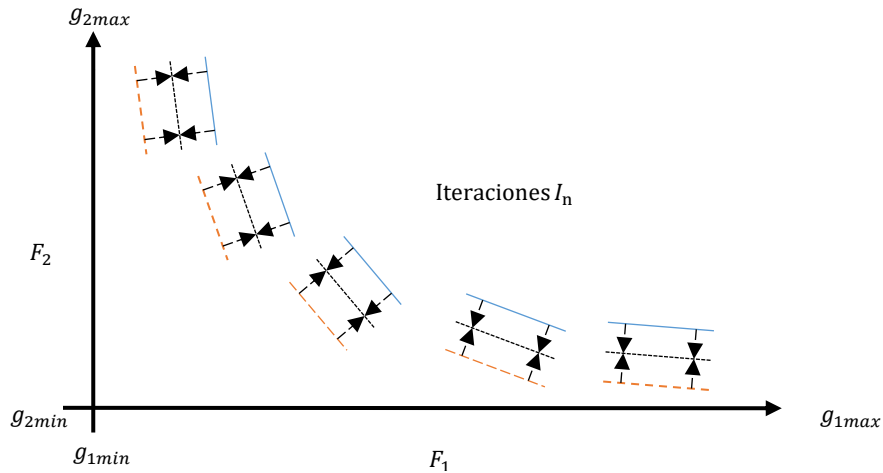


Figura 5. Iteraciones del frente de Pareto

2.3.2.2 Método AUGMECON2

El AUGMECON2 es un método mejorado del AUGMECON, trabajo basado en el método de epsilon-restricción que fue generado inicialmente por Chankong y Haimes (1983) citado en el trabajo de Laumanns (2006), el cual consiste en aplicar la escalarización al modelo para obtener el frente de Pareto (Mavrotas & Florios, 2013). El frente de Pareto es el conjunto de soluciones factibles obtenidas en la interacción de las funciones objetivos implicados. Este método convierte el modelo biobjetivo a un solo objetivo. El modelo general de AUGMECON2 se presenta de la siguiente manera:

El método minimiza la función objetivo 1 (Eq. 26) más el parámetro eps es un valor asignado entre $[10^{-3}, 10^{-6}]$ para homogenizar las funciones objetivos multiplicado por la proporción del excedente S_2 dividido por el rango r_2 obtenido de la matriz lexicográfica (ver tabla 4).

$$\min(f_1(x) + eps \times (S_2 / r_2)) , \quad \text{Eq. 26}$$

Sujeto a

$$f_2(x) + S_2 = e_2, \quad \forall x \in S; S_i \in R^+. \quad \text{Eq. 27}$$

De la misma manera para e_2 que es el límite superior y es calculada en cada iteración del método para la función objetivo 2 (Eq. 27).

2.3.3 Métricas multiobjetivo

Existen diferentes métricas para medir el desempeño de los métodos, de las cuales se utilizan las siguientes métricas para el presente trabajo:

2.3.3.1 NOS/NPS

La métrica número de soluciones óptimas/ soluciones en el frente de Pareto (NOS/NPS, por sus siglas en inglés) muestra el número de soluciones óptimas del frente de Pareto de cada algoritmo, a mayor número de soluciones mejor (Rayat et al., 2017).

2.3.3.2 Métrica de dominancia absoluta

En esta métrica, en la ecuación (Eq. 28) se obtiene con el porcentaje resultante de la proporción de las soluciones no dominadas del frente de Pareto que se ha de evaluar (FPA) entre todas las soluciones no dominadas del frente de Pareto combinado (FPC) resultante de los frentes de Pareto comparados (Rayat et al., 2017). La calidad permite determinar el desempeño de las soluciones obtenidas del algoritmo evaluado, el cual también se le conoce como dominancia absoluta.

$$Q(A) = \frac{\text{Número de soluciones no dominadas del FPA}}{\text{Número total de soluciones no dominadas FPC}}, \quad \text{Eq. 28}$$

2.3.3.3 Métrica RPOS

La métrica de la proporción de las soluciones óptimas del frente de Pareto (RPOS, por sus siglas en inglés) consiste en obtener la proporción existente de las soluciones no dominadas del frente A en el frente de Pareto combinado (F_AB) entre las soluciones no dominadas del frente A (F_A) (Eq. 29) (Altıparmak et al., 2006).

$$RPOS(A) = \frac{\text{Número de soluciones no dominadas F}_A \text{ en el F}_{AB}}{\text{Número de soluciones no dominadas frente A}}, \quad \text{Eq. 29}$$

2.3.3.4 Hyperarea ratio

La proporción de área generada (HR) (Eq. 32) por el frente de Pareto es la proporción del área obtenida (HA) entre el área total de referencia (AT). El área (HA) es la sumatoria de las áreas obtenidas de cada solución S_i con la diferencia de sus

coordenadas $F1_i$ y $F2_i$ al punto máximo M (HA) (Eq. 30) (Ver figura 6). Y el AT se obtiene del producto de las diferencias de las coordenadas del punto máximo M y $F1_{min}$ y $F2_{min}$ (Eq. 31) (Ver figura 2) (Zitzler & Thiele, 1999).

$$HA = \sum_{i=1}^n ((f1_i - f1_{i+1}) * (f2_M - f2_i)), \quad \text{Eq. 30}$$

$$AT = (f2_M - f2_{min}) * (f1_M - f1_{min}), \quad \text{Eq. 31}$$

$$HR = HA/AT, \quad \text{Eq. 32}$$

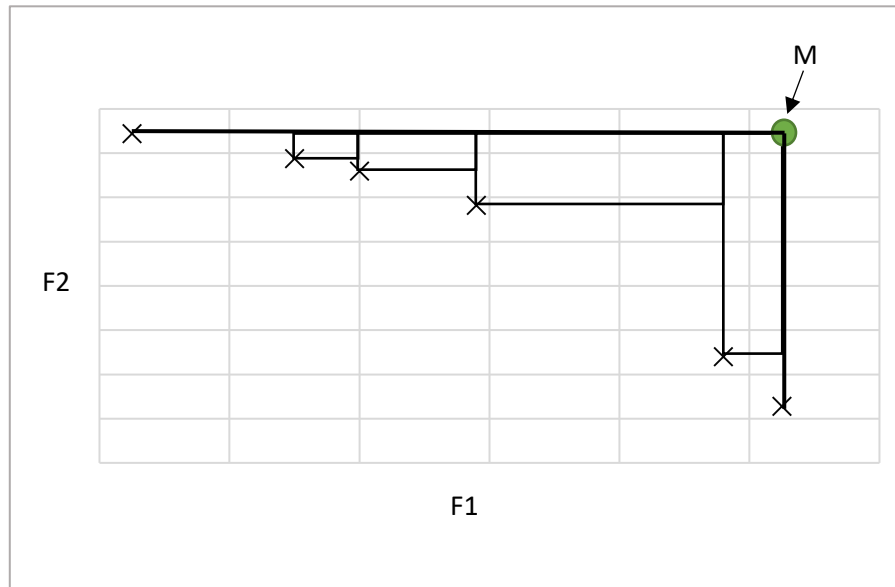


Figura 6. Hyperarea de un frente

3 Variables y métricas

Las siguientes variables con sus respectivas escalas planteadas del presente trabajo son:

Variables independientes:

- ✓ Tipo de instancia – Tipo cualitativa nominal
 - Flotas heterogéneas
 - Flotas homogéneas
- ✓ Tamaño de instancia – Tipo cuantitativa de intervalo
 - Cantidad de proveedores
 - Cantidad de vehículos
 - Cantidad de depósitos

Variables dependientes:

- ✓ Frentes de Pareto
 - Costos totales de contratación – Tipo cuantitativa de intervalo
 - Costos totales de transporte – Tipo cuantitativa de intervalo
- ✓ Calidad de resultados
 - Número de soluciones – Tipo cuantitativa de intervalo
 - Hiperarea ratio – Tipo cuantitativa de proporción
 - Rpos – Tipo cuantitativa de proporción
 - Dominancia absoluta – Tipo cuantitativa de proporción
- ✓ Tiempo de ejecución – Tipo cuantitativa de intervalo

Las métricas permitirán evidenciar la aceptación o rechazo de las hipótesis planteadas en el presente trabajo, las cuales se presentan en dos conjuntos de la siguiente manera:

Medición del desempeño de los métodos:

- ✓ Criterios multiobjetivos
 - NOS/NPS
 - Dominancia absoluta
 - RPOS
 - Hiperarea ratio
- ✓ Tiempo de ejecución

Medición del análisis del impacto del costo de contratación sobre el costo de transporte:

- ✓ Frentes de Pareto
 - Proporción de incremento del porcentaje del costo total de contratación
 - Proporción de incremento del porcentaje del costo total de transporte
 - Porcentaje de utilización de la capacidad de vehículos

4 Diseño preliminar

La experimentación consiste en comprobar las hipótesis planteadas en este trabajo, los cuales implican la ejecución de los modelos matemáticos con las instancias

propuestas de la literatura en el software de modelación AMPL. Los cambios en la variable independiente de la experimentación contemplados para este trabajo es el tipo de flota que representan las instancias, homogéneas y heterogéneas para las hipótesis sobre que el costo de contratación para flotas heterogéneas en un modelo biobjetivo MDOLRP producen un incremento menor en el costo total contratación que para las flotas homogéneas. Por otro lado, la implementación del tipo de método exacto para comprobar la calidad que soporta la hipótesis sobre que el método exacto AUGMECON2 resuelve con mejor calidad que el algoritmo exacto WRMCGP.

4.1 Datos

Para las hipótesis del presente trabajo se propone experimentar con pruebas determinísticas en el modelo biobjetivo con las siguientes instancias:

- ✓ Instancias heterogéneas (Nucamendi-Guillén et al., 2020).
- ✓ Instancias P y Pr (Cordeau et al., 1997).

Las instancias heterogéneas se caracterizan en que cada depósito tiene costos distintos de contratación. En el caso de las instancias P y Pr el costo de contratación es homogéneo, lo que significa que los costos de contratación son iguales para cada depósito. Las características de las instancias están dadas por la cantidad de proveedores, depósitos y vehículos (ver tablas 1 - 2).

Tabla 1. Instancias heterogéneas

Instancias	<i>n</i>	<i>m</i>	<i>k</i>
Kou15	11	3	8
Cax10	19	2	6
Wa-W1501	20	2	15
Wa-W1502	24	3	15
Wa-W1503	25	3	15
GaJ76-7	49	4	16
GaJ76-8	49	2	14
GaJ76-9	74	3	30
GaJ76-10	99	5	40
GaJ76-11	74	4	40
GaJ76-12	74	4	32
GaM74	248	6	132
GaMG74	28	3	18
<i>n</i> = Proveedores <i>m</i> = Depósitos <i>k</i> = Vehículos			

Tabla 2. Instancias homogéneas

Instancias	<i>n</i>	<i>m</i>	<i>k</i>
P_01	50	4	10
P_02	50	4	5
P_03	75	5	10
P_04	100	2	15
P_05	100	2	8
P_06	100	3	15
P_07	100	4	15
P_08	249	2	25
P_09	249	3	25
P_10	249	4	25
P_12	80	2	8
P_15	160	4	14
P_18	240	6	22
Pr_01	48	4	4
Pr_02	96	4	7
Pr_03	144	4	10
Pr_04	192	4	14
Pr_05	240	4	19
Pr_06	288	4	26
Pr_07	76	6	5
Pr_08	144	6	11
Pr_09	216	6	16
Pr_10	288	6	23
<i>n</i> = Proveedores <i>m</i> = Depósitos <i>k</i> = Vehículos			

Cada experimentación, métodos y los datos de las instancias son programadas en el lenguaje de optimización AMPL. Las características del equipo para las pruebas a realizar son los siguientes:

- ✓ Procesador: Intel Core i7-6600U @ 2.6GHz
- ✓ Memoria RAM: 16 GB
- ✓ Sistema operativo: Windows 10.
- ✓ El modelo se implementa en AMPL lenguaje de optimización y resuelve con GUROBI 9.0.0.
- ✓ Se limita a un tiempo computacional competitivo de 7200 segundos para cada solución.

4.2 Experimentación preliminar

De manera preliminar, se realizaron pruebas determinísticas para determinar si el costo de contratación genera un impacto en los siguientes escenarios:

- ✓ Modelo determinístico sin escalación S/E, consiste en ejecutar el modelo con el costo de contratación dado en la instancia.
- ✓ Modelo determinístico con Z^*0 , consiste en ejecutar el modelo con el costo de contratación multiplicado por “cero”.
- ✓ Modelo determinístico con Z^*10 , consiste en ejecutar el modelo con el costo de contratación multiplicado por 10.

De acuerdo con la figura 7, la experimentación preliminar muestra que la variación del costo de contratación influye en la cantidad de vehículos utilizados y el tiempo de solución. En el escenario donde el costo de contratación es multiplicado por “cero”, la solución se obtiene en un tiempo menor, mientras que el escenario donde el costo se multiplica por 10, genera que el tiempo computacional se incremente.

La figura 7 representa los resultados obtenidos en la ejecución de la experimentación preliminar, en el cual compara el tiempo de ejecución por cada escenario en las instancias obtenidas con optimalidad.

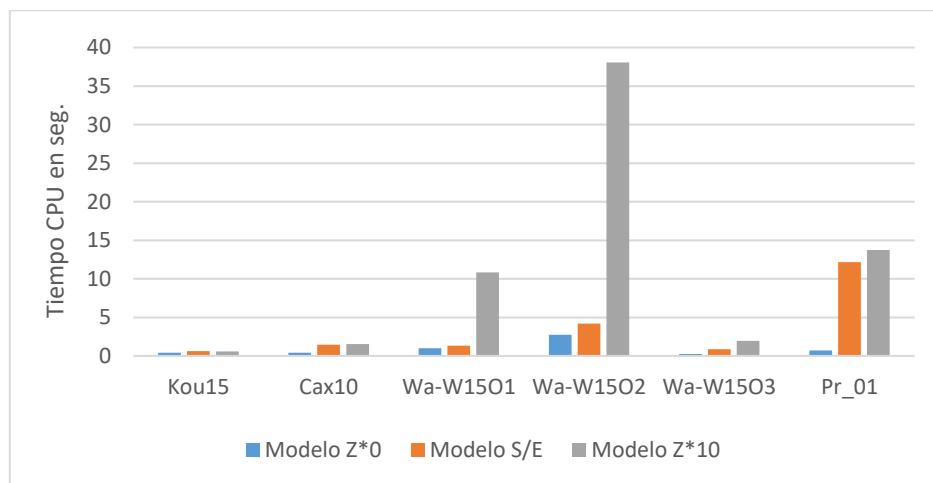


Figura 7. Tiempo por instancia y por escenario con optimalidad

La tabla 3 muestra la cantidad de depósitos, vehículos utilizados y el tiempo de solución de las instancias que se obtuvieron con optimalidad en los 3 escenarios. Al mismo tiempo, el número de vehículos disminuye cuando el costo de contratación se eleva.

Tabla 3. Tiempos y número de vehículos de instancias con optimalidad

Instancia	Modelo Z*0		Modelo S/E		Modelo Z*10	
	K'	t	K'	t	K'	t
Kou15	8	0.43	4	0.62	4	0.59
Cax10	6	0.41	4	1.47	4	1.53
Wa-W15O1	15	0.98	5	1.34	4	10.8
Wa-W15O2	15	2.73	7	4.18	7	38.1
Wa-W15O3	15	0.24	7	0.88	7	1.95
Pr_01	12	0.69	4	12.14	4	13.8
Promedio		0.91		3.44		11.1

K' = Vehículos Utilizados / t = Tiempo CPU en segundos

De acuerdo con la figura 8, en las instancias heterogéneas, la optimalidad se conservó en los 3 escenarios, pero con los datos de la tabla 3, los tiempos de ejecución promedio muestra el incremento por escenario confirmando que el costo es un factor que influye en el tiempo de solución. El tiempo de solución promedio para el escenario Z*10 genera 11 veces más el tiempo computacional comparado con el escenario Z*0. Por el lado de las instancias homogéneas, el incremento del costo de contratación genera que la cantidad de instancias con optimalidad sea mucho. Llegando tener el 4 % de optimalidad de las instancias ejecutadas. Los resultados se presentan en los anexos 9.1 y 9.2.

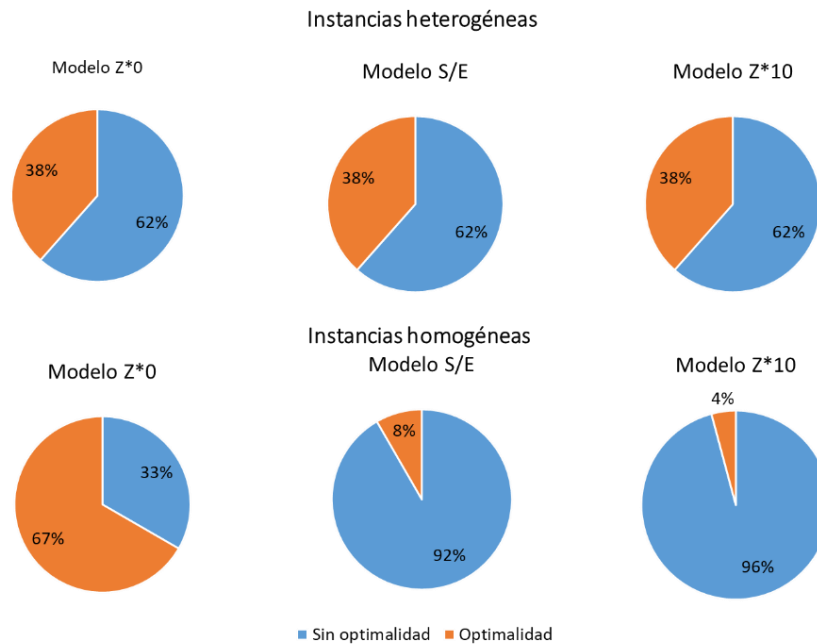


Figura 8. Porcentaje de instancias resueltas por tipo y por factor de escalación

Aunado a la sensibilidad a las variaciones del número de vehículos utilizados y tiempos computacionales resultantes de la experimentación preliminar de las instancias con los factores de escalación. Se procede con la experimentación del modelo biobjetivo que minimiza el costo total de contratación y el costo total de transporte que permitirá que el tomador de decisiones seleccione la solución más conveniente de las alternativas que se generan en el frente de Pareto.

5 Descripción del experimento

El experimento consiste en ejecutar el modelo biobjetivo MDOLRP con el método exacto WRMCGP y con el método AUGMECON2. A continuación, se detalla la implementación de los métodos al modelo biobjetivo MDOLRP, en ambos métodos se convierte el modelo biobjetivo en un modelo de un objetivo. La matriz lexicográfica se utiliza y funciona como la normalización de las funciones para cada método, cambiando únicamente la nomenclatura (ver tabla 4).

Esta matriz se obtiene con la minimización de cada función de manera independiente f_1 y f_2 obteniendo los valores de $f_1 min$ y $f_2 min$, los cuales son los límites inferiores de las funciones. Posteriormente, con valores anteriores se obtiene la minimización de la función 2 con el valor obtenido de la función 1 minimizado $f_2 | f_1 min$, de la misma manera se obtiene $f_1 | f_2 min$, los cuales son los límites superiores de las funciones.

Tabla 4. Matriz lexicográfica biobjetivo

<i>minimizar</i>	f_1	f_2
f_1	$f_1 min^*$	$f_1 f_2 min^*$
	g_{1min}^{**}	g_{2max}^{**}
f_2	$f_2 f_1 min^*$	$f_2 min^*$
	g_{1max}^{**}	g_{2min}^{**}
* AUGMECON2		** WRMCGP

5.1 Solución WRMCGP

La implementación del método WRMCGP convierte el modelo biobjetivo MDOLRP al modelo simple de la siguiente manera:

$$\min w_1(d_1^+ + d_1^-) + \alpha_1(e_1^+ + e_1^-) + w_2(d_2^+ + d_2^-) + \alpha_2(e_2^+ + e_2^-), \quad \text{Eq. 33}$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n D_{ij} \sum_{l=1}^{R_i} o_{ij}^l + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n C_{ij} x_{ij} - d_1^+ + d_1^- = y_1, \quad \text{Eq. 34}$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^{R_i} w_i^l z_i^l - d_2^+ + d_2^- = y_2. \quad \text{Eq. 35}$$

Sujeto a las restricciones (Eq. 2) – (Eq. 15) del modelo biobjetivo y a las restricciones provistas del método WRMCGP (Eq. 21) – (Eq. 25). El método inicia obteniendo los valores de la matriz lexicográfica (Ver tabla 4). Continúa con la inicialización de los parámetros w_1 , α_1 , $w_2 = 1 - w_1$ y $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$, los cuales son las ponderaciones. En el caso de este experimento el incremento i es de 0.05 hasta concluir con la ponderación 1, generando de esta manera las soluciones del frente de Pareto (Ver figura 9). El programa realizado en AMPL se encuentre en el anexo 9.5.

5.2 Solución AUGMECON2

El modelo biobjetivo MDOLRP minimiza la función 1 (Eq. 36) que es el costo total de la distancia, y la función 2 (Eq. 37) que es el costo total de contratación, se convierte en una restricción. La restricción está igualada a e_2 que es $f_1 | f_2 \min$ producido por la matriz lexicográfica (Ver tabla 4).

$$\min \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n D_{ij} \sum_{l=1}^{R_i} o_{ij}^l + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n C_{ij} x_{ij} + eps \times (S_2 / r_2) \right), \quad \text{Eq. 36}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^{R_i} w_i^l z_i^l + S_2 = e_2, \quad \text{Eq. 37}$$

Sujeto a las restricciones (Eq. 2) – (Eq. 15) del modelo biobjetivo MDOLRP. Siendo el r_2 el rango entre el $f_2 | f_1 min - f_2 min$, y S_2 el exceso de la restricción de la f_2 . El parámetro épsilon $eps = 10^{-3}$. El número de puntos por obtener q_2 (Grid points) está dado en el número de intervalos que se requiera ejecutar (para el presente modelo se eligen 10 intervalos). La escalarización está dada en el cálculo de los pasos $Step_2 = r_2 / q_2$. El valor $e_2 = f_2 | f_1 min - t * Step_2$, siendo t la iteración correspondiente del número de puntos. Y finalmente, se calcula el bypass $b = int(S_2 / Step_k)$. El método sigue los pasos del diagrama de flujo (Figura 10) para obtener el frente de Pareto del problema Biobjetivo. El programa realizado en AMPL se encuentre en el anexo 9.6.

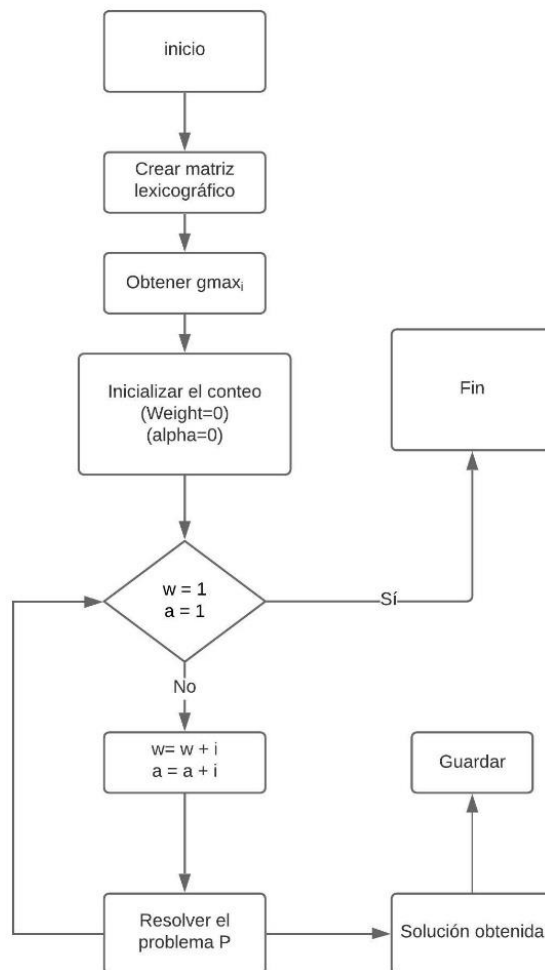


Figura 9. Diagrama de flujo método WRMCGP

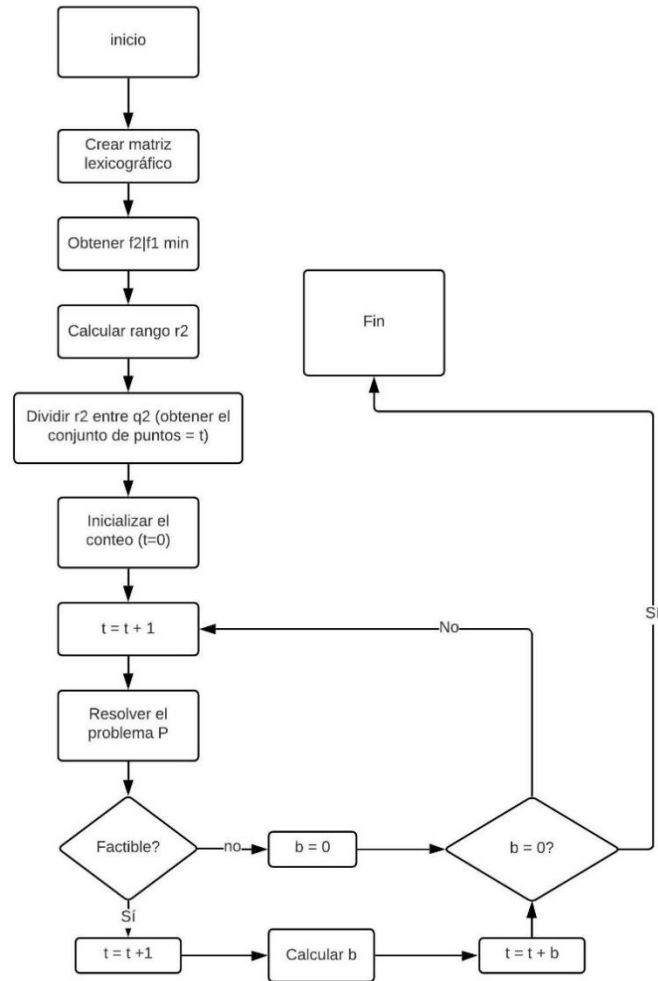


Figura 10. Diagrama de flujo AUGMECON2

6 Análisis de resultados

6.1 Experimentación computacional

Cada instancia se ejecutó con el método exacto AUGMECON2 y WRMCGP con un tiempo computacional máximo de 7200 segundos por ejecución. En el cual, las instancias que contenían holgura mayor a 0 ($r_2 > 0$) en el caso de AUGMECON2 y en el caso de WRMCGP $g_{imin} < g_{imax}$ producían el frente de Pareto para la solución, en el caso contrario, no se producían frente de Pareto donde la holgura es igual a 0 $r_2 = 0 \mid g_{imin} = g_{imax}$, respectivamente. Las instancias de menor tamaño se lograron resolver con optimalidad, siendo las heterogéneas con las características de 20 a 25 proveedores, 2 a 3 depósitos y 15 vehículos, mientras que, en el caso de las

homogéneas de 48 a 96 proveedores, 4 depósitos y 4 a 7 vehículos, en un tiempo computacional de 7200 segundos (ver tabla 5 - 6). El tiempo presentado resulta de la sumatoria de las iteraciones realizadas por frente de Pareto, es decir, cada iteración podría llegar a tener 7200 segundos si fuere el caso.

Se presentan los resultados de las instancias heterogéneas óptimas, sus características, número de soluciones y tiempo computacional en la tabla 5.

Tabla 5. NPS y tiempo para instancias heterogéneas con optimalidad

Instancia	n	m	k	NPS		Tiempo Seg	
				AUG2	WRMCGP	AUG2	WRMCGP
Wa-W1501	20	2	15	6	5	611.11	276.41
Wa-W1502	24	3	15	4	3	3126.82	1217.88
Wa-W1503	25	3	15	3	3	996.50	129.64
Promedio	23.00	2.67	15.00	4.33	3.67	1578.14	541.31
Min.	20.00	2.00	15.00				
Máx.	25.00	3.00	15.00				

Se presentan los resultados de las instancias homogéneas óptimas, sus características, número de soluciones y tiempo computacional en la tabla 6.

Tabla 6. NPS y tiempo para instancias homogéneas con optimalidad

Instancia	n	m	k	NPS		Tiempo Seg	
				AUG2	WRMCGP	AUG2	WRMCGP
P_02	50	4	5	5	8	1054.17	10372.99
Pr_01	48	4	4	9	6	34.47	44.20
Pr_02	96	4	7	5	3	3108.24	5023.21
Promedio	64.67	4.00	5.33	6.33	5.67	1398.96	5146.80
Min.	48.00	4.00	4.00				
Máx.	96.00	4.00	7.00				

Las ejecuciones de los métodos demuestran que el método AUGMECON2 obtiene más soluciones que el WRMCGP con una diferencia promedio de 0.66 soluciones en las instancias heterogéneas y homogéneas. En cuanto al tiempo de solución promedio existe una diferencia del 74.76 % del tiempo a favor del AUGMECON2 en las homogéneas. Por el lado de las instancias heterogéneas, el método WRMCGP tiene un tiempo computacional menor del 65.69 % de diferencia (Ver tabla 5 - 6).

En la tabla 7 se muestra que los frentes de Pareto obtenidos sin optimalidad, con una combinación de características de rango de 50 a 240 proveedores, 2 a 6 depósitos y 5 a 22 vehículos en un tiempo computacional de 7200 segundos.

Tabla 7. Instancias con frente Pareto sin optimalidad

Instancia	n	m	k
P_01	50	4	10
P_03	75	5	10
P_12	80	2	8
P_15	160	4	14
P_18	240	6	22
Pr_07	76	6	5
Min.	50	2	5
Máx.	240	6	22

Aunado a que las instancias mostradas en la tabla 6 no se obtuvieron con optimalidad en un tiempo computacional competitivo, se requiere un algoritmo metaheurístico para obtener soluciones aproximadas en instancias de gran escala en un tiempo computacional competitivo.

La figura 11 muestra un frente combinado de la instancia Pr_01, el cual funcionará como ejemplo para la explicación del cálculo de las métricas multiobjetivo.

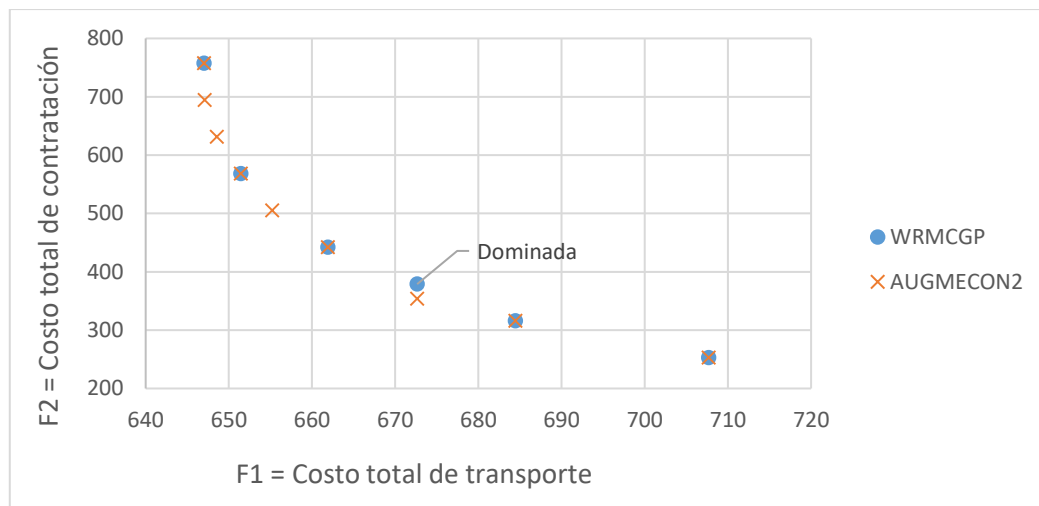


Figura 11. Frente de Pareto combinado Pr_01

En la comparación de los métodos es necesario la evaluación de las mismas a través de las métricas multiobjetivo. El primer paso consiste en crear un frente de Pareto combinado, en el cual es identificado si hay soluciones dominadas en el frente combinado. Por ejemplo, en el caso de la instancia Pr_01 hay una solución dominada

(Ver figura 11), lo que genera una proporción RPOS menor en WRMCGP con respecto al AUGMECON2. Y de la misma manera ocurre con respecto a la dominancia absoluta (ver tabla 7).

Tabla 8. Métricas RPOS y dominancia absoluta Pr_01

Total de soluciones F_AB	A	B
9		
Frente Pareto	AUGMECON2	WRMCGP
Total soluciones por frente	9	6
No dominadas	9	5
RPOS	1	0.833
Dominancia absoluta	1	0.667

Por otro lado, para el mismo ejemplo se realiza el cálculo del hyperarea mostrado en las tablas 9 y 10 para cada método, respectivamente, incluyendo el área total resultante del punto de referencia y las soluciones situados en los límites del frente de Pareto.

Tabla 9. Cálculo de hyperarea de Pr_01 en WRMCGP

F1	F2	Max F2	Ancho	Alto	Área
647.02	757.59	757.59	4.41	0	0
651.44	568.19		10.45	189.39	1980.15
661.89	441.92		10.73	315.66	3388.95
672.63	378.79		11.81	378.79	4474.71
684.44	315.66		23.23	441.92	10268.63
707.68	252.53		0	505.06	0
707.68	Referencias				Hyperarea

Tabla 10. Cálculo de hyperarea de Pr_01 en AUGMECON2

F1	F2	Max F2	Ancho	Alto	Área
647.02	757.59	757.59	0.053	0.00	0.00
647.08	694.45		1.477	63.13	93.26
648.55	631.32		2.886	126.26	364.40
651.44	568.19		3.752	189.39	710.55
655.19	505.06		6.703	252.53	1692.64
661.89	441.92		10.737	315.66	3389.15
672.63	353.54		11.813	404.04	4773.04
684.44	315.66		23.236	441.92	10268.49
707.68	252.53		0.00	505.06	0.00
707.68	Referencias				Hyperarea

Finalmente, en la tabla 11 muestra la relación de cada hyperarea entre el área total (HR). El resultado obtenido en este frente de Pareto afirma el mejor desempeño en el AUGMECON2 en esta instancia.

Tabla 11. Cálculo de hyperarea ratio de Pr_01

Min	Max	Diferencia	Área total	HA	HR	Método
647.02	707.68	60.65	30635.00	21291.57	0.695	AUGMECON
252.53	757.59	505.06		20112.47	0.657	WRMCGP

En la tabla 12 se muestra los resultados de las métricas multiobjetivo para cada instancia heterogénea obtenida con optimalidad y para cada método.

Tabla 12. Métricas multiobjetivo para instancias heterogéneas

Instancia	Q(A)		RPOS		HR	
	AUG2	WRMCGP	AUG2	WRMCGP	AUG2	WRMCGP
Wa-W1501	1	0.833	1	1	0.781	0.78
Wa-W1502	1	0.75	1	1	0.318	0.258
Wa-W1503	1	1	1	1	0.736	0.736
Promedio	1	0.861	1	1	0.612	0.591

En la tabla 13 se muestra los resultados de las métricas multiobjetivo para cada instancia homogénea obtenida con optimalidad y para cada método.

Tabla 13. Métricas multiobjetivo para instancias homogéneas

Instancia	Q(A)		RPOS		HR	
	AUG2	WRMCGP	AUG2	WRMCGP	AUG2	WRMCGP
P_02	1	0.625	1	1	0.699	0.657
Pr_01	1	0.667	1	0.833	0.695	0.657
Pr_02	1	0.6	1	1	0.616	0.521
Promedio	1	0.631	1	0.944	0.670	0.612

Según los resultados obtenidos de las métricas de dominancia absoluta, proporción de soluciones en el frente de Pareto y el hyperarea demuestran que el método AUGMECON2 tiene mejor desempeño que el método WRMCGP (tabla 12 - 13) en todas las instancias que se resolvieron a optimalidad. No obstante, el método WRMCGP presenta un desempeño cercano al AUGMECON2, con una diferencia del 23.9 % y 36.9 % en la dominancia absoluta, del 0.0 % y 2.56 % en el RPOS, del 3.43 % y 8.66 % en la hyperarea, en las instancias heterogéneas y homogéneas, respectivamente.

6.2 Análisis de costo total de contratación

El análisis para determinar si es mejor tener el contrato de un proveedor fijo o tener diferentes proveedores para la logística de materiales se realiza comparando la proporción del porcentaje de incremento y reducción de los costos obtenidos en las soluciones situadas en los extremos del frente de Pareto. La proporción se obtiene con la relación resultante del incremento y la reducción del costo en los límites del frente de Pareto, tal como se presenta en la figura 12. Cabe señalar que dichos frentes de Pareto permitirán al DM seleccionar la mejor solución del análisis del efecto del costo total de contratación sobre el costo total de transporte. Además, los frentes de Pareto obtenidos muestran la función objetivo 1 como el costo total de transporte y la función objetivo 2 como el costo total de contratación.

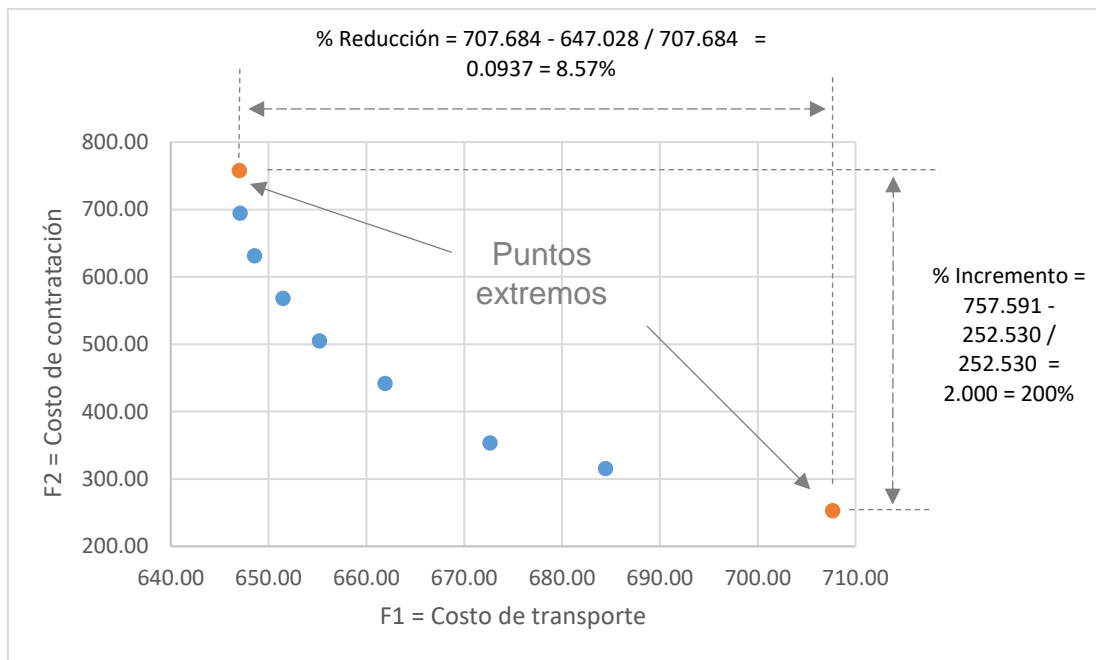


Figura 12. Cálculo del porcentaje del incremento y reducción de los costos

Para el análisis se comparan los costos resultantes obtenidos de los frentes de Pareto de cada instancia resuelta con optimalidad, involucrando el porcentaje de incremento y reducción de los costos y el porcentaje de utilización de los vehículos.

En la tabla 14 se presentan los porcentajes de incrementos para el costo total de transporte y los porcentajes de reducción del costo total de contratación para cada instancia homogénea y el promedio.

Tabla 14. Porcentaje del incremento de costos para instancias homogéneas

Instancia	Reducción	Incremento
	Transporte F1	Contratación F2
P_02	5.76 %	140.00 %
Pr_01	8.57 %	200.00 %
Pr_02	2.78 %	57.14 %
Promedio	5.70 %	132.38 %

El porcentaje de incremento de los costos promedio para las instancias homogéneas en el costo de contratación es de 132.38 %, representando el incremento necesario en dicho costo para lograr un ahorro promedio de 5.70 % en el costo de transporte.

En la tabla 15 se muestran los porcentajes promedios mínimos y máximos de utilización de la capacidad de los vehículos de las soluciones por instancia que permite ver el aprovechamiento de las instancias homogéneas. En dichos escenarios se lograría en promedio un aprovechamiento de los vehículos mínima del 40.54 % y máxima del 91.91 %.

Tabla 15. Porcentaje de utilización de capacidad de instancias homogéneas

Instancia	% Utilización de capacidad	
	Mínimo	Máximo
P02	37.36 %	97.50 %
Pr01	27.38 %	85.13 %
Pr02	56.88 %	93.11 %
Promedio	40.54 %	91.91 %

Los frentes de Pareto de las instancias Cordeau P y Pr, ejemplifican el costo que incurre el contrato de un proveedor fijo para la planta de manufactura. En la figura 13, que es el frente de Pareto Pr_01, se muestra específicamente lo siguiente:

- ✓ El porcentaje del incremento de costo total de contratación es del 200 % para lograr un ahorro promedio del 8.57 % en el costo total de transporte.
- ✓ En dichos escenarios, se obtiene un aprovechamiento vehicular de 27.38 % como mínimo y 85.13 % como máximo.

Los valores de las soluciones del frente de Pareto Pr_01 se presentan en el anexo 9.3.

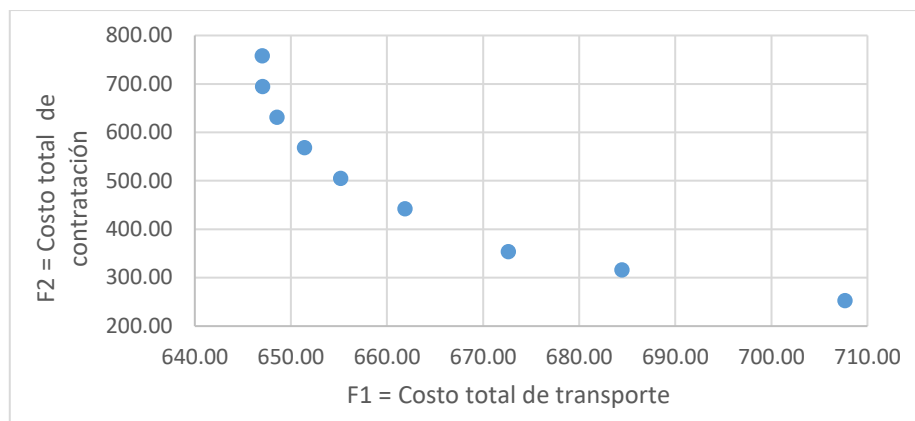


Figura 13. Frente de Pareto Pr_01

En la tabla 16 se presentan los porcentajes de incrementos para el costo total de transporte y los porcentajes de reducción del costo total de contratación para cada instancia heterogénea y el promedio.

Tabla 16. Proporción de costos instancias heterogéneas

Instancia	Reducción Transporte F1	Incremento Contratación F2
Wa-W1501	15.58 %	36.36 %
Wa-W1502	11.02 %	10.00 %
Wa-W1503	7.42 %	12.50 %
Promedio	11.34 %	19.62 %

Por el lado de las instancias heterogéneas, el porcentaje del incremento promedio en el costo de contratación es de 19.62 %, para lograr un ahorro promedio del 11.34 % en el costo de transporte.

En la tabla 17 se muestran los porcentajes promedios mínimos y máximos de utilización de la capacidad de los vehículos de las soluciones por instancia, que permite ver el aprovechamiento de las instancias heterogéneas. En dichos casos, se lograría el aprovechamiento vehicular promedio mínima del 84.41 % y máxima del 98.19 %.

Tabla 17. Porcentaje de utilización de capacidad de instancias heterogéneas

Instancia	% Utilización de capacidad	
	Mínimo	Máximo
Wa-W1501	72.74 %	96.00 %
Wa-W1502	92.86 %	100.00 %
Wa-W1503	87.62 %	98.57 %
Promedio	84.41 %	98.19 %

Los frentes de Pareto de las instancias heterogéneas describen el costo en que incurre la empresa si selecciona diferentes proveedores. En la figura 13, que es el frente de Pareto Wa-W15O1, se muestra específicamente lo siguiente:

- ✓ El porcentaje del incremento de costo total de contratación es del 36.36 % para lograr un ahorro promedio del 15.58 % en el costo total de transporte.
- ✓ En dichos escenarios, se obtiene un aprovechamiento vehicular de 72.74 % como mínimo y 98.19 % como máximo.

Los valores de las soluciones del frente de Pareto Wa-W15O1 se presentan en el anexo 9.4.

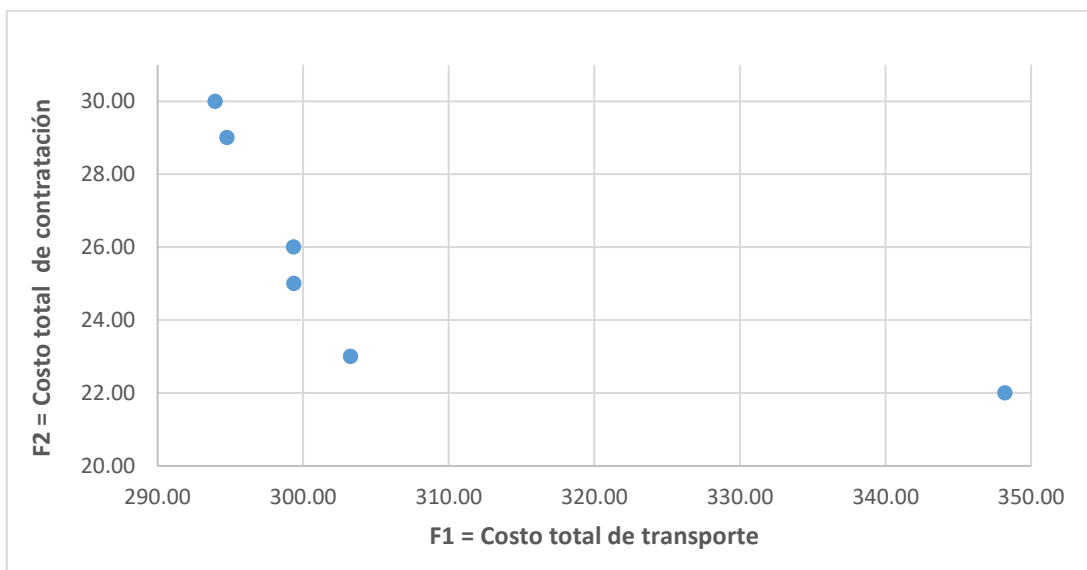


Figura 14. Frente de Pareto Wa-W15O1

Con esto queda en evidencia que el costo total de contratación de diferentes compañías de transporte es menor al costo total de contratación teniendo un contrato de exclusividad con la compañía actual. En otras palabras, si se comparan los porcentajes del incremento promedio del costo total de contratación de las instancias homogéneas y heterogéneas hay un ahorro de hasta el 85% a favor de las heterogéneas. Por otro lado, en cuanto el porcentaje de utilización existe una diferencia de 13.78% promedio en las heterogéneas, y en las homogéneas genera una diferencia de 51.37% promedio. Entendiendo que una flota heterogénea permite mejor el aprovechamiento de los vehículos.

7 Conclusiones

El análisis de este trabajo permite evidenciar el impacto en el costo logístico a través del modelo biobjetivo. El modelo biobjetivo MDOLRP es un problema combinatorio con las siguientes características: heterogéneo (según la instancia), multidepósito, abierto, de localización-ruteo y multiobjetivos. El problema se clasifica como NP-duro, el cual para instancias de gran escala requiere de metaheurísticas para su solución. Sin embargo, la implementación de métodos exactos es realizable en tiempo razonable para instancias chicas.

La solución al modelo consistió en implementar métodos exactos. Los métodos fueron probados con instancias de la literatura, obteniendo optimalidad en instancias heterogéneas de 20 a 25 proveedores, 2 a 3 depósitos y 15 vehículos, y en las instancias homogéneas de 48 a 96 proveedores, 4 depósitos y de 4 a 7 vehículos en un tiempo computacional máximo de 7200 segundos.

AUGMECON2 y WRMCGP fueron evaluados a través de métricas multiobjetivos exponiendo que el método AUGMECON2 logró mejor desempeño que el método WRMCGP. No obstante, el método WRMCGP obtuvo mejor desempeño en tiempos de ejecución en instancias heterogéneas. Según la revisión literaria, esta implementación es novedosa para el problema de localización-ruteo de vehículos, en el que se convierte el método RMCGP con enfoque a priori a un método WRMCGP con enfoque a posteriori.

Por otro lado, se demostró que el costo de contratación en las instancias homogéneas (proveedor fijo) genera un incremento mayor en el costo total de contratación para obtener un ahorro mínimo en el costo total de transporte. Mientras que en las instancias heterogéneas (diversos proveedores) generó un incremento menor para obtener un ahorro mayor en comparación de las homogéneas. Finalmente, comparativamente se mostró un ahorro promedio de hasta el 85 % en el costo total de contratación y el porcentaje de utilización 73 % mayor a favor de las heterogéneas.

Para futuros trabajos en el tema, la aplicación de metaheurísticas para soluciones a instancias de mayor tamaño será interesante. La aplicación de objetivos de diferente naturaleza como tiempo máximo de entrega, nivel de servicio al cliente, establecer índices de prioridad, ventanas de tiempo, entregas divididas, costos de apertura por depósito, aplicaciones con el uso de drones y vehículos autónomos, serían de utilidad

para generar conocimiento en este ramo del ruteo de vehículos. Y finalmente, probar el método WRMCGP en otras instancias de flotas heterogéneas debido al desempeño en tiempo de ejecución obtenido en el presente trabajo.

8 Referencias

- Adhi, A., Santosa, B., & Siswanto, N. (2019). A new metaheuristics for solving vehicle routing problem: Partial Comparison Optimization. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 598, 012023. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/598/1/012023>
- Altıparmak, F., Gen, M., Lin, L., & Paksoy, T. (2006). A genetic algorithm approach for multi-objective optimization of supply chain networks. *Computers & Industrial Engineering*, 51(1), 196-215. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2006.07.011>
- Amini, A., Tavakkoli-Moghaddam, R., & Ebrahimnejad, S. (2019). A bi-objective transportation-location arc routing problem. *Transportation Letters*, 1-15. <https://doi.org/10.1080/19427867.2019.1679405>
- Arango González, D. S., Olivares-Benitez, E., & Miranda, P. A. (2017). Insular Biobjective Routing with Environmental Considerations for a Solid Waste Collection System in Southern Chile. *Advances in Operations Research*, 2017, 1-11. <https://doi.org/10.1155/2017/4093689>
- Asefi, H., Shahparvari, S., Chhetri, P., & Lim, S. (2019). Variable fleet size and mix VRP with fleet heterogeneity in Integrated Solid Waste Management. *Journal of Cleaner Production*, 230, 1376-1395. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.04.250>
- Azadeh, A., & Farrokhi-Asl, H. (2019). The close–open mixed multi depot vehicle routing problem considering internal and external fleet of vehicles. *Transportation Letters*, 11(2), 78-92. <https://doi.org/10.1080/19427867.2016.1274468>

- Braekers, K., Ramaekers, K., & Van Nieuwenhuyse, I. (2016). The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers & Industrial Engineering*, 99, 300-313. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.12.007>
- Chang, C.-T. (2007). Multi-choice goal programming. *Omega*, 35(4), 389-396. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2005.07.009>
- Chang, C.-T. (2008). Revised multi-choice goal programming. *Applied Mathematical Modelling*, 32(12), 2587-2595. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2007.09.008>
- Charnes, A., & Cooper, W. W. (1957). Management Models and Industrial Applications of Linear Programming. *Management Science*, 4(1), 38-91. <https://doi.org/10.1287/mnsc.4.1.38>
- Chica, M., Cordon, Ó., Damas, S., & Bautista, J. (2015). Interactive preferences in multiobjective ant colony optimisation for assembly line balancing. *Soft Computing*, 19(10), 2891-2903. <https://doi.org/10.1007/s00500-014-1451-1>
- Cordeau, J.-F., Gendreau, M., & Laporte, G. (1997). A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems. *Networks: An International Journal*, 30, 105–119. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0037\(199709\)30:2%3C105::AID-NET5%3E3.0.CO;2-G](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0037(199709)30:2%3C105::AID-NET5%3E3.0.CO;2-G)
- Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management science*, 6(1), 80–91. <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80>
- Drexl, M., & Schneider, M. (2015). A survey of variants and extensions of the location-routing problem. *European Journal of Operational Research*, 241(2), 283-308. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.08.030>
- Galindres-Guanca, L. F., Toro-Ocampo, E. M., & Gallego-Rendón, R. A. (2018). Multi-objective MDVRP solution considering route balance and cost using the ILS metaheuristic. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 33-46. <https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2017.5.002>

- Gong, D., Liu, Y., Ji, X., & Sun, J. (2015). Evolutionary algorithms with user's preferences for solving hybrid interval multi-objective optimization problems. *Applied Intelligence*, 43(3), 676-694. <https://doi.org/10.1007/s10489-015-0658-x>
- Gong, D., Sun, J., & Ji, X. (2013). Evolutionary algorithms with preference polyhedron for interval multi-objective optimization problems. *Information Sciences*, 233, 141-161. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2013.01.020>
- Han, M., & Wang, Y. (2018). A Survey for Vehicle Routing Problems and Its Derivatives. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 452, 042024. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/452/4/042024>
- Irnich, S., Toth, P., & Vigo, D. (2014). Chapter 1: The Family of Vehicle Routing Problems. En P. Toth & D. Vigo (Eds.), *Vehicle Routing* (pp. 1-33). Society for Industrial and Applied Mathematics. <https://doi.org/10.1137/1.9781611973594.ch1>
- Kabadurmuş, Ö., Erdoğan, M. S., Özkan, Y., & Köseoğlu, M. (2019). A Multi-Objective Solution of Green Vehicle Routing Problem. *Logistics & Sustainable Transport*, 10(1), 31-44. <https://doi.org/10.2478/jlst-2019-0003>
- Kardar, L., Farahani, R., & Rezapour, S. (2011). *Logistics Operations and Management: Concepts and Models*. Elsevier. <http://ebookcentral.proquest.com/lib/upgdl-ebooks/detail.action?docID=692427>
- Khalili-Damghani, K., Abtahi, A.-R., & Ghasemi, A. (2015). A New Bi-objective Location-routing Problem for Distribution of Perishable Products: Evolutionary Computation Approach. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms in Operations Research*, 14(3), 287-312. <https://doi.org/10.1007/s10852-015-9274-3>

- Kovacs, A. A., Parragh, S. N., & Hartl, R. F. (2015). The multi-objective generalized consistent vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 247(2), 441-458. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.06.030>
- Laumanns, M., Thiele, L., & Zitzler, E. (2006). An efficient, adaptive parameter variation scheme for metaheuristics based on the epsilon-constraint method. *European Journal of Operational Research*, 169(3), 932-942. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.08.029>
- Liu, T., Jiang, Z., & Geng, N. (2014). A genetic local search algorithm for the multi-depot heterogeneous fleet capacitated arc routing problem. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 26(4), 540-564. <https://doi.org/10.1007/s10696-012-9166-z>
- Mavrotas, G., & Florios, K. (2013). An improved version of the augmented ϵ -constraint method (AUGMECON2) for finding the exact pareto set in multi-objective integer programming problems. *Applied Mathematics and Computation*, 219(18), 9652-9669. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2013.03.002>
- Merrill M. Flood. (1956). *The Traveling-Salesman Problem*. 16. <https://doi.org/10.1287/opre.4.1.61>
- Miettinen, K., & Mäkelä, M. M. (1996). NIMBUS — Interactive Method for Nondifferentiable Multiobjective Optimization Problems. En M. Tamiz (Ed.), *Multi-Objective Programming and Goal Programming* (Vol. 432, pp. 50-57). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-87561-8_5
- Montoya-Torres, J. R., López Franco, J., Nieto Isaza, S., Felizzola Jiménez, H., & Herazo-Padilla, N. (2015). A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots. *Computers & Industrial Engineering*, 79, 115-129. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2014.10.029>

- Nedjati, A., Izbirak, G., & Arkat, J. (2017). Bi-objective covering tour location routing problem with replenishment at intermediate depots: Formulation and meta-heuristics. *Computers & Industrial Engineering*, *110*, 191-206. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.06.004>
- Nucamendi-Guillén, S., Gómez-Padilla, A., Olivares-Benitez, E., & Moreno-Vega, J. M. (2020). The Multi-depot Open Location Routing Problem with a Heterogeneous Fixed Fleet. *Unpublished*.
- Oruc, B. E., & Kara, B. Y. (2018). Post-disaster assessment routing problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, *116*, 76-102. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2018.08.002>
- Penna, P. H. V., Subramanian, A., & Ochi, L. S. (2013). An Iterated Local Search heuristic for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem. *Journal of Heuristics*, *19*(2), 201-232. <https://doi.org/10.1007/s10732-011-9186-y>
- Rabbani, M., Farrokhi-Asl, H., & Asgarian, B. (2017). Solving a bi-objective location routing problem by a NSGA-II combined with clustering approach: Application in waste collection problem. *Journal of Industrial Engineering International*, *13*(1), 13-27. <https://doi.org/10.1007/s40092-016-0172-8>
- Rahimi, I., Hong Tang, S., Ahmadi, A., Binti Ahmad, S. A., Lee, L. S., & M. Sharaf, A. (2017). Evaluating the Effectiveness of Integrated Benders Decomposition Algorithm and Epsilon Constraint Method for Multi-Objective Facility Location Problem under Demand Uncertainty. *Iranian Journal of Management Studies*, *10*(3). <https://doi.org/10.22059/ijms.2017.229298.672575>
- Ramos, M., Boix, M., & Domenech, S. (2014). Multiobjective Optimization Using Goal Programming for Industrial Water Network Design. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, *53*(45), 17722-17735. <https://doi.org/10.1021/ie5025408>

- Ramos, T. R. P., Gomes, M. I., & Barbosa-Póvoa, A. P. (2020). A new matheuristic approach for the multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes. *OR Spectrum*, *42*(1), 75-110. <https://doi.org/10.1007/s00291-019-00568-7>
- Rayat, F., Musavi, M., & Bozorgi-Amiri, A. (2017). Bi-objective reliable location-inventory-routing problem with partial backordering under disruption risks: A modified AMOSA approach. *Applied Soft Computing*, *59*, 622-643. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017.06.036>
- Sabino, C. (2014). *El proceso de investigación*. Editorial Episteme.
- Schneider, M., & Drexl, M. (2017). A survey of the standard location-routing problem. *Annals of Operations Research*, *259*(1-2), 389-414. <https://doi.org/10.1007/s10479-017-2509-0>
- Tavakkoli-Moghaddam, R., Meskini, M., Nasser, H., & Tavakkoli-Moghaddam, H. (2019). A Multi-Depot Close and Open Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Vehicles. *2019 International Conference on Industrial Engineering and Systems Management (IESM)*, 1-6. <https://doi.org/10.1109/IESM45758.2019.8948137>
- Toro, E. M., Franco, J. F., Echeverri, M. G., & Guimarães, F. G. (2017). A multi-objective model for the green capacitated location-routing problem considering environmental impact. *Computers & Industrial Engineering*, *110*, 114-125. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.05.013>
- Wang, S., Wang, X., Liu, X., & Yu, J. (2018). A Bi-Objective Vehicle-Routing Problem with Soft Time Windows and Multiple Depots to Minimize the Total Energy Consumption and Customer Dissatisfaction. *Sustainability*, *10*(11), 4257. <https://doi.org/10.3390/su10114257>

- Wu, T.-H., Low, C., & Bai, J.-W. (2002). Heuristic solutions to multi-depot location-routing problems. *Computers & Operations Research*, 29(10), 1393-1415. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(01\)00038-7](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(01)00038-7)
- Yousefi, H., avakkoli-Moghaddam, R. T., Taheri Babil Oliaei, M., Mohammadi, M., & Mozaffari, A. (2017). Solving a bi-objective vehicle routing problem under uncertainty by a revised multi-choice goal programming approach. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 283-302. <https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2017.1.003>
- Zarandi, M. H. F., Hemmati, A., & Davari, S. (2011). The multi-depot capacitated location-routing problem with fuzzy travel times. *Expert Systems with Applications*, 38(8), 10075-10084. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.02.006>
- Zhao, J., & Verter, V. (2015). A bi-objective model for the used oil location-routing problem. *Computers & Operations Research*, 62, 157-168. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.10.016>
- Zitzler, E., & Thiele, L. (1999). Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 3(4), 257-271. <https://doi.org/10.1109/4235.797969>

9 Anexos

9.1 Resultados determinísticos instancias homogéneas

Instancia	Z*0						Z*10						S/E					
	M'	K'	F	BB	%	t	M'	K'	F	BB	%	t	M'	K'	F	BB	%	t
P01	4	15	386.18	386.18	0.0 %	3.89	4	10	3563.73	3454.40	3.1 %	7200	4	11	738.40	706.52	4.3 %	7200
P02	4	13	375.93	375.93	0.0 %	0.844	4	5	1989.00	1939.71	2.5 %	7200	4	5	557.90	557.90	0.0 %	3792.51
P03	5	16	474.57	474.57	0.0 %	6.281	5	10	3933.45	3662.61	6.9 %	7200	5	11	849.41	807.47	4.9 %	7200
P04	2	17	662.22	652.03	1.5 %	7200	2	15	5875.78	5524.50	6.0 %	7200	2	16	1198.83	1134.58	5.4 %	7200
P05	2	10	607.53	607.49	0.0 %	72.05	2	8	3299.49	3046.66	7.7 %	7200	2	8	883.34	853.61	3.4 %	7200
P06	3	18	611.99	611.99	0.0 %	1005.92	3	16	5925.49	5437.09	8.2 %	7200	3	16	1145.36	1091.73	4.7 %	7200
P07	4	18	608.28	608.28	0.0 %	1253.33	4	16	5925.49	5437.09	8.2 %	7200	4	16	1145.36	1091.73	4.7 %	7200
P08	2	28	2842.92	2604.13	8.4 %	7200	2	27	30332.76	27190.41	10.4 %	7200	2	28	5760.92	5053.57	12.3 %	7200
P09	3	30	2623.38	2430.55	7.4 %	7200	3	27	30138.08	27025.16	10.3 %	7200	3	27	5362.47	4888.13	8.8 %	7200
P10	4	27	2484.27	2365.99	4.8 %	7200	4	24	29951.15	26955.59	10.0 %	7200	4	24	5253.40	4813.77	8.4 %	7200
P11	5	25	2459.32	2356.65	4.2 %	7200	5	23	29911.18	26931.90	10.0 %	7200	5	24	5322.69	4790.70	10.0 %	7200
P12	2	15	953.26	953.26	0.0 %	5.328	2	8	7710.57	7021.67	8.9 %	7200	2	8	1701.86	1624.23	4.6 %	7200
P15	4	24	1885.81	1885.81	0.0 %	27.141	4	16	19866.51	17936.21	9.7 %	7200	4	17	3840.57	3518.58	8.4 %	7200
P18	6	36	2818.36	2818.36	0.0 %	88.75	6	23	35830.98	33539.13	6.4 %	7200	6	22	6686.68	5906.34	11.7 %	7200
Pr_01	4	12	647.03	647.03	0.0 %	0.69	4	4	3232.99	3232.99	0.0 %	13.75	4	4	960.21	960.21	0.0 %	12.14
Pr_02	4	11	979.82	979.82	0.0 %	8.875	4	7	5261.87	4798.92	8.8 %	7200	4	7	1433.53	1388.15	3.2 %	7200
Pr_03	4	17	1423.48	1423.48	0.0 %	41.5	4	10	9142.98	8644.56	5.5 %	7200	4	11	2282.67	2155.35	5.6 %	7200
Pr_04	4	19	1514.07	1514.07	0.0 %	1238.08	4	14	11187.26	10533.15	5.8 %	7200	4	14	2490.71	2406.74	3.4 %	7200
Pr_05	4	21	1697.99	1645.04	3.1 %	7200	4	20	13546.88	12634.45	6.7 %	7200	4	18	2941.04	2736.35	7.0 %	7200
Pr_06	4	23	1977.41	1953.74	1.2 %	7200	4	20	17357.10	15946.61	8.1 %	7200	4	20	3524.46	3338.85	5.3 %	7200
Pr_07	6	15	821.25	821.25	0.0 %	1.468	4	5	4428.12	4219.28	4.7 %	7200	4	5	1280.52	1259.55	1.6 %	7200
Pr_08	6	20	1254.45	1254.45	0.0 %	38.829	6	11	9123.63	8706.37	4.6 %	7200	6	12	2128.91	2022.19	5.0 %	7200
Pr_09	6	18	1587.40	1587.40	0.0 %	1136.84	6	17	13707.83	12394.76	9.6 %	7200	6	17	2808.96	2660.91	5.3 %	7200
Pr_10	6	24	1968.67	1932.18	1.9 %	7200	6	20	19340.71	17501.96	9.5 %	7200	6	16	3778.89	3471.45	8.1 %	7200

M' | K' = Utilizados / F = Función objetivo / BB = Best bound / % = Gap / t = Tiempo de ejecución

9.2 Resultados determinísticos instancias heterogéneas

Instancia	Modelo Z*0						Modelo Z*10						Modelo S/E					
	M'	K'	F	BB	%	t	M'	K'	F	BB	%	t	M'	K'	F	BB	%	t
Kou15	2	8	1,303.52	1,303.52	0.0 %	0.43	2	4	17303.52	17,303.52	0.0 %	0.59	2	4	2,903.52	2,903.52	0.0 %	0.62
Cax10	2	6	930.92	930.92	0.0 %	0.41	2	4	1020.92	1,020.92	0.0 %	1.53	2	4	939.92	939.92	0.0 %	1.47
Wa-W1501	2	15	293.95	293.95	0.0 %	0.98	2	4	533.24	533.24	0.0 %	10.83	2	5	323.75	323.75	0.0 %	1.34
Wa-W1502	3	15	656.07	656.07	0.0 %	2.73	3	7	986.07	986.07	0.0 %	38.06	3	7	689.07	689.07	0.0 %	4.18
Wa-W1503	3	15	414.45	414.45	0.0 %	0.24	3	7	745.08	745.08	0.0 %	1.95	3	7	448.08	448.08	0.0 %	0.88
GaJ76-7	4	16	795.22	755.42	5.0 %	7200	4	13	429945.04	415,564.80	3.3 %	7200	4	13	44,205.65	42,226.61	4.5 %	7200
GaJ76-8	2	14	1,391.59	1,292.52	7.1 %	7200	2	14	459891.10	434,550.71	5.5 %	7200	2	14	47,253.42	44,622.66	5.6 %	7200
GaJ76-9	3	30	1,141.16	1,079.70	5.4 %	7200	3	9	325184.99	322,089.85	1.0 %	7200	2	9	34,179.82	33,296.24	2.6 %	7200
GaJ76-10	5	40	1,403.72	1,278.76	8.9 %	7200	5	22	794394.05	762,580.59	4.0 %	7200	5	24	84,428.00	77,451.16	8.3 %	7200
GaJ76-11	3	32	659.74	633.87	3.9 %	7200	3	9	329043.00	311,487.72	5.3 %	7200	3	9	33,498.62	32,410.83	3.2 %	7200
GaJ76-12	3	32	655.76	634.42	3.3 %	7200	4	9	321660.71	321,507.90	0.0 %	7200	3	9	33,497.27	31,717.47	5.3 %	7200
GaM74	6	132	6,222.78	5,637.51	9.4 %	7200	6	44	6222.91	5,631.89	9.5 %	7200	6	44	6,222.78	5,643.20	9.3 %	7200
GaMG74	3	18	822.91	788.04	4.2 %	7200	3	8	265046.19	260,517.16	1.7 %	7200	3	8	26,857.95	26,780.41	0.3 %	7200

M' | K' = Utilizados / F = Función objetivo / BB = Best Bound / % = Gap / t = Tiempo de ejecución

9.3 Soluciones del frente de Pareto Pr_01 AUGMECON2

F1	F2	Gap	t (Seg)
647.03	757.59	0.0000 %	0.72
647.08	694.46	0.0000 %	0.88
648.56	631.33	0.0000 %	1.14
651.44	568.19	0.0000 %	1.17
655.20	505.06	0.0000 %	0.97
661.90	441.93	0.0000 %	1.52
672.64	353.54	0.0000 %	1.97
684.45	315.66	0.0000 %	2.87
707.68	252.53	0.0000 %	1.61

9.4 Soluciones del frente de Pareto Wa-W1501 AUGMECON2

F1	F2	Gap	t (Seg)
293.95	30.00	0.0000 %	1.46
294.75	29.00	0.0000 %	1.85
299.32	26.00	0.0000 %	4.49
299.35	25.00	0.0000 %	7.17
303.24	23.00	0.0000 %	6.67
348.19	22.00	0.0000 %	249.62

9.5 Código MDOLRP biobjetivo WRMCGP en AMPL

```

param N;
param M;

set Pp:= 1..N; #Set of suppliers (j) (N)
set P:= 1..N + 1 ; #Set of nodes to visit (N+1)
set F:= 1..M ; #Set of carriers (i) (M)
set R {i in F}; #Set of vehicles for carrier f[i]

#parametros

param d {j in P} >= 0; #demand of the j-th supplier Se cambio Pp por P
param k {i in F} >= 0; # number of available vehicle for carrier fi
param Q {i in F, l in R[i]}; #Capacity of the r-th vehicle for carrier fi
    #i=1,2,...,m; l=1,2,...,ki
param Qmax >= 0; #maximum capacity of any vehicle
param w {i in F,l in R[i]}; #contracting (fixed) cost of the r-th vehicle for carrier fi
    #i=1,2,...,m; l=1,2,...,ki
param D {i in F, j in Pp}; #Transportation cost between nodes (carriers) i and suppliers j
param C {i in Pp,j in P}; #Transportation cost between nodes (suppliers) i and j

param gmin1 >= 0; #Metas para objetivo 1
param gmin2 >= 0; #Metas para objetivo 2
param gmax1 >= 0; #Metas para objetivo 1
param gmax2 >= 0; #Metas para objetivo 2
param alpha >= 0; #Ponderación
param weight >= 0; #Ponderación
param CostoT >= 0; #Costo total de transporte
param CostoC >= 0; #Costo total de contratación

```

```

#Variable
var o {i in F, j in Pp, l in R[i]} binary;
var x {i in Pp, j in P} binary; #Cambio en Pp por P
var z {i in F, l in R[i]} binary;
var v {i in F, j in Pp, l in R[i]} >= 0;
var r {i in Pp, j in P} >= 0;
var surplus1 >= 0; #Desviación positiva objetivo 1
var surplus2 >= 0; #Desviación positiva objetivo 2
var slack1 >= 0; #Desviación negativa objetivo 1
var slack2 >= 0; #Desviación negativa objetivo 2
var epos1 >= 0; #Desviación positiva al valor y1
var epos2 >= 0; #Desviación positiva al valor y2
var eneg1 >= 0; #Desviación negativa al valor y1
var eneg2 >= 0; #Desviación negativa al valor y2
var y1 >= gmin1, <= gmax1;
var y2 >= gmin2, <= gmax2;
var F1 = sum {i in F, j in Pp} D[i,j] * sum {l in R[i]} o[i,j,l] +
        sum {i in Pp, j in P: j <> i} C[i,j] * x[i,j];
var F2 = sum {i in F, l in R[i]} w[i,l] * z[i,l];

minimize Travel_cost:
    sum {i in F, j in Pp} D[i,j] * sum {l in R[i]} o[i,j,l] + #Depart cost
    sum {i in Pp, j in P: j <> i} C[i,j] * x[i,j]; #Transportation cost

minimize Hiring_cost:
    sum {i in F, l in R[i]} w[i,l] * z[i,l]; #Costo de contratación

minimize WGP: weight * (surplus1 + slack1) + alpha * (epos1 + eneg1) +
    (1 - weight) * (surplus2 + slack2) + (1 - alpha) * (epos2 + eneg2);

subject to M1:
    sum {i in F, j in Pp} D[i,j] * sum {l in R[i]} o[i,j,l] + #Depart cost
    sum {i in Pp, j in P: j <> i} C[i,j] * x[i,j] - surplus1 + slack1 #Transportation cost
    = y1;

subject to M2:
    sum {i in F, l in R[i]} w[i,l] * z[i,l] - surplus2 + slack2 #Hiring cost
    = y2;

subject to D1:
    y1 - epos1 + eneg1 = gmin1;

subject to D2:
    y2 - epos2 + eneg2 = gmin2;

subject to cotaF1:
    sum {i in F, j in Pp} D[i,j] * sum {l in R[i]} o[i,j,l] +
    sum {i in Pp, j in P: j <> i} C[i,j] * x[i,j] <= CostoT;

subject to cotaF2:
    sum {i in F, l in R[i]} w[i,l] * z[i,l] <= CostoC;

subject to Activecarrier {i in F, l in R[i]}: #R2
    sum {j in Pp} o[i,j,l] <= 1;

subject to Onlyonevisit1 {j in Pp}: #R3
    sum {i in F, l in R[i]} o[i,j,l] +
    sum {i in Pp: i <> j} x[i,j] = 1;

subject to Destinationfinal {j in Pp}: #R4
    sum {i in P: i <> j} x[j,i] = 1;

subject to Justactivecarrier {i in F, l in R[i]}: #R5
    z[i,l] >= sum {j in Pp} o[i,j,l];

subject to Establish1 {i in F, j in Pp, l in R[i]}: #R6
    v[i,j,l] >= d[j] * o[i,j,l];

```

```

subject to Forcezero1 {i in F, j in Pp, l in R[i]}: #R7
    v[i,j,l] <= Q[i,l] * o[i,j,l];

subject to Establish2 {i in Pp, j in Pp: i <> j}: #R8
    r[i,j] >= d[j] * x[i,j];

subject to Forcezero2 {i in Pp, j in P: i <> j}: #R9/
    r[i,j] <= (Qmax - d[i]) * x[i,j];

subject to Avoidsubtours {h in Pp}: #R10
    sum {i in F, l in R[i]} v[i,h,l] +
    sum {i in Pp: i <> h} r[i,h] -
    sum {j in P: j <> h} r[h,j] = d[h];

#RESET
reset;

#CARGAR MODELO
model MDLRPHFF_WGPY.mod;

#CARGAR DATOS
data Wang-Li2.dat;

#CARGAR SOLVER
option solver gurobi;

option gurobi_options 'outlev=1' 'timelim=7200';

#option gurobi_options 'outlev=1';

let y1:= 0;
let y2:= 0;
let gmin1:= 0;
let gmin2:= 0;
let gmax1:= 10000;
let gmax2:= 10000;

#gmin1

let CostoT:= 10000;
let CostoC:= 10000;
objective Travel_cost; #F1
solve >Wang-LiSol.out;
let gmin1:= Travel_cost;
display gmin1, _solve_elapsed_time >Wang-LiRes.out;

```

```

#gmin2

let CostoT:= 10000;
let CostoC:= 10000;
objective Hiring_cost; #F2
solve >Wang-LiSol.out;
let gmin2:= Hiring_cost;
display gmin2, _solve_elapsed_time >Wang-LiRes.out;

#gmax1
let CostoC:= gmin2;
objective Travel_cost; #F1
solve >Wang-LiSol.out;
let gmax1:= Travel_cost;
display gmax1, _solve_elapsed_time >Wang-LiRes.out;

#gmax2
let CostoC:= 10000;
let CostoT:= gmin1;
objective Hiring_cost; #F2
solve >Wang-LiSol.out;
let gmax2:= Hiring_cost;
display gmax2, _solve_elapsed_time >Wang-LiRes.out;

#Trade off

let CostoT:= gmax1;
let CostoC:= gmax2;
let alpha:= 1;
let weight:= 0;
objective WGP;
solve >Wang-LiSol.out;
display alpha, weight, F1, F2, _solve_elapsed_time > Wang-LiRes.out;

for {1..20}
{
let alpha := alpha + 0.05;
let weight:= weight + 0.05;
solve >Wang-LiSol.out;
display alpha, weight, F1, F2, _solve_elapsed_time > Wang-LiRes.out;
}

close Wang-LiSol.out;
close Wang-LiRes.out;

```

9.6 Código MDOLRP biobjetivo AUGMECON2 en AMPL

```

param N;
param M;
set Pp:= 1..N; #Set of suppliers (j) (N)
set P:= 1..N + 1 ; #Set of nodes to visit (N+1)
set F:= 1..M ; #Set of carriers (i) (M)
set R {i in F}; #Set of vehicles for carrier f[i]

#parametros

param d {j in P} >= 0; #demand of the j-th supplier Se cambio Pp por P
param k {i in F} >= 0; # number of available vehicle for carrier fi
param Q {i in F, l in R[i]}; #Capacity of the r-th vehicle for carrier fi
    #i=1,2,...,m; l=1,2,...,ki
param Qmax >= 0; #maximum capacity of any vehicle
param w {i in F,l in R[i]}; #contracting (fixed) cost of the r-th vehicle for carrier fi
    #i=1,2,...,m; l=1,2,...,ki
param D {i in F, j in Pp}; #Transportation cost between nodes (carriers) i and suppliers j
param C {i in Pp,j in P}; #Transportation cost between nodes (suppliers) i and j

#Parametros Augmecon

param eps;
param r2;
param lb2; #Lower bound de la función 2.
param up2;
param t; #Incremento
param qk; #Numero de intervalos
param step2; #Tamaño de pasos rango/intervalo escogido
param e2;
param e0;
param e1;

#Variable

var o {i in F,j in Pp, l in R[i]} binary;
var x {i in Pp,j in P} binary; #Cambio en Pp por P
var z {i in F, l in R[i]} binary;
var v {i in F,j in Pp,l in R[i]} >= 0;
var r {i in Pp,j in P} >= 0;
var S2 >= 0; #Variable Surplus

minimize Travel_cost:
    sum {i in F, j in Pp} D[i,j] * sum {l in R[i]} o[i,j,l] + #Depart cost
    sum {i in Pp, j in P: j <> i} C[i,j] * x[i,j]; #Transportation cost

minimize Hiring_cost:
    sum {i in F,l in R[i]} w[i,l] * z[i,l]; #Costo de contratación

minimize biobjetivo:
    sum {i in F, j in Pp} D[i,j] * sum {l in R[i]} o[i,j,l] + #Demand cost
    sum {i in Pp, j in P: j <> i} C[i,j] * x[i,j] + (eps * (S2/r2));

subject to Surplus:
    (sum {i in F,l in R[i]} w[i,l] * z[i,l]) + S2 = e2;

subject to cotaF1:
    sum {i in F, j in Pp} D[i,j] * sum {l in R[i]} o[i,j,l] +
    sum {i in Pp, j in P: j <> i} C[i,j] * x[i,j] <= e0;

subject to cotaF2:
    sum {i in F,l in R[i]} w[i,l] * z[i,l] <= e1;

subject to Activecarrier {i in F, l in R[i]}: #R2
    sum{j in Pp} o[i,j,l] <= 1;

subject to Onlyonevisit1 {j in Pp}: #R3
    sum{i in F, l in R[i]} o[i,j,l] +
    sum {i in Pp: i <> j} x[i,j] = 1;

```

```

subject to Destinationfinal {j in Pp}: #R4
    sum {i in P: i <> j} x[j,i] = 1;

subject to Justactivecarrier {i in F, l in R[i]}: #R5
    z[i,l] >= sum {j in Pp} o[i,j,l];

subject to Estabilish1 {i in F, j in Pp, l in R[i]}: #R6
    v[i,j,l] >= d[j] * o[i,j,l];

subject to Forcezero1 {i in F, j in Pp, l in R[i]}: #R7
    v[i,j,l] <= Q[i,l] * o[i,j,l];

subject to Estabilish2 {i in Pp, j in Pp: i <> j}: #R8
    r[i,j] >= d[j] * x[i,j];

subject to Forcezero2 {i in Pp, j in P: i <> j}: #R9
    r[i,j] <= (Qmax - d[i]) * x[i,j];

subject to Avoidsubtours {h in Pp}: #R10
    sum {i in F, l in R[i]} v[i,h,l] +
    sum {i in Pp: i <> h} r[i,h] -
    sum {j in P: j <> h} r[h,j] = d[h];

#RESET
reset;

#CARGAR MODELO
model MDOLRPHFF_BIOBJ_AUG3.mod;

#CARGAR DATOS
data CaX10.dat;

#CARGAR SOLVER
option solver gurobi;

option gurobi_options 'outlev=0' 'timelim=7200';

#option gurobi_options 'outlev=1';

#Payoff F1
let eps:= 0;
let e0:= 10000000;
let e1:= 10000000;
let e2:= 10000000;
let r2:= 10000000;
objective Travel_cost; #F1
solve ;
display Travel_cost >CaX10.out;

let up2:= Travel_cost;
objective Hiring_cost; #F2
solve;
display Hiring_cost >CaX10.out;
let lb2:= Hiring_cost;
display lb2;

let up2:= Travel_cost;
objective Hiring_cost; #F2
solve;
display Hiring_cost >CaX10.out;
let lb2:= Hiring_cost;
display lb2;

```

```

#Pay off min F2|min F1
let eps:= 0;
let e0:=up2;
solve;
display Hiring_cost >CaX10.out;

#Pay off min F1|min F2
let up2:= Hiring_cost;
let e1:= lb2;
let e0:= 10000000;
#objective Travel_cost;
#solve;
display up2 >CaX10.out;
#t=0

let eps:= 0;
let e0:= 10000000;
let e1:= 10000000;
let e2:= up2;

param b integer;
let r2:= up2 - lb2;
let step2:= r2/qk;
let t:=0;

solve;

display lb2, up2, e2, r2, qk, step2 >CaX10.out;
if r2 > 0 then{
repeat
{
let t := t + 1;
let eps:= 0.001;
let e2:= up2 - t*step2;
display e2 >CaX10.out;
objective biobjetivo;
solve;
display biobjetivo, S2 >CaX10.out;
display {i in F, j in Pp, l in R[i]: o[i,j,l]>0.99} o[i,j,l] >CaX10.out;
display {i in Pp, j in P: x[i,j]>0.99} x[i,j]>CaX10.out;
let b:= int(S2/step2);
display b, solve_result_num >CaX10.out;
if solve_result = "infeasible" then {
printf "--- infeasible at %d ---\n",t;
break;
}
else {
{let t:= t + b}
display t;}
}
}
until t > 9;
}
else{
printf("La holgura es cero. No se puede hacer nada\n")>CaX10.out;
}
}
close CaX10.out;
#include MDOLRPHFF_BIOBJ_AUG3_CaX10.run;

```