

UNIVERSIDAD  
PANAMERICANA®  
Aguascalientes

FACULTAD DE INGENIERÍA

**ESPACIADO ÓPTIMO DE ARREGLOS EN SISTEMAS FOTOVOLTAICOS  
INTERCONECTADOS A LA RED CONSIDERANDO FACTORES  
TÉCNICOS Y ECONÓMICOS**

TESIS

QUE PRESENTA

**Santiago Sánchez Carbajal**

PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRÍA EN CIENCIAS**

CON RECONOCIMIENTO DE VALIDEZ OFICIAL DE ESTUDIOS DE LA SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA, DE ACUERDO CON EL N° 2007574 DE FECHA 29 DE JUNIO DE 2007

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Pedro Manuel Rodrigo Cruz

Aguascalientes, Ags. Enero de 2020

## Contenido

Agradecimientos .....	1
Resumen .....	2
1. Introducción .....	3
2. Materiales y métodos.....	6
2.1. Datos Meteorológicos .....	6
2.2 Cálculos de irradiancia considerando sombreado entre arreglos.....	8
2.3 Modelo de rendimiento energético.....	13
2.4 Función económica objetivo.....	15
2.5 Algoritmo de optimación .....	16
3. Parametrización del modelo .....	17
4 Resultados .....	20
5. Análisis de sensibilidad.....	24
6. Ejemplo de aplicación.....	27
7. Conclusiones .....	31
Referencias.....	33
Artículo publicado .....	35
Prueba de indexación .....	50

## **Agradecimientos**

En agradecimiento a toda mi familia y amigos por el apoyo que me brindaron al momento de realizar este logro académico, sin ellos no se habría podido concluir con éxito el presente logro académico.

En especial agradecimiento a Dr. Pedro Manuel Rodrigo Cruz por la eterna paciencia al dialogar, comentar y revisar la presente tesis.

Biblioteca Aguascalientes

## Resumen

Tanto el rendimiento energético como la rentabilidad económica de un sistema fotovoltaico interconectado a la red se ven afectados por la separación de filas entre arreglos fotovoltaicos. Al incrementar la separación entre filas de arreglos se reduce el impacto del sombreado, pero al mismo tiempo se incrementan los costos y la cantidad de terreno y preparación de éste además de incrementar los costos del cableado. Una serie de factores técnicos y económicos se ven involucrados al momento de seleccionar la separación de filas entre arreglos fotovoltaicos. Los diseñadores de plantas fotovoltaicas generalmente seleccionan la separación entre filas basándose en reglas simplificadas, perdiendo la oportunidad de mejorar el rendimiento económico de sus proyectos. En este artículo se propone una metodología para optimizar la separación entre filas de arreglos fotovoltaicos. Se basa en cálculos de sombreado anuales e incorpora el rendimiento energético de la instalación fotovoltaica junto con un modelo económico orientado al costo de inversión. El modelo se aplica a las condiciones climatológicas de Aguascalientes, México, como caso de estudio. Se plantea un análisis de sensibilidad para poder determinar el impacto de los parámetros técnicos y económicos para de esta manera poder determinar cuál será la separación óptima entre las filas de arreglos fotovoltaicos. Los resultados muestran que los factores técnicos más determinantes son la inclinación de módulo (normalmente considerada por los diseñadores de plantas fotovoltaicas), la proporción del ancho y largo de la planta y la eficiencia del módulo fotovoltaico. Los principales factores económicos son los costos relacionados con el terreno y los costos por kWp. La comparativa de este método con la regla convencional del solsticio de invierno muestra diferencias en la separación entre arreglos fotovoltaicos para la misma ubicación cuando se consideran múltiples factores técnicos y económicos. Por lo tanto, el método propuesto va a ser útil para poder mejorar el comportamiento energético y económico de los sistemas fotovoltaicos propuestos por los diseñadores de plantas fotovoltaicas.

## 1. Introducción

Hay diversos parámetros en las plantas fotovoltaicas que se pueden modificar fácilmente en las primeras etapas de diseño que afectan el rendimiento económico del proyecto. Entre ellos la separación entre filas juega un papel importante. Incrementar la separación entre filas implica un mejor rendimiento energético dado a que se reduce el impacto del sombreado, pero al mismo tiempo, aumenta los costos relacionados con el terreno, tanto compra como preparación y los costos del cableado eléctrico. Por lo tanto las metodologías que optimizan la separación entre filas pueden ser mejoradas. Sin embargo, numerosos parámetros económicos y técnicos se ven involucrados en el problema de optimización, la solución es más compleja que aquellas usadas comúnmente en la industria fotovoltaica. Los diseñadores de plantas fotovoltaicas están perdiendo la oportunidad de mejorar el rendimiento económico de sus proyectos al carecer de metodologías de fácil comprensión.

El problema de auto sombreado entre filas de colectores ha sido analizado en varios estudios previos desde el punto de vista de energía incidente. Estos análisis permiten una mejor comprensión de los parámetros principales de diseño involucrados en el efecto de sombreado y son aplicables a los dos, plantas fotovoltaicas y térmicas. Un algoritmo es propuesto para calcular una medida de la eficiencia del sombreado para colectores estacionales y con seguimiento solar [1]. Para este valor de eficiencia, los diseñadores pueden determinar una separación entre filas aceptable. En [2], los autores calculan el factor instantáneo de sombreado de un campo considerando que los colectores se encuentran paralelos al eje este-oeste y orientado hacia el ecuador, permitiendo diferentes anchos para diferentes filas, pero no se implementó una optimización en la distancia entre filas. El efecto de sombreado generado por un poste vertical, poste inclinado, un colector vertical y un colector inclinado tras un ciclo de un año se explica en [3]. El objetivo de este método es observar la variación de la cantidad de energía solar recibida por el colector por unidad de área al cambiar la distancia entre filas considerando cualquier inclinación de módulo. El método también fue aplicado para análisis de separación entre filas en Las Vegas, Phoenix y Albuquerque en [4]. Optimaciones matemáticas fueron propuestas para maximizar la energía incidente anual en un campo dado, minimizar el área del campo para una dada incidencia energética anual y maximizar la incidencia energética anual por unidad de área del colector en un campo dado [5]. Estas técnicas permiten optimizar la inclinación y altura del colector, la separación entre filas y el número de filas simultáneamente. Los resultados fueron comparados con una regla simple para calcular separación entre filas propuesta por el Instituto Israelí de Estándares. Una contribución más reciente propone un método para calcular la región de sombreado exacta generada por cada colector a lo largo

de todo el día del solsticio de invierno considerando que los colectores se encuentran orientados hacia el sur y el terreno donde se instalaron es completamente horizontal [6]. La separación entre filas puede ser seleccionada para minimizar el sombreado basándose en la región de sombreado actual.

Específicamente orientado a sistemas fotovoltaicos, hay varios estudios que van más profundo en el tema. Un algoritmo basado en vectores fue propuesto para techos con inclinación constante diferente a cero y orientación de colectores variable, lo que optimiza la distancia entre filas basándose en la regla del solsticio de invierno [7]. El algoritmo fue implementado en el Australian PV Institute Solar Potential Tool [8]. El problema de optimización acotado para resolver el diseño óptimo para plantas fotovoltaicas de eje fijo fue mejorado al considerar la interconexión eléctrica entre módulos fotovoltaicos para lograr cantidades mayores de energía producida anual para un tamaño de campo fijo [9]. Finalmente, varios estudios han incorporado metodologías económicas en la optimización del problema. Un proceso de jerarquía analítica fue propuesto para ponderar los factores decisivos y determinar la inclinación y separación entre filas óptima para techos planos y climas fríos, donde el costo de la instalación y el retorno de inversión son considerados [10]. En el estudio los días 21 de cada mes son analizados en términos de cálculo de sombreado. Un acercamiento a un costo nivelado de la energía (Levelized Cost Of Energy) para instalaciones fotovoltaicas en azoteas de edificios preexistentes considerando la inclinación de la azotea, la inclinación del colector y su orientación fue desarrollado [11]. Varios casos fueron analizados por estos autores para poder minimizar el LCOE para una azotea en específico.

A pesar de los diferentes trabajos reportados en la literatura, se encuentran diversas limitaciones en las publicaciones analizadas. Primero, la mayoría de las publicaciones analizan la energía solar incidente en el colector bajo sombreado, pero no se involucran con la producción del sistema fotovoltaico, el cual está siendo afectado por numerosos factores, no sólo irradiancia. Segundo, la mayoría de las publicaciones sólo se interesan en un día específico del año (generalmente el solsticio de invierno, en el cual se asume que se van a tener el mayor impacto en cuanto a sombras refiere) mientras que un acercamiento anual en vez de solo un día puede brindar mejores resultados de optimización. Tercero, mientras que no se encontraron publicaciones referentes a los factores económicos para el espaciado entre arreglos, se limitan al estudio de casos específicos y no hay un gran marco de referencia que permita que se juzguen la influencia de cada factor económico y técnico.

En esta contribución, se analizan el espaciado óptimo en sistemas fotovoltaicos de eje fijo interconectados a la red instalados en terreno horizontal considerando el rendimiento energético anual y una función económica objetivo. El modelo fotovoltaico comprensivo incorpora los costos de inversión del sistema, permitiendo que el impacto de diversos

parámetros económicos y técnicos sean evaluados. Esto les da a los diseñadores de plantas fotovoltaicas un mejor entendimiento de los diferentes factores que se ven involucrados al momento de diseñar una planta fotovoltaica y permiten una mejor selección de los componentes del sistema y calcular la geometría de la planta para mejorar el rendimiento económico de sus proyectos. La metodología ofrece tres novedades principales con respecto a la literatura analizada, primero, la función económica objetivo está basada exclusivamente en costos del sistema, los cuales se pueden obtener fácilmente del presupuesto del proyecto, evitando la necesidad de parámetros financieros u otros parámetros que pueden ser difíciles de conseguir; segundo, el modelo fotovoltaico incorpora varios parámetros técnicos como la eficiencia de los módulos fotovoltaicos, degradación de la eficiencia respecto a la temperatura o pérdidas en el sistema en corriente directa o corriente alterna, lo que permite una consideración más acertada al momento de calcular el rendimiento energético del sistema con respecto a otros autores, tercero, el modelo es analítico y fácil de implementar sin necesidad de un software o algoritmos complejos como proponen otros autores. La metodología es aplicada a las condiciones climáticas típicas de Aguascalientes, México. Los datos medidos a lo largo de 10 años con intervalos de medición cada 10 minutos son empleados para generar las condiciones meteorológicas de año típico. Sin embargo, la metodología comprensiva puede ser aplicada a otras regiones con datos meteorológicos disponibles.

## 2. Materiales y métodos

### 2.1. Datos Meteorológicos

El presente estudio está basado en datos históricos de irradiancia global horizontal ( $G_{hor}$ ) y temperatura ambiente ( $T_{amb}$ ) tomados desde Diciembre de 2005 hasta Abril de 2015 con intervalos de medición de 10 minutos en una estación meteorológica localizada cerca del centro de la ciudad de Aguascalientes (21.9°N, -102.3°E). Este gran volumen de datos fue procesado para obtener el año meteorológico típico de Aguascalientes. El procedimiento consiste en calcular la irradiancia global mensual para cada mes en la base de datos y la irradiancia global para cada mes (Enero, Febrero, etc.), posterior a eso se busca el mes de la base de datos que coincida mejor con la irradiancia promedio mensual horizontal. Este mes es seleccionado como uno de los meses meteorológicos típicos del año. Como resultado, 12 meses reales de diferentes años son seleccionados para representar el año típico.

Para garantizar que la información meteorológica anual generada representa adecuadamente las condiciones climatológicas típicas de la región se validan histogramas de  $G_{hor}$  y  $T_{amb}$  al comparar el año típico general con los registros de los otros 10 años. Estos histogramas se muestran en la Fig. 1. Como puede observarse, se encuentra una similitud entre los histogramas del año típico y del registro de datos de 10 años. Por ende, se puede asegurar que el año típico generado representa el clima promedio para Aguascalientes. De hecho este es un aspecto remarcable de la presente publicación, ya que se está utilizando en cada simulación un año típico con intervalos de medición de 10 minutos, mientras que muchos autores efectúan este tipo de cálculos en base a un sistema con periodos de medición de 1 hora, comúnmente generados de valores promedio mensuales tomados de una base de datos meteorológica en línea. Por lo tanto la presente metodología es más acertada que la empleada en la literatura.

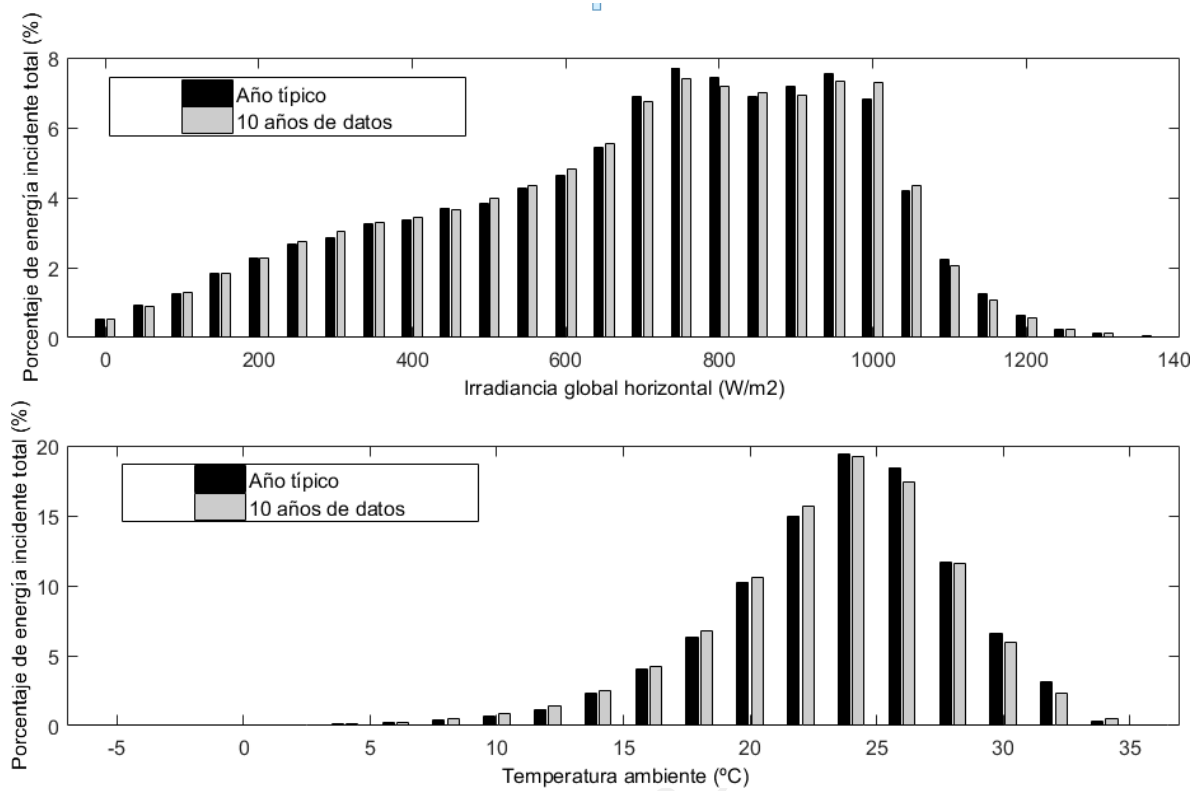


Fig. 1: Comparación de los histogramas de irradiación global horizontal anual (arriba) y la temperatura ambiente (abajo) y la base de datos de 10 años del año típico generada.

Las entradas del modelo propuesto para calcular el rendimiento energético fotovoltaico relacionadas con la radiación son la irradiación difusa horizontal ( $D_{hor}$ ) y la directa horizontal ( $B_{hor}$ ). Como estas magnitudes no están siendo brindadas por los datos meteorológicos, fueron calculados usando la correlación entre la fracción difusa y el índice de claridad de Iqbal [12]. Los detalles de este cálculo pueden ser leídos en la contribución previa [13].

## 2.2 Cálculos de irradiancia considerando sombreado entre arreglos

Los ángulos básicos que determinan la posición del arreglo fotovoltaico respecto al sol se definen en la Fig. 2. Para el posicionamiento de los arreglos fotovoltaicos, el ángulo de la orientación ( $\alpha$ ) y de la inclinación ( $\beta$ ) se muestran ( $\alpha=0^\circ$  indica que los módulos fotovoltaicos se encuentran orientados hacia el ecuador). Para posicionar el sol, el azimut ( $\psi$ ) y la elevación ( $\gamma$ ) son necesarios ( $\psi=0^\circ$  indica que el sol viene del ecuador).

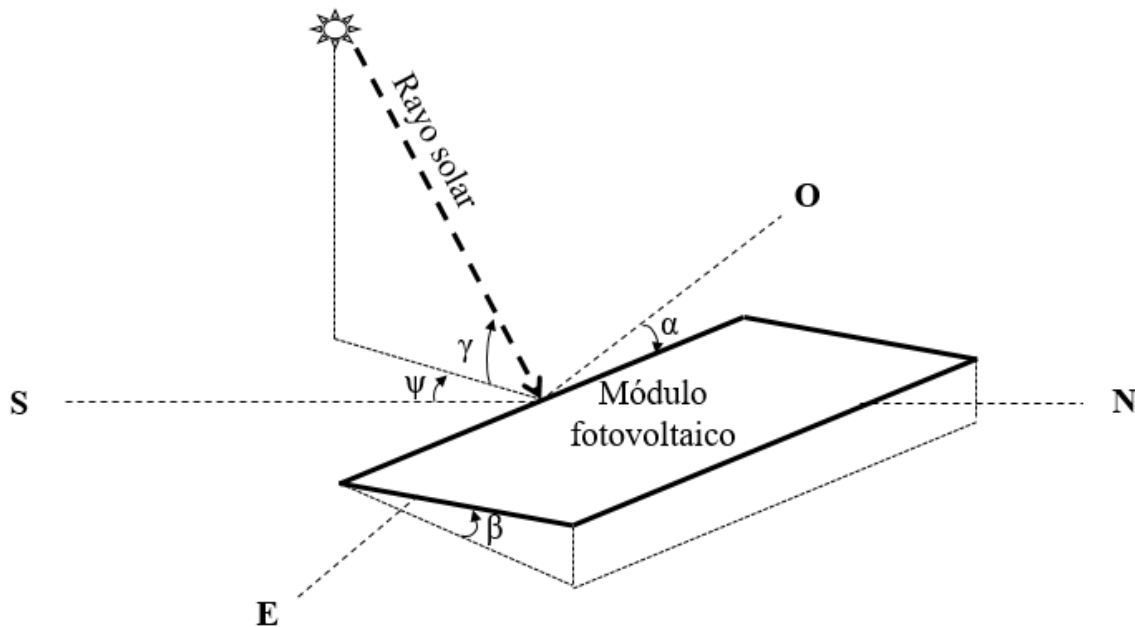


Fig. 2: Ángulos que definen la posición de los arreglos fotovoltaicos y la posición del sol.

Para poder determinar el auto sombreado entre filas de módulos fotovoltaicos se emplean las magnitudes de la Fig. 3. La distancia libre entre dos filas adyacentes se denomina  $d$ . Esta distancia aunado a  $\beta$  que es la inclinación de módulo y  $l$  que es la medida del colector definen el espaciado entre filas paralelas. Hay que observar que la medida del colector se puede obtener con uno o varias filas de módulos fotovoltaicos colocados coplanarmente, por ejemplo la medida del colector no necesariamente es la medida de un único módulo fotovoltaico. Por ende el espaciado entre filas es  $l \cos\beta + d$  como se muestra en la figura.  $L$  y  $W$  son el largo y ancho de la planta fotovoltaica respectivamente.

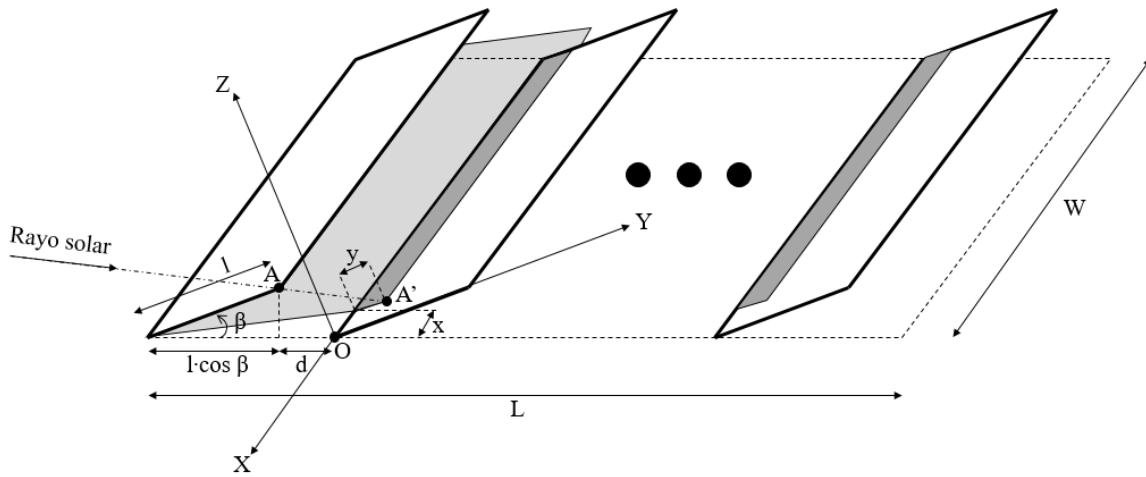


Fig. 3 Geometría para calcular el auto sombreado entre filas de paneles fotovoltaicos.

Para obtener el rectángulo sombreado en una fila causado por la fila anterior, las coordenadas del punto A' en la referencia OXYZ son necesarias. El punto A' es la intersección de la línea que coincide con la dirección de los rayos solares y pase por el punto A (una de las esquinas de la fila anterior) y el plano de la fila sombreada. La intersección puede ser expresada por:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ l \\ 0 \end{bmatrix} - R_2 \begin{bmatrix} 0 \\ l \cos \beta + d \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda R_2 R_1 \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \gamma \\ -\sin \gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

Donde  $R_1, R_2$  son las matrices siguientes:

$$R_1 = \begin{bmatrix} \cos(\psi - \alpha) & \sin(\psi - \alpha) & 0 \\ -\sin(\psi - \alpha) & \cos(\psi - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (3)$$

Las tres expresiones en Eq. (1) contienen tres variables  $x, y$  y  $\lambda$ . Despejando la tercera ecuación nos permite determinar el valor de  $\lambda$ .

$$\lambda = \frac{l \cos \beta + d}{\cos \gamma} \frac{1}{\cos(\psi - \alpha) + \frac{\tan \gamma}{\tan \beta}} \quad (4)$$

El signo del parámetro  $\lambda$  indica si el sol sale por la parte de enfrente de los módulos fotovoltaicos ( $\lambda > 0$ ) o por detrás de ellos ( $\lambda < 0$ ). La condición  $\lambda > 0$  es equivalente a  $\cos(\psi - \alpha) + \frac{\tan \gamma}{\tan \beta} > 0$ . De manera similar despejando la primera y segunda ecuación en

Eq. (1) permite determinar los valores para  $x$  y  $y$ .

En este estudio se emplea notación normalizada para poder generar un análisis lo más general posible. Por lo tanto las siguientes variables normalizadas a la distancia del colector  $l$  van a ser empleadas:  $d/l$ ,  $W/l$ ,  $x/l$ ,  $y/l$ . El objetivo del análisis de sombras es obtener dos factores de sombreado:  $f_{s1}$  (Factor de sombreado para la primera fila de la planta) y  $f_{s2}$  (factor de sombreado para la segunda fila y filas subsecuentes de la planta). Un factor de sombreado representa la porción de área sombreada del área total de colector de una fila. Usando notación normalizada, los factores de sombreado pueden ser calculados por medio del siguiente algoritmo:

$$\lambda_0 = \cos(\psi - \alpha) + \frac{\tan \gamma}{\tan \beta}$$

If  $\lambda_0 \leq 0$  then  $f_{s1} = f_{s2} = 1$

$$\text{Else } \left\{ \begin{array}{l} f_{s1} = 0 \\ x/l = (\cos \beta + d/l) \frac{\sin(\psi - \alpha)}{\lambda_0} \\ y/l = 1 - (\cos \beta + d/l) \frac{\tan \gamma}{\lambda_0 \sin \beta} \\ \text{If } y/l \leq 0 \text{ then } f_{s2} = 0 \\ \text{Elseif } (x/l \leq -W/l) \text{ OR } (x/l \geq W/l) \text{ then } f_{s2} = 0 \\ \text{Else } f_{s2} = \left( 1 - \frac{|x/l|}{W/l} \right) y/l \end{array} \right. \quad (5)$$

Los factores de sombreado van a ser usados para corregir la irradiancia directa incidente en las filas de módulos fotovoltaicos. La irradiancia difusa y de albedo deben de ser calculadas partiendo de la irradiancia horizontal difusa y la irradiancia global horizontal respectivamente mediante la aplicación de la corrección de los llamados “factores de vista de cielo”. Se puede distinguir dos factores de vista de cielo:  $F_{sky1}$  (que es el de la primera fila

de módulos) y  $F_{sky2}$  (que es el de la segunda fila y filas subsecuentes). Estos pueden ser calculados mediante la expresión propuesta en [14]:

$$F_{sky1} = \frac{1 + \cos \beta}{2} \quad (6)$$

$$F_{sky2} = \frac{1 + \cos \beta + d/l - \sqrt{\sin^2 \beta + (d/l)^2}}{2} \quad (7)$$

Partiendo de estos factores de vista, la irradiancia difusa ( $D_i$ ) y de albedo ( $A_i$ ) en las filas de módulos fotovoltaicos son calculadas (hay que considerar que se hace la diferencia para la primera fila con el subíndice "1" y la segunda fila y filas subsecuentes con el subíndice "2").

$$D_1 = F_{sky1} D_{hor} \quad (8)$$

$$D_2 = F_{sky2} D_{hor} \quad (9)$$

$$A_1 = \rho G_{hor} (1 - F_{sky1}) \quad (10)$$

$$A_2 = \rho G_{hor} (1 - F_{sky2}) \quad (11)$$

Donde  $\rho$  es el coeficiente de albedo. En el presente estudio se encuentra fijado a 0.2 el cual correspondería a un ambiente urbano. La irradiancia directa incidente en el plano de arreglos de la planta fotovoltaica (anterior a la corrección por sombreado),  $B$ , puede ser calculada partiendo de la irradiancia directa horizontal,  $B_{hor}$ , mediante:

$$B = B_{hor} \frac{\cos \theta_n}{\sin \gamma} \quad (12)$$

Donde  $\theta_n$  es el ángulo de incidencia de los rayos del sol comparados con la normal de los módulos fotovoltaicos, el cual es obtenido mediante relaciones trigonométricas [15]. Finalmente, las irradiancias globales promedio incidentes en la fila de módulos fotovoltaicos considerando las áreas sombreadas,  $G_{s1}$  y  $G_{s2}$ , son calculadas mediante:

$$G_{s1} = (1 - f_{s1}) B + D_1 + A_1 \quad (13)$$

$$G_{s2} = (1 - f_{s2}) B + D_2 + A_2 \quad (14)$$

La irradiancia global promedio de toda la planta ( $G_s$ ) puede ser obtenida al considerar el número de filas que la componen ( $N_r$ ):

$$G_s = \frac{G_{s1} + (N_r - 1) G_{s2}}{N_r} \quad (15)$$

Donde  $N_r$  puede ser expresada en función de las magnitudes normalizadas que definen la planta fotovoltaica:

$$N_r = \frac{W/l}{W/L(\cos \beta + d/l)} \quad (16)$$

$W/L$  son la relación de figura de la planta o la relación entre el ancho y largo de la planta. Con este procedimiento,  $G_s$  puede ser obtenido en cada intervalo de tiempo. El cálculo de la irradiancia anual global incidente en el generador fotovoltaico en kWh/(m<sup>2</sup> año),  $H_s$ , puede hacerse mediante la sumatoria anual:

$$H_s = \frac{\sum_i G_{si} \cdot \Delta t}{1,000} \quad (17)$$

$\Delta t$  siendo el incremento de tiempo para los cálculos de irradiancia (1/6 de hora para este estudio).

### 2.3 Modelo de rendimiento energético

El rendimiento energético anual para el sistema fotovoltaico en kWh/kWp ( $Y$ ) puede ser calculado partiendo de la irradiancia global anual al considerar los diferentes tipos de pérdidas que existen en el sistema [16].

$$Y = H_s (1 - L_T)(1 - L_{DC})\eta_{inv} (1 - L_{AC}) \quad (18)$$

Donde  $L_T$  representa las pérdidas térmicas anuales,  $L_{DC}$  representa el coeficiente de pérdidas en el lado de la corriente directa,  $\eta_{inv}$  la eficiencia anual del inversor y  $L_{AC}$  el coeficiente de pérdida en el lado de corriente alterna.  $L_T$  y  $\eta_{inv}$  son calculadas a detalle en función de las condiciones de operación del sistema, mientras que  $L_{DC}$  y  $L_{AC}$  son expresadas como coeficientes anuales. El análisis de sensibilidad en la sección 5 muestra la influencia de estos coeficientes al momento de determinar el espaciado entre filas, los cuales pueden variar de un sistema a otro.

Los cálculos de las pérdidas térmicas anuales se hacen basándose en el coeficiente de temperatura de máxima potencia del módulo fotovoltaico ( $\gamma_{mod}$ ), en una simulación anual sería:

$$L_T = \gamma_{mod} \frac{\sum_i G_{si} (T_{ci} - T_c^*)}{\sum_i G_{si}} \quad (19)$$

Donde  $T_{ci}$  son los valores de temperatura de celda en cada instante y  $T_c^*$  es la temperatura de celda en condiciones estándar (25°C). Los valores de temperatura de celda se calculan de acuerdo al método fotovoltaico estándar basado en el coeficiente de temperatura de celda nominal (NOCT) [17]:

$$T_{ci} = T_{amb,i} + \frac{G_{si}}{800} (NOCT - 20) \quad (20)$$

La temperatura NOCT es fijada para este estudio a 45°C, la cual corresponde a los valores encontrados en las hojas de datos de los módulos fotovoltaicos comerciales.

El cálculo para la eficiencia anual del inversor se realizan mediante ponderando los valores instantáneos de la eficiencia del inversor ( $\eta_{inv,i}$ ) con la irradiancia global incidente:

$$\eta_{inv} = \frac{\sum_i G_{si} \eta_{inv,i}}{\sum_i G_{si}} \quad (21)$$

Cuando  $\eta_{inv,i}$  se expresa como una función de los coeficientes de pérdida del inversor ( $L_0, L_1, L_2$ ) y la potencia máxima del arreglo fotovoltaico normalizado a la potencia nominal del inversor ( $p_{in,i}$ ) como [18,19]:

$$\eta_{inv,i} = 1 - \frac{L_0 + L_1 p_{in,i} + L_2 p_{in,i}^2}{p_{in,i}} \quad (22)$$

Los coeficientes de pérdida de los inversores son fijados para este estudio como:  $L_0=0.0048$ ,  $L_1=0.0159$  y  $L_2=0.0144$  de acuerdo con los valores típicos encontrados en inversores de mediana eficiencia de una encuesta de 80 inversores comerciales publicadas en [20]. La curva de eficiencia típica del inversor se muestra en la Fig. 4. Los valores de la  $p_{in,i}$  son calculados considerando la relación de dimensionamiento CD a CA del inversor ( $r_{DC/AC}$ ) o relación de potencia pico fotovoltaica a potencia nominal de inversor.

$$p_{in,i} = r_{DC/AC} \frac{G_{si}}{1000} [1 - \gamma_{mod}(T_{ci} - T_c^*)] (1 - L_{DC}) \quad (23)$$

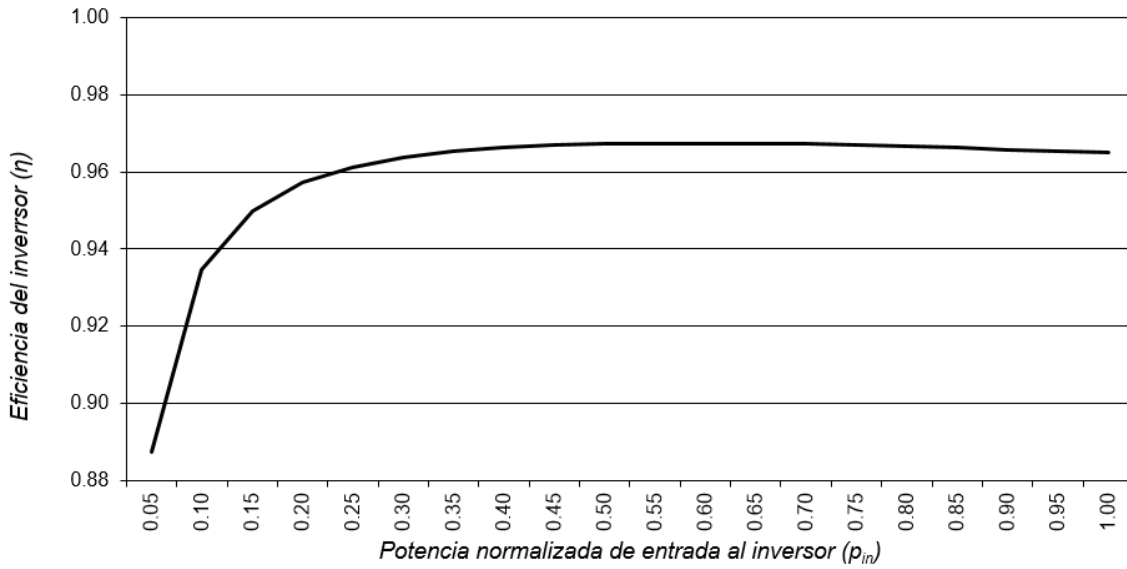


Fig. 4 Curva típica de inversor de mediana eficiencia como función de la potencia normalizada del inversor.

$r_{DC/AC}$  es fijada a 1.2 de acuerdo a los valores de dimensionamiento típicos para Aguascalientes para mejorar la eficiencia anual del inversor y reducir los costos asociados a inversores [21]. Debe ser subrayado que la Eq. (22) expresa la eficiencia instantánea del inversor bajo condiciones normales de operación. Sin embargo, en periodos de alta irradiancia, el inversor puede limitar la potencia de salida a su potencia nominal de operación para no exceder la potencia máxima de operación. Cuando se cumpla esta condición la eficiencia se expresa simplemente como:

$$\eta_{inv,i} = 1/p_{in,i} \quad (24)$$

## 2.4 Función económica objetivo.

La metodología propuesta apunta a maximizar la energía anual generada por el sistema fotovoltaico por unidad de costo invertida, por ende la función económica objetivo ( $\Gamma$ ) es:

$$\Gamma = Y / C_{kWp,tot} \quad (25)$$

Donde  $C_{kWp,tot}$  es el total de costo de inversión por kWp instalado. De esta manera, el objetivo del análisis es maximizar  $\Gamma$ .  $C_{kWp,tot}$  debe de ser dividida en la suma de tres costos:

$$C_{kWp,tot} = C_{kWp} + C_{kWp,str} + C_{kWp,land} \quad (26)$$

Donde  $C_{kWp,str}$  representa los costos de la estructura usada para soportar los módulos fotovoltaicos por kWp instalado,  $C_{kWp,land}$  representa los costos asociados a la superficie del terreno por kWp instalado y  $C_{kWp}$  representa el resto de la inversión por kWp instalado. En los costos relacionados con el terreno  $C_{kWp,land}$  se incluyen los costos de compra del terreno y la preparación del terreno, junto con la mano de obra del cableado. Eq. (26) también puede ser expresada como:

$$C_{kWp,tot} = C_{kWp} + C_{m2str} \cdot A_{str\ per\ kWp} + C_{m2land} \cdot A_{land\ per\ kWp} \quad (27)$$

Siendo  $C_{m2str}$ ,  $C_{m2land}$  el costo por m<sup>2</sup> de estructura de soporte y costo de terreno respectivamente,  $A_{str\ per\ kWp}$  la superficie de estructura por kWp y  $A_{land\ per\ kWp}$  la superficie de terreno por kWp instalado. Las últimas dos áreas pueden expresarse en función de la eficiencia estándar de los módulos fotovoltaicos ( $\eta_{mod}$ ) tomando en cuenta que:

$$\eta_{mod} = 1 / A_{str\ per\ kWp} = 1 / (GCR \cdot A_{land\ per\ kWp}) \quad (28)$$

Donde  $GCR$  es la razón de superficie cubierta (Ground Coverage Ratio) de la planta fotovoltaica, el cual es la proporción de área ocupada por el sistema fotovoltaico en relación a la superficie total del terreno. Por lo tanto la expresión final para la función económica objetivo es:

$$\Gamma = \frac{Y}{C_{kWp} + C_{m2str} / \eta_{mod} + C_{m2land} / (GCR \cdot \eta_{mod})} \quad (29)$$

Hay que mencionar que la  $GCR$  puede ser calculada fácilmente mediante:

$$GCR = 1 / (\cos \beta + d/l) \quad (30)$$

Así, una función económica objetivo puede ser desarrollada, la cual dependerá de numerosos parámetros tanto técnicos como económicos de una planta fotovoltaica.

## 2.5 Algoritmo de optimación

La optimación del espaciado entre arreglos consiste en definir el valor óptimo para  $d/l$  que maximice  $\Gamma$  para unos parámetros económicos y técnicos dados. Este método de optimación puede ser resuelto fácilmente mediante el algoritmo simple de Nelder-Mead descrito en [22]. El algoritmo es implementado mediante la función estándar *fminsearch* de Matlab®. Utiliza un simplex de  $n+1$  puntos para un vector  $x$  de dimensión  $n$ . Primero, hace un simplex entre un valor inicial  $x_0$  al agregar un componente de búsqueda de 5%  $x_0(i)$  a  $x_0$ . Estos  $n$  vectores son usados como elementos del simplex en adición a  $x_0$ . Luego, el algoritmo modifica el simplex repetidamente de acuerdo a un procedimiento que puede ser resumido como:

1.  $x(i) \ i=1, \dots, n+1$  representa el simplex actual.
2. Ordenar los valores del simplex desde el menor valor de la función  $f(x(1))$  al mayor  $f(x(n+1))$ . En cada etapa de la iteración, el algoritmo descarta el peor valor  $x(n+1)$ , y acepta un nuevo punto del simplex.
3. Generar el valor reflejado  $r$  y calcular  $f(r)$ :

$$r = 2 \sum_{i=1}^n \frac{x(i)}{n} - x(n+1) \quad (31)$$

4. Si  $f(x(1)) \leq f(r) < f(x(n))$ ,  $r$  es aceptada y la iteración se finaliza.
5. Si  $f(r) < f(x(1))$ , se genera el punto de expansión  $s$  y se calcula  $f(s)$ :

$$s = m + 2(m - x(n+1)) \quad (32)$$

Si  $f(s) < f(r)$ ,  $x$  es aceptado y se termina la iteración. De lo contrario, se acepta  $r$  y se termina la iteración.

6. Si  $f(r) \geq f(x(n))$ , se genera una contracción entre  $m$  y el mejor valor entre  $x(n+1)$  y  $r$ :

Si  $r$  es mejor que  $x(n+1)$ , se obtiene  $c = m + (r - m) / 2$  y se calcula  $f(c)$ . Si  $f(c) < f(r)$ , se acepta  $c$  y se termina la iteración. De lo contrario, se continúa en el Paso 7.

Si  $r$  es igual o peor que  $x(n+1)$ , se obtiene  $cc = m + (x(n+1) - m) / 2$  y se calcula  $f(cc)$ . Si  $f(cc) < f(x(n+1))$ , se acepta  $cc$  y se termina la iteración. De lo contrario, se continúa al Paso 7

7. Calcular los  $n$  puntos.

$$v(i) = x(1) + (x(i) - x(1)) / 2 \quad i = 2, \dots, n+1 \quad (33)$$

También calcular  $f(v(i))$ . El simplex en la siguiente iteración es  $x(1), v(2), \dots, v(n+1)$ .

### 3. Parametrización del modelo

En la publicación presente, se establece un caso base compuesto por una serie de parámetros con valores fijos. Este caso base representa una instalación fotovoltaica de mediano tamaño típica. Sin embargo, el comportamiento del modelo de optimización ha sido analizado permitiendo variaciones en cada parámetro con un valor mínimo y un valor máximo para permitir considerar diversas posibilidades para los factores técnicos y económicos de la planta fotovoltaica. Los valores considerados para cada parámetro asignados al caso base, mínimo y máximo se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Valores de entrada a analizados para el valor mínimo, caso base y valor máximo.

Parámetro	Valor mínimo	Valor caso base	Valor máximo	Unidad
$\alpha$	-15	0	15	°
$\beta$	10	20	30	°
$W/I$	7	20	50	-
$W/L$	0.2	1	10	-
$\gamma_{mod}$	0.0032	0.0040	0.0048	°C <sup>-1</sup>
$L_{DC}$	0.07	0.1	0.2	-
$L_{AC}$	0.01	0.02	0.05	-
$\eta_{mod}$	0.12	0.17	0.20	-
$C_{kWp}$	900	1100	1400	USD/kWp
$C_{m2str}$	22	25	28	USD/m <sup>2</sup>
$C_{m2land}$	6	10	33	USD/m <sup>2</sup>

La orientación de los módulos fotovoltaicos ( $\alpha$ ) para el caso base se considera como orientados hacia el ecuador, mientras que para los otros casos se consideran diferencias de -15° y 15° considerando la orientación de la azotea o el terreno disponible en donde se van a montar los módulos fotovoltaicos.

Para la inclinación de los módulos fotovoltaicos ( $\beta$ ), del caso base se consideran 20°. La razón de considerar esto es que la mayoría de las estructuras que se venden en Aguascalientes comúnmente se diseñan con este ángulo, el cual es similar a la latitud del lugar. Sin embargo diferentes valores para la inclinación se consideran desde un valor de inclinación de 10° para el mínimo ya que en algunos casos más potencia se debe de instalar en un espacio limitado y una inclinación de 30° para el máximo porque en algunos casos el espacio disponible es más angosto y los módulos fotovoltaicos se deben de colocar de esta manera.

Para el ancho de fila normalizado ( $W/l$ ), el caso base toma el valor de 20 significando que se van a tener 40 módulos fotovoltaicos de 72 celdas (2 metros de altura de colector y 1 metro de ancho de colector) en una fila, el cual puede ser un valor usado comúnmente para plantas medianas de módulos fotovoltaicos. Mientras tanto, el valor mínimo toma el valor de 7 y el valor máximo es 50 en orden para poder adaptar diversos tamaños de filas.

Para la relación de figura ( $W/L$ ), se le asigna un valor de 1 al caso base significando que la superficie disponible es cuadrada. El valor asignado al caso mínimo es de 0.2 tomando en cuenta que la superficie disponible tiene un ancho pequeño comparado con el largo, mientras que se le asigna un valor de 10 para el caso máximo significando que la superficie disponible es más ancha comparado con su largo.

Para el coeficiente de temperatura de los módulos fotovoltaicos ( $\gamma_{mod}$ ), el caso base considera un valor de  $0.0040\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ , el cual es un valor típico para módulos fotovoltaicos de silicio cristalino comerciales. Para el valor mínimo se le asigna  $0.0032\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  considerando módulos fotovoltaicos de capa fina mientras que para el valor máximo se le asigna  $0.0048\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  considerando que los módulos fotovoltaicos no están fabricados con la mejor calidad.

Para el coeficiente de pérdida en corriente directa ( $L_{DC}$ ), el valor para el caso base es fijado a 0.1 significando que se pierde el 10% de la potencia lo que concuerda con la regulación local involucrando pérdidas de potencia y las pérdidas por suciedad se mantienen en un nivel aceptable. El caso de valor mínimo, el valor es fijado a 0.07 significando que una estricta política de mantenimiento es aplicada para mitigar las pérdidas por suciedad. Por otra parte, para el caso máximo se asigna un valor de 0.2 significando que el cableado utilizado en la instalación apenas cumple con la regulación local y las políticas de mantenimiento son apenas aplicadas o son inexistentes.

Para las pérdidas en corriente alterna ( $L_{AC}$ ), el caso base tiene un valor de 0.02 significando que la regulación local involucrando pérdidas de potencia se cumple satisfactoriamente y la instalación no cuenta con transformador eléctrico. Para el caso mínimo el valor asignado es de 0.01 significando que las pérdidas por cableado son mitigadas en gran medida al seleccionar un cable de mayor calibre que el necesario. Mientras que el valor asignado al caso máximo es de 0.05 significando que el calibre del cable apenas cumple los requerimientos de la regulación local y/o un transformador eléctrico es instalado.

Para la eficiencia de módulo fotovoltaico ( $\eta_{mod}$ ), el caso base es fijado a 0.17 significando que el módulo fotovoltaico usado en la instalación es de silicio cristalino fabricado con componentes de calidad media. En el caso mínimo, el valor de 0.12 corresponde a un módulo fotovoltaico de capa delgada de baja eficiencia. Para el valor del caso máximo se toma 0.20 significando que los módulos fotovoltaicos son fabricados de silicio mono cristalino y fabricados con componentes de la más alta calidad.

Para los costos relacionados con potencia pico ( $C_{kWp}$ ), el caso base toma un valor de 1100USD/kWp significando que la instalación es de tamaño medio y considerando los costos locales para la región de Aguascalientes. Para el caso mínimo el valor es de 900 USD/kWp considerando una instalación de gran tamaño, mientras que el caso máximo toma un valor de 1400 USD/kWp el cual correspondería a una instalación pequeña.

Para los costos relacionados con la estructura ( $C_{m2str}$ ), el caso base es asignado con 25 USD/m<sup>2</sup> correspondiente a una estructura de aluminio típica diseñada para aplicaciones en techos. Para el caso mínimo se toma un valor de 22 USD/m<sup>2</sup> considerando una reducción de costos por economía de escala. Para el caso máximo es considerado un valor de 28 USD/m<sup>2</sup> considerando que la estructura es fabricada de acero rolado en frío y es apta para montarse en suelo además de ser pintada con pintura epóxica para evitar corrosión. Este tipo de estructura debe de ser anclada al suelo con zapatas de concreto armado.

Para los costos relacionados con la superficie del terreno ( $C_{m2land}$ ), el caso base es asignado a 10 USD/m<sup>2</sup> considerando que el terreno está ubicado lejos de la ciudad y es usado con fines de agricultura lo que hace que el precio por m<sup>2</sup> sea más accesible. Para el caso mínimo se asigna el valor de 6 USD/m<sup>2</sup>, considerando que la superficie del terreno se encuentra adquirida anteriormente y el único gasto es la adquisición de cables, hacer zanjas y colocar ductos, crear registros y la mano de obra por cableado en ductos y registros. Para el caso máximo, el valor es fijo a 33 USD/m<sup>2</sup> considerando que el terreno va a ser adquirido en un polígono industrial cerca de la ciudad.

## 4 Resultados

El método propuesto permite que la distancia normalizada ( $d/l$ ) sea optimizada al considerar parámetros técnicos y económicos de la planta fotovoltaica. El proceso de optimización se muestra en la Fig. 5. En esta figura, el rendimiento energético y la función económica objetivo son graficadas contra el valor  $d/l$  para los tres escenarios diferentes. En la parte de arriba de la gráfica, el costo por unidad de superficie de terreno ( $C_{m2land}$ ) es fijo a 6, 10 y 33 USD/m<sup>2</sup>, en la gráfica de en medio, la relación de figura de la planta fotovoltaica (relación del ancho de la planta con respecto al largo,  $W/L$ ) es fijado a 1 y a 10. En la gráfica de abajo, la eficiencia de los módulos fotovoltaicos ( $\eta_{mod}$ ) es fijado a 0.12, 0.17 y 0.20. El resto de los parámetros son mantenidos a los valores del caso base. De esta manera, la influencia de un factor económico ( $C_{m2land}$ ), un factor geométrico ( $W/L$ ) y un factor técnico ( $\eta_{mod}$ ) en la separación óptima  $d/l$  puede ser analizada.

Con respecto a la Fig. 5 arriba, puede observarse que al variar el  $C_{m2land}$ , no hay influencia en el rendimiento energético. Sin embargo, sí modifica la función económica objetivo, por ejemplo la función económica objetivo disminuye al incrementar los costos relacionados con el terreno para la misma distancia  $d/l$ . La distancia  $d/l$  óptima también se encuentra marcada en la gráfica mediante un círculo rojo. Como puede observarse, el incrementar los costos relacionados con el terreno implica disminuir la distancia  $d/l$ , por ejemplo la relación de terreno cubierto debe de reducir si los costos relacionados con el terreno incrementan todo esto para poder incrementar el rendimiento económico de la planta fotovoltaica.

En la Fig. 5 medio, dos valores para la relación de figura de la planta (1 y 10) son analizados.  $W/L=1$  representa una planta cuadrada, mientras que  $W/L=10$  representa una planta rectangular con filas más anchas que el largo de la planta. En este caso, el valor de  $W/L$  sí tiene influencia en el rendimiento energético dado a la importancia relativa de la primera fila de la planta fotovoltaica, la cual es la fila más favorable en cuanto a generación energética. De esta manera, como puede observarse en la gráfica una planta con  $W/L=10$  cuenta con mejor rendimiento energético que una planta con  $W/L=1$ . La función objetivo también crece al incrementar el valor de  $W/L$  dado a que el rendimiento energético se encuentra en el numerador de la función. El valor óptimo para  $d/l$  se desplaza hacia la izquierda al incrementar el valor de  $W/L$ . Esto significa que al tener un mayor aspecto de figura de planta ( $W/L=10$ ) permite una reducción en la razón de cobertura de la planta ya que se puede sacrificar un poco de rendimiento energético para tener un menor costo de la planta fotovoltaica al utilizar una menor superficie.

Si analizamos la parte de debajo de la Fig. 5, se puede observar que el rendimiento energético no es afectado por la eficiencia de los módulos fotovoltaicos. Sin embargo, sí modifica la función económica objetivo, por ejemplo la función económica objetivo

incrementa a la vez que se incrementa la eficiencia del módulo fotovoltaico para la misma distancia  $d/l$ . Esto se debe a que al tener una mayor eficiencia energética, la razón de superficie cubierta puede ser reducida ya que es más importante obtener el beneficio de aumentar el rendimiento energético (debido al bajo impacto del sombreado) que reducir los costos asociados al terreno.

Los diseñadores de plantas fotovoltaicas comúnmente determinan la separación entre filas basándose en la regla del solsticio de invierno. Esta regla es usualmente empleada para poder garantizar que en el solsticio de invierno, el cual es el día con el mayor impacto respecto a sombras compete, los módulos fotovoltaicos no se encuentren sombreados entre las 10:00A.M. y las 2:00P.M. hora solar. Resultados de una comparación entre la separación de arreglos obtenida con la regla del solsticio de invierno y el valor óptimo obtenido con el método propuesto se muestran en la Fig. 6. En esta figura, el valor  $d/l$  óptimo es graficado contra la orientación de los módulos fotovoltaicos, la cual varía de  $-15^\circ$  a  $15^\circ$ . La gráfica en la izquierda corresponde a una inclinación de módulo fija a  $20^\circ$  mientras que la gráfica de la derecha corresponde a una inclinación de módulo fija a  $30^\circ$ . Cada gráfica compara la regla del solsticio de invierno con el método propuesto considerando los tres valores asignados al costo del terreno ( $C_{m2land}=6, 10, \text{ and } 33 \text{ USD/m}^2$ ). La figura muestra que el método propuesto es afectado significativamente por los costos relacionados con el terreno, por ejemplo el valor óptimo  $d/l$  claramente se reduce al momento de incrementar los costos relacionados con el terreno. Como puede verse, la regla del solsticio de invierno no es capaz de adaptar la separación entre arreglos a los factores económicos de la planta fotovoltaica. Adicional a esto, la separación óptima de los arreglos puede variar de la calculada con esta regla, especialmente en costos de terreno muy elevados. Por lo tanto la regla del solsticio de invierno ampliamente utilizada no necesariamente te conduce a una separación óptima entre arreglos desde el punto de vista de rendimiento económico del sistema. Esto enaltece el interés en considerar factores tanto técnicos como económicos al momento de optimizar la separación entre arreglos fotovoltaicos y la utilidad de la metodología propuesta.

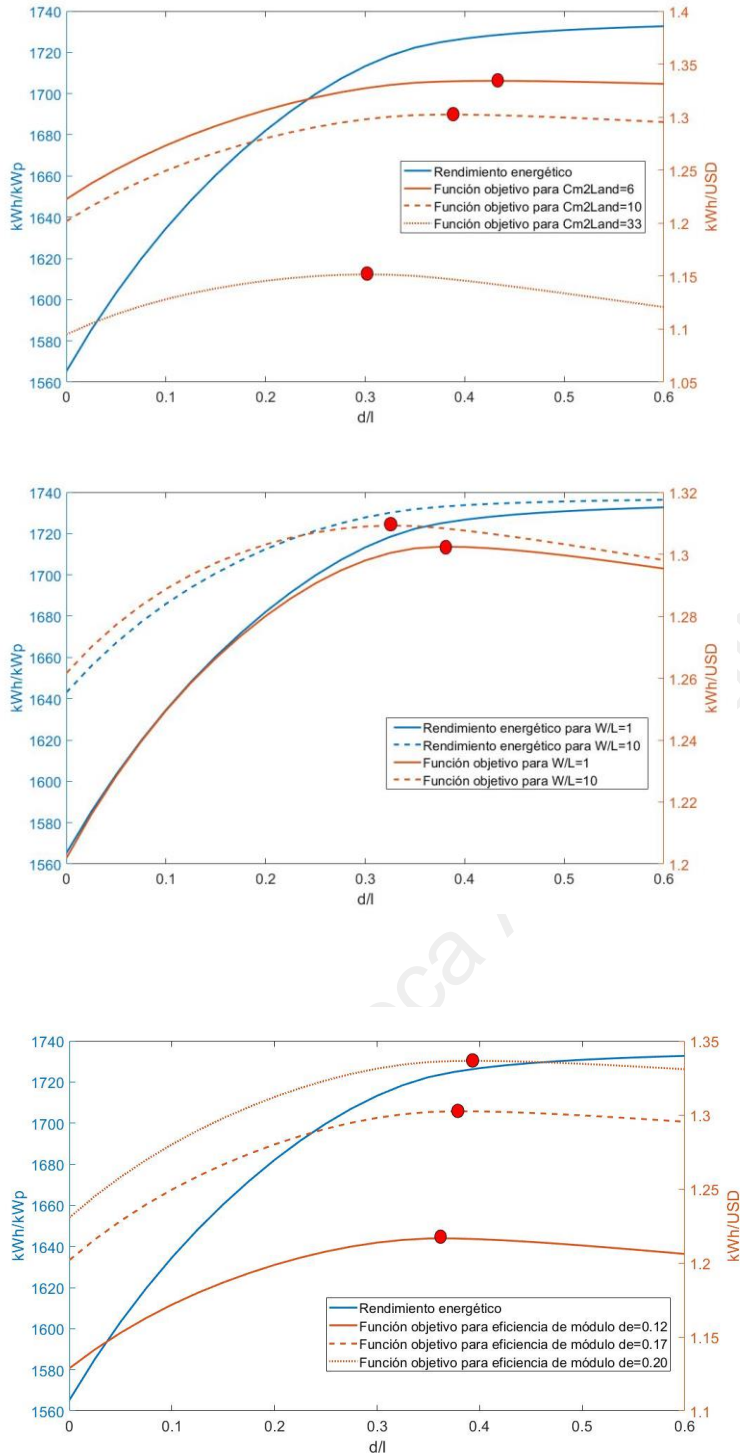


Fig. 5 Rendimiento energético y función económica objetivo contra distancia libre normalizada entre las filas ( $d/l$ ). Arriba: para la variable costo por unidad de superficie de terreno ( $C_{m2land}$ ); en medio: para la variable aspecto de figura de planta ( $W/L$ ); abajo: para la variable eficiencia de módulo fotovoltaico ( $\eta_{mod}$ ).

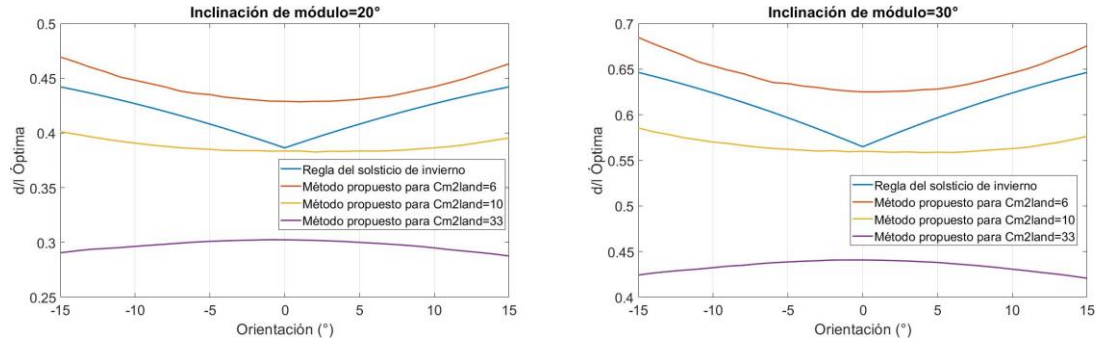


Fig. 6 Distancia  $d/l$  óptima contra la orientación del módulo considerando la regla del solsticio de invierno y el método propuesto con la variable relacionada al costo del terreno. Izquierda: inclinación de módulo fotovoltaico de 20°, derecha: inclinación de módulo fotovoltaico de 30°.

Biblioteca Aguascalientes

## 5. Análisis de sensibilidad

Los principales resultados del análisis de sensibilidad en la influencia de los factores técnicos y económicos en el espaciado entre filas de arreglos fotovoltaicos son presentados en la tabla 2. Los valores en esta tabla fueron obtenidos al variar cada parámetro de influencia entre un valor mínimo y máximo especificados en la tabla 1, mientras que el resto de los valores se mantuvieron con el valor del caso base. Los valores máximos y mínimos óptimos de  $d/l$  se encuentran reportados en la tabla, así como su variación en el valor de  $d/l$  expresado en porcentaje respecto al caso base. El valor de  $d/l$  de referencia para el caso base de Aguascalientes es 0.383. Los diversos parámetros son ponderados de acuerdo al porcentaje de variación que representan en torno a  $d/l$ , ordenados del más significativo al menos significativo. De esta manera es más fácil observar los parámetros más significativos.

Tabla 2. Análisis de sensibilidad de factores técnicos y económicos que influyen en la separación entre arreglos. Valores mínimos y máximos óptimos de  $d/l$  para cada parámetro de acuerdo al rango de valores definidos, y porcentajes de variación con un  $d/l(\Delta d/l)$  óptimo respecto al caso base ( $d/l=0.383$ ).

Parámetro	$d/l$ opt. min.	$d/l$ opt.max.	$\Delta d/l$ (%)
$\beta$	0.196	0.560	94.89
$C_{m2land}$	0.302	0.429	32.98
$W/L$	0.330	0.388	15.14
$\eta_{mod}$	0.362	0.395	8.45
$C_{kWp}$	0.370	0.401	7.94
$W/l$	0.370	0.388	4.76
$\alpha$	0.383	0.401	4.72
$C_{m2str}$	0.382	0.385	0.57
$L_{DC}$	0.382	0.384	0.49
$\gamma_{mod}$	0.383	0.384	0.10
$L_{AC}$	0.384	0.384	0.00

Como puede observarse, el valor con mayor influencia es la inclinación del módulo fotovoltaico con un 94.89% de influencia respecto a  $d/l$ . Este parámetro es ampliamente utilizado en métodos para calcular la separación entre módulos fotovoltaicos en la literatura. Sin embargo, la mayoría de estos métodos no consideran relevantes otros parámetros como en el caso del método propuesto. El segundo parámetro de influencia son los costos relacionados con el terreno con un 32.98% de influencia. Éste es un factor económico importante dado a que un incremento en los costos relacionados con el terreno

implica una reducción en la separación entre los arreglos. La razón de forma de la planta también tiene una influencia apreciable con un 15.14% ya que la primera fila de módulos tiene un impacto favorable mayor que el resto de las filas respecto a la producción energética. La eficiencia de los módulos fotovoltaicos y los costos de potencia pico relacionados cuentan con valores de impacto similares con 8.45% y 7.94% respectivamente. Y por debajo de ellos, el ancho de la planta normalizado y la orientación de módulo muestran 4.76% y 4.72% respectivamente. Los restantes parámetros muestran una influencia muy pequeña y muy similar, menor a 0.6% para cada uno.

El comportamiento para el modelo de optimación respecto al cambio en los valores de los parámetros ha sido analizado a detalle. Los resultados para los seis parámetros con los mayores números de influencia en la separación de arreglos ( $\beta$ ,  $C_{m2land}$ ,  $W/L$ ,  $\eta_{mod}$ ,  $C_{kWp}$  and  $W/l$ ) se resumen en la Fig. 7. Como puede observarse, el  $d/l$  óptimo muestra un comportamiento casi lineal para tres de estos parámetros ( $\beta$ ,  $\eta_{mod}$  y  $C_{kWp}$ ) mientras que para los otros tres parámetros el comportamiento es claramente no lineal. El valor óptimo de  $d/l$  incrementa con el valor del parámetro en casi todos los casos con excepción de  $C_{m2land}$  y  $W/L$ . Las gráficas también muestran la influencia de cada parámetro en la función objetivo lo cual nos da una idea de la influencia de cada parámetro en el rendimiento económico del sistema. Los cambios en cada parámetro implican un incremento o decremento monótono en la función económica objetivo excepto para el caso del parámetro  $\beta$  en donde se observa un máximo entre el rango de datos analizados. Este máximo corresponde al valor de inclinación óptimo para los módulos fotovoltaicos en Aguascalientes de acuerdo al método propuesto.

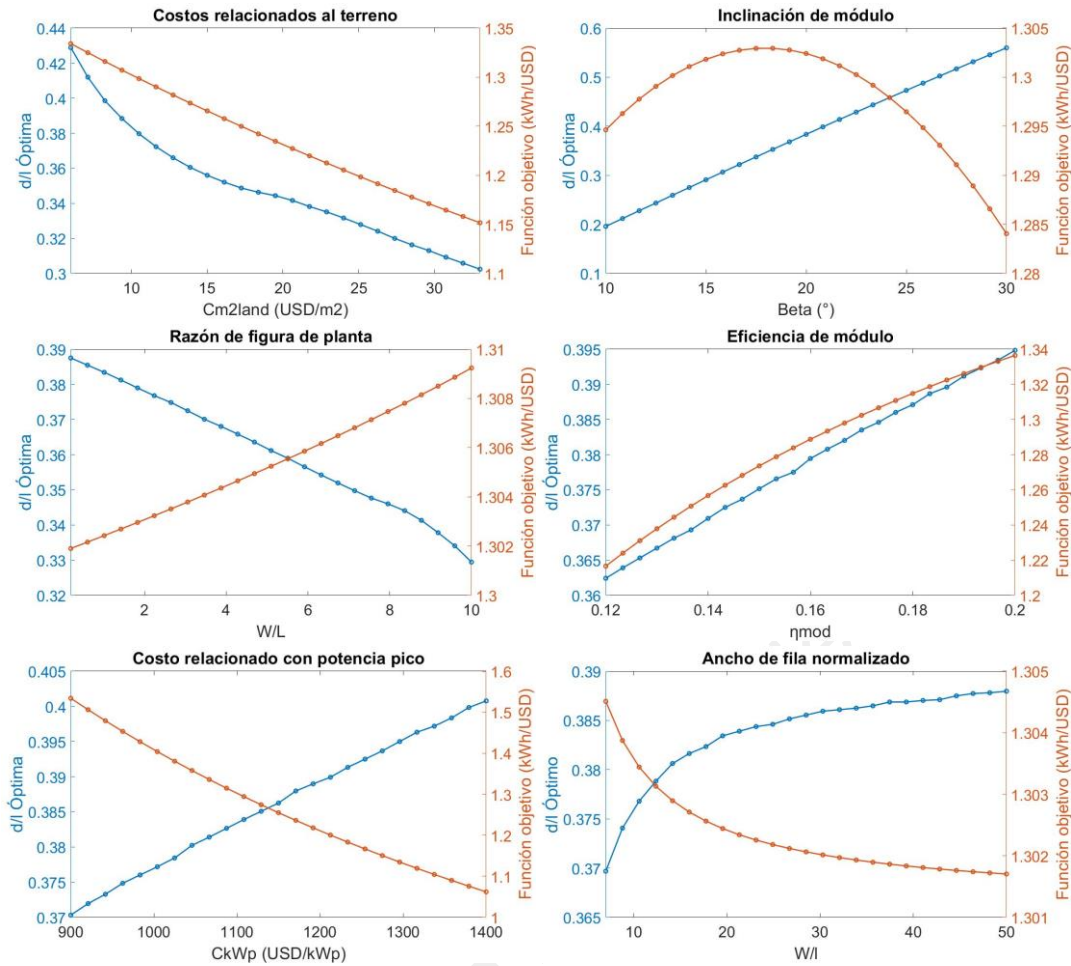


Fig. 7 Variaciones del valor  $d/l$  óptimo y la función objetivo para los seis parámetros con la mayor influencia en el espaciamiento de los arreglos fotovoltaicos.

Tomando en cuenta el análisis de sensibilidad vale la pena recomendar a los diseñadores de plantas fotovoltaicas que incorporen parámetros económicos y técnicos al momento de calcular la separación entre arreglos fotovoltaicos. Los principales factores técnicos que deberían de considerarse son la inclinación del módulo fotovoltaico (el cual es extensamente usado en este tipo de cálculos), la relación de figura de la planta, la eficiencia del módulo fotovoltaico, el ancho de fila normalizado para las filas de módulos fotovoltaicos y la orientación del módulo fotovoltaico. Los principales factores económicos a considerar son los costos relacionados con el terreno y los relacionados con la potencia pico del sistema. El uso de una metodología como la que se propone en la presente publicación puede ayudar con este tipo de cálculos e incitar a mejorar el rendimiento económico de los proyectos fotovoltaicos al optimizar la separación entre arreglos fotovoltaicos.

## 6. Ejemplo de aplicación

En esta sección, se presenta un ejemplo de aplicación del método propuesto basándose en un proyecto fotovoltaico real pero que aún no se ha implementado. El proyecto está localizado en Aguascalientes para que los datos meteorológicos mencionados anteriormente en la publicación puedan ser aplicados. El terreno debe de ser comprado a 4 USD/m<sup>2</sup>. La planta fotovoltaica consiste en 5 estructuras de montaje hechas de acero galvanizado, cada una soportando 80 módulos fotovoltaicos en arreglos de 4 módulos en vertical y líneas de 20 módulos por línea (Fig. 8). Las estructuras están orientadas hacia el sur y con una inclinación de 20°, el terreno es horizontal. Los módulos a emplear son Renesola Virtus II JC260M-24/Bb fabricados con silicio poli cristalino de 260 Wp por módulo y una eficiencia de módulo de 16%. El sistema incorpora 5 inversores fotovoltaicos trifásicos marca SMA modelo STP17000TL con una capacidad nominal de 17,000 W por inversor, a cada uno de estos inversores se le conectan 80 módulos fotovoltaicos colocados en cada una de estas estructuras de montaje fabricadas en acero. De esta manera la razón de dimensionamiento de la planta es de 1.22 de acuerdo a los diseños típicos de Aguascalientes. Un transformador de 110 kVA es instalado debido al voltaje de operación de los inversores (230/400V) el cual difiere del voltaje de operación de la red (127/220V). El terreno rectangular disponible es de 32.8 m x 26.0 m, La información requerida para correr la metodología de optimización se encuentra descrita en la tabla 3. Como puede observarse, la información es familiar para los diseñadores de plantas fotovoltaicas.

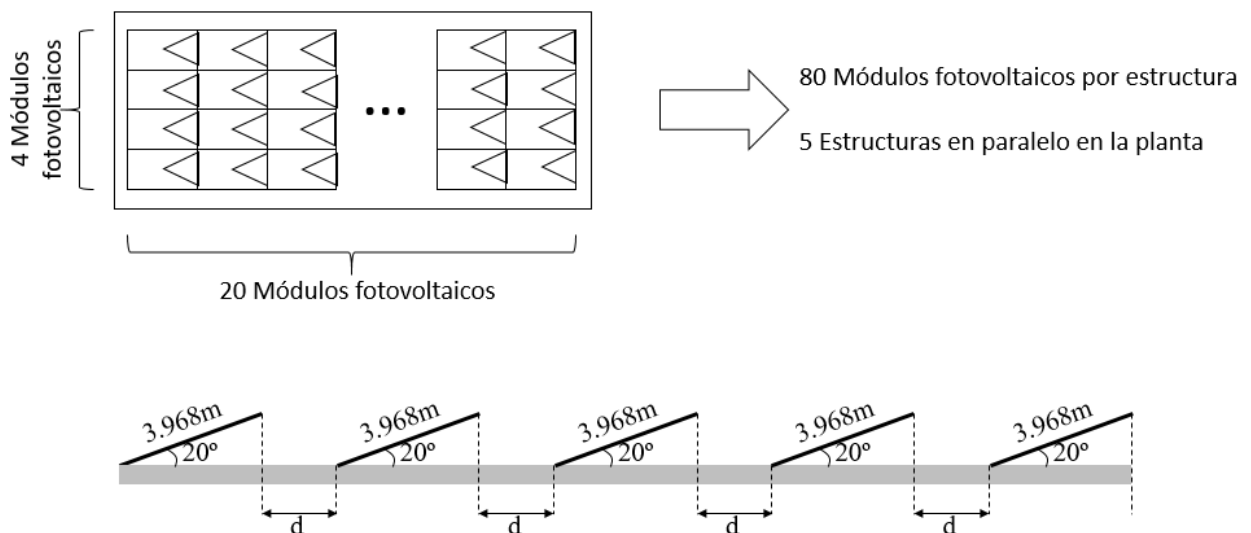


Fig. 8. Geometría de arreglos fotovoltaicos y estructura del ejemplo de aplicación.

Tabla. 3. Información requerida por el método de optimización propuesto para el ejemplo de aplicación.

Fuente	Información
Hoja de datos del módulo fotovoltaico	Potencia máxima = 260Wp Coeficiente de temperatura. = 0.40%/K NOCT = 45°C Eficiencia de módulo = 16.0 % Ancho de módulo= 0.992 m Largo de módulo = 1.690 m
Geometría del terreno	Largo = 26.0 m Ancho = 32.8 m Orientación = sur Inclinación del terreno = horizontal
Diseño preliminar	Inclinación de módulo = 20° Numero de estructuras de montaje = 5 Ancho de la Estructura = 32.8 m Altura de la estructura = 3.968 m Número de módulos fotovoltaicos por estructura = 80 Número total de módulos = 400 Potencia pico total = 104,000 Wp Capacidad nominal de cada inversor = 17,000 W Número de inversores = 5 Potencia de salida en corriente alterna= 85,000 W
Presupuesto	Costo por módulo fotovoltaico = 134.20 USD Costo por inversor = 4,210 USD Costo por estructura = 3,950 USD Costo de protecciones eléctricas = 12,421 USD Costo del Transformador= 1,842 USD Costo de mano de obra = 4,210 USD Costo de construcción = 15,789 USD Costo de cableado = 6,856 USD Costo del terreno = 4 USD/m <sup>2</sup>

Los parámetros de entrada pueden ser calculados fácilmente utilizando la información propuesta. La altura del colector (4 líneas de módulos fotovoltaicos) es 3.968 m. El ancho normalizado es por lo tanto  $W/l=8.266$ . Cuando el largo de la planta fotovoltaica no se sabe

con anticipación, se puede aproximar la relación de figura de la planta considerando el largo total de la superficie de terreno que se tiene:  $W/L = 1.262$ . El coeficiente de pérdida en corriente directa se fija a  $L_{DC} = 0.1$ , lo cual es un valor representativo para una planta fotovoltaica típica, mientras que el coeficiente de pérdida en corriente alterna se fija a  $L_{AC} = 0.04$  considerando que se tienen pérdidas en cables de corriente alterna y un transformador eléctrica. El costo relacionado de la potencia pico se calcula mediante la suma de los módulos fotovoltaicos, la potencia del inversor fotovoltaico, protecciones eléctricas, transformador eléctrico, mano de obra y costos relacionados a construcción divididos entre la potencia pico de la planta fotovoltaica,  $C_{kWp} = 1047$  USD/kWp. El costo por m<sup>2</sup> de estructura es  $C_{m2str} = 30.35$  USD/m<sup>2</sup>. El costo total de cableado dividido entre la superficie de terreno disponible es 6.74 USD/m<sup>2</sup>. Si sumamos el costo relacionado al terreno entonces,  $C_{m2land} = 10.74$  USD/m<sup>2</sup>.

Con estos parámetros de entrada, la distancia libre óptima entre filas de módulos fotovoltaicos ( $d$ ) puede ser calculada con el método propuesto. Los resultados son presentados en la tabla 4. Para motivos de comparación, también se calculó  $d$  usando dos métodos preexistentes: uno es empleando la regla del solsticio de invierno descrita en la sección 4, el otro método es el propuesto por Novas-Castellano *et al* [6], el cual calcula el sombreado exacto en la superficie del terreno en el día 21 de Diciembre. El menor valor de superficie de terreno ocupada es obtenido mediante el método propuesto (799.4m<sup>2</sup>) seguido por el método de la regla del solsticio de invierno (812.8 m<sup>2</sup>) y el método de Novas-Castellano *et al*. (851.0 m<sup>2</sup>). Esto quiere decir que cuando el costo relacionado al terreno son considerados en el análisis como en el caso del método propuesto la distancia  $d$  tiende a ser menor. Los otros dos métodos son solo basados en el cálculo de irradiancia cuando existe sombreado y no consideran este tipo de información. Como puede observarse en la tabla las diferencias en el rendimiento energético son pequeñas comparadas con las diferencias en la distancia  $d$ . Sin embargo, la función económica objetivo se ve impactada por la superficie de terreno ocupada, que van desde 1.2764 kWh/USD para el método propuesto hasta 1.2737 kWh/USD para el método de Novas-Castellano *et al*. Como conclusión, este ejemplo muestra los beneficios económicos de emplear el método propuesto.

Tabla 4 Comparación entre el método propuesto, La regla estándar del solsticio de invierno y el método de Novas-Castellano *et al.* [6] para el cálculo de la distancia libre entre filas de módulos fotovoltaicos ( $d$ ).

Método	$d$ (m)	Superficie de terreno ocupada ( $m^2$ )	Rendimiento energético anual (kWh/kWp)	Función objetivo (kWh/USD)
Presente estudio	1.432	799.4	1,690	1.2764
Regla del solsticio de invierno	1.533	812.7	1,692	1.2761
Método de Novas-Castellano <i>et al.</i> [6]	1.825	851.0	1,695	1.2737

## 7. Conclusiones

Una metodología para optimizar los arreglos para instalaciones fotovoltaicas interconectadas a la red ha sido propuesta. Utiliza cálculos de sombreados anuales, un modelo de rendimiento energético del sistema fotovoltaico y un acercamiento económico basado en los costos de inversión. De esta manera, el método propuesto toma en consideración numerosos factores tanto técnicos como económicos que impactan directamente en la separación de los arreglos fotovoltaicos. Ha sido aplicado al clima de Aguascalientes, México, al utilizar datos atmosféricos medidos puntualmente en la entidad con un registro de 10 años. Sin embargo, la metodología puede ser fácilmente aplicada a numerosas localidades con datos climáticos disponibles.

Los resultados han sido comparados a la regla comúnmente empleada para diseñar instalaciones fotovoltaicas, la regla del solsticio de invierno. Mientras la regla simplificada nos brinda un valor único para separación entre filas para una inclinación dada, orientación y localidad, el método propuesto adapta diversos parámetros. Por ejemplo, considerando una instalación orientada hacia el sur con una inclinación de 20°, la distancia libre entre colectores puede variar entre 0.30 y 0.44 en función de los costos relacionados con el terreno, comparado con el valor fijo de 0.38 obtenido mediante la regla del solsticio de invierno. Por lo tanto, el método propuesto es más flexible y puede adaptarse a cualquier proyecto específico, incrementando su rendimiento económico.

Cuando se trabaja con separación entre arreglos fotovoltaicos óptima, es conveniente considerar una distancia mínima requerida para poder dar mantenimiento a la instalación. Es posible que la distancia óptima no sea suficiente para poder brindar mantenimiento a la instalación. Nuestra recomendación en este caso es incrementar la altura del colector si es posible, por ejemplo al añadir una fila de módulos fotovoltaicos con la mayor distancia en vertical, de esta manera la distancia óptima va a incrementar y va a permitir que las labores de mantenimiento puedan llevarse a cabo. En el caso que por cuestiones estéticas o estructurales no se puedan implementar este tipo de ajustes, la distancia óptima no va a poder ser usada, y se tendrán que asumir pérdidas económicas al utilizar más superficie que la que se tenía contemplada en un principio al emplear una mayor separación entre filas de módulos fotovoltaicos.

La metodología puede ser empleada como marco para analizar el impacto de cada factor tanto técnico como económico de manera individual en torno a la separación óptima de cada arreglo fotovoltaico. Los resultados del análisis de sensibilidad nos han permitido ponderar los factores involucrados en función a su impacto. Considerando parámetros técnicos, los principales factores involucrados son: inclinación de módulo fotovoltaico ( $\Delta d/l = 94.89\%$ ), la razón de ancho contra largo de la planta ( $\Delta d/l = 15.14\%$ ) y la eficiencia del

módulo fotovoltaico ( $\Delta d/I = 8.45\%$ ), mientras que considerando factores económicos tenemos que los principales factores son: los costos relacionados con el terreno ( $\Delta d/I = 32.98\%$ ) y los costos por kWp ( $\Delta d/I = 7.94\%$ ). Estos resultados pueden ayudar a los diseñadores de plantas fotovoltaicas en la selección de los componentes y la geometría de la planta. Hay una carencia de publicaciones en la literatura revisada que involucren este tipo de análisis. La metodología es analítica y fácil de usar, facilitando la aplicación en proyectos fotovoltaicos reales.

Futuros trabajos incorporaran metodologías económicas más complejas tales como el costo nivelado de la energía (Levelized Cost Of Energy), sistemas fotovoltaicos instalados en superficies no horizontales y sistemas de seguimiento solar.

### **Conflicto de intereses**

Los autores declaran que no hay conflicto de intereses en la publicación de este artículo.

### **Agradecimientos**

Los autores agradecen a la Coordinación General del Servicio Meteorológico Nacional (CGSMN) de la Comisión Nacional del Agua (CONAGUA) de México por brindar los datos meteorológicos empleados en la investigación. Pedro M. Rodrigo agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) de México por el apoyo económico como miembro del Sistema Nacional de Investigadores.

## Referencias

- [1] P. P. Groumpos and K. Khouzam, "A generic approach to the shadow effect of large solar power systems," *Solar Cells*, vol. 22, no. 1, pp. 29-46, 1987.
- [2] M. M. Elsayed and M. A. Al-Tuki, "Calculaton of shading factor for collector field," *Solar energy*, vol. 47, no. 6, pp. 413-424, 1991.
- [3] J. Appelbaum and J. Bany, "Shadow efect of adjacent solar collectors in large scale systems," *Solar Energy*, vol. 23, pp. 497-507, 1979.
- [4] S. B. Sadineri, R. F. Boehm and R. Hurt, "Spacing analysis of an inclined solar collector field," in *ASME 2nd International Conference on Energy Sustainability*, Jacksonville, Florida, 2008.
- [5] D. Weinstock and J. Appelbaum, "Optimal solar field design of stationary collectors," *Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 126, no. 3, pp. 898-905, 2004.
- [6] N. Novas Castellano, J. A. Gázquez Parra, J. Valls-Guiraldo and F. Manzano-Agugliaro, "Optimal displacement of photovoltaic array's rows using a novel shading model," *Applied Energy*, vol. 144, pp. 1-9, 2015.
- [7] J. K. Cooper, A. B. Sproul and A. G. Bruce, "A method to calculate array spacing and potential system size," *Applied energy*, vol. 161, no. 1, pp. 11-23, 2016.
- [8] A. P. Institute, "Solar Potential Tool," Australian Renewable Energy Agency, 2014. [Online]. Available: <http://pv-map.apvi.org.au/potential>.
- [9] D. Weinstock and J. Appelbaum, "Optimization of solar photovoltaic fields," *Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 131, no. 3, pp. 0310031-0310039, 2009.
- [10] H. Awad, M. Gül y C. Ritter, «Solar photovoltaic optimization for comercial flat rooftops in cold regions,» 2016.
- [11] A. Martinez-Rubio, F. Sanz-Adan and J. Santamaria, "Optimal design of photovoltaic energy collectors with mutual shading for pre-existing building roofs," *Renewable Energy*, no. 78, pp. 666-678, 2015.
- [12] M. Iqbal, *An introduction to solar radiation*, Toronto: Academic Press, 1983.
- [13] P. M. Rodrigo, R. Velázquez and E. F. Fernández, "DC/AC conversion efficiency of grid-connected photovoltaic inverters in central Mexico," *Solar Energy*, vol. 139, pp. 650-665, 2016.

- [14] T. Maor and J. Appelbaum, "View factors of photovoltaic collector systems," *Solar Energy*, vol. 6, no. 86, pp. 1701-1708, 2012.
- [15] S. Gutiérrez and P. M. Rodrigo, "Energetic analysis of simplified 2-position and 3-position North-South horizontal single-axis sun tracking concepts," *Solar Energy*, vol. 157, pp. 244-250, 2017.
- [16] C. Rus-Casas, J. D. Aguilar, P. Rodrigo, F. Almonacid and P. J. Pérez-Higueras, "Classification of methods for annual energy harvesting calculations of photovoltaic generators," *Energy Conversion and Management*, vol. 78, pp. 527-536, 2014.
- [17] International Electrotechnical Commission, *IEC 61853-1: Photovoltaic (PV) module performance testing and energy rating - Part 1: Irradiance and temperature performance measurements and power rating*, Geneva, Switzerland, 2011.
- [18] B. Bletterie, R. Bründlinger and G. Lauss, "On the characterisation of PV inverters' efficiency - introduction to the concept of achievable efficiency," *Progress in Photovoltaics: Research and Applications*, vol. 19, no. 4, pp. 423-435, 2011.
- [19] K. Peippo and P. D. Lund, "Optimal sizing of solar array and inverter in grid-connected photovoltaic systems," *Solar Energy Materials and Solar Cells*, vol. 32, pp. 95-114, 1994.
- [20] P. J. Pérez-Higueras, F. M. Almonacid, P. M. Rodrigo and E. F. Fernández, "Optimum sizing of the inverter for maximizing the energy yield in state-of-the-art high-concentrator photovoltaic systems," *Solar Energy*, vol. 171, pp. 728-739, 2018.
- [21] P. M. Rodrigo, "Improving the profitability of grid-connected photovoltaic systems by sizing optimization," in *2017 IEEE Mexican Humanitarian Technology Conference, MHTC 2017*, Puebla, Mexico, 2017.
- [22] J. C. Lagarias, J. A. Reeds, M. H. Wright and P. E. Wright, "Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions," *SIAM Journal of Optimization*, vol. 9, no. 1, pp. 112-147, 1998.

**Artículo publicado**

Hindawi  
 International Journal of Photoenergy  
 Volume 2019, Article ID 1486749, 14 pages  
<https://doi.org/10.1155/2019/1486749>

*Research Article*

# Optimum Array Spacing in Grid-Connected Photovoltaic Systems considering Technical and Economic Factors

**S. Sánchez-Carbajal**  and **P. M. Rodrigo**

*Universidad Panamericana, Facultad de Ingeniería, Josemaría Escrivá de Balaguer 101, Aguascalientes 20290, Aguascalientes, Mexico*

Correspondence should be addressed to S. Sánchez-Carbajal; santiagoscarbajal@gmail.com

Received 22 August 2018; Revised 15 October 2018; Accepted 12 November 2018; Published 16 January 2019

Academic Editor: Santolo Meo

Copyright © 2019 S. Sánchez-Carbajal and P. M. Rodrigo. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

The performance and economics of grid-connected photovoltaic (PV) systems are affected by the array spacing. Increasing the array spacing implies reducing the impact of shading, but at the same time, it increases the land purchase/preparation costs and the wiring costs. A number of technical and economic factors are involved when selecting an optimum array spacing. Designers of PV plants often set the row-to-row spacing based on simplified rules, losing the opportunity of improving the profitability of their projects. In this paper, a comprehensive methodology for optimizing the array spacing is proposed. It is based on annual shading energy calculations and incorporates a PV energy yield model together with an economic model focused on investment costs. The method is applied to the climatic conditions in Aguascalientes, Mexico, as a case study. A sensitivity analysis allowed the impact of the technical and economic parameters involved on the optimum interrow distance to be quantified. According to the results, the most relevant technical parameters are the module tilt (often considered by the PV designers), the ratio of plant width to plant length, and the module efficiency. The main economic parameters are the land-related costs and the costs per kWp. The comparison of this methodology to a conventional rule based on the winter solstice condition shows differences in the array spacing for the same location when the multiple technical and economic parameters are considered. Therefore, the proposed method will be useful for PV designers to improve the energetic and economic behavior of their systems.

## 1. Introduction

There are several parameters of photovoltaic (PV) plants that can be easily modified during the early design affecting the profitability of the project. Among them, the interrow spacing plays a significant role. Increasing the array spacing implies higher annual energy output because of the reduced impact of shading, but at the same time, it raises costs of land purchase/preparation and wiring costs. Therefore, methodologies that optimize the array spacing can be developed. However, as a number of technical and economic parameters are involved in the optimization problem, the solution is more complex than those commonly employed in the PV industry. Designers of PV plants are losing the opportunity of improving the profitability of their projects because of the lack of comprehensive methodologies regarding this issue.

The problem of self-shading between rows of collectors has been analyzed in several early studies from the approach of incident energy. These analyses allowed a better understanding of the main design parameters involved in the shading effect and are applicable for both PV and solar thermal fields. An algorithm was proposed for calculating a measurement of the shading efficiency, for stationary collectors and for some cases of sun tracking [1]. From this efficiency value, the designers can set acceptable interrow spacing. In [2], authors calculated the instantaneous shading factor of a field consisting of rows of collectors parallel to the east-west direction and oriented facing the equator, allowing different array widths for the different rows, but no optimization of the row-to-row distance was implemented. The shading effect created by a south-facing vertical pole, inclined pole, vertical collector, and inclined collector over a one-year cycle was

explained in [3]. The objective of this method is to observe the variation of the amount of solar energy received by the collector per unit of area by changing the row-to-row distance of the collectors at any collector tilt. This method was also applied for spacing analysis in Las Vegas, Phoenix, and Albuquerque in [4]. Mathematical optimization techniques were proposed to maximize annual incident energy on a given field, minimize the field area for a given annual incident energy, and maximize the annual incident energy per unit collector area from a given field [5]. These techniques allow simultaneously optimizing collector height and tilt, interrow distances, and number of rows. The results were compared with a simple rule for calculating array spacing proposed by the Israeli Institute of Standards. A more recent contribution proposed a method that calculates the exact shading region on the land generated by each collector over the whole day of winter solstice considering equator-pointed collectors installed on a horizontal land [6]. The interrow distance can be selected to minimize shading based on this shading region.

Specifically, focused on PV systems, there are several studies that go deeper into the subject. A vector-based algorithm was proposed for roofs with a constant tilt different from horizontal and variable collector orientation, which optimizes the row-to-row distance based on a modified winter solstice rule [7]. The algorithm was implemented in the Australian PV Institute Solar Potential Tool [8]. The constrained optimization problem to solve the optimal design of stationary and single axis PV fields was improved by considering the electrical interconnection of the PV modules for achieving maximum yearly output energy from a given field area [9]. Finally, several studies have incorporated economic methodologies in the optimization problem. An analytical hierarchy process was proposed to weight the decision factors and to determine optimum tilt and row distances for flat roofs in cold climates, where capital cost and payback period of the investment are considered [10]. The 21<sup>st</sup> day of each month was analyzed in terms of shading calculations in this study. A leveled cost of energy (LCOE) approach for PV installations in preexisting building roofs considering the roof tilt and the collector tilt and orientation was also developed [11]. Several cases were analyzed by these authors in order to minimize the LCOE for a specific rooftop.

In spite of the different works reported in the literature, we found several limitations in the reviewed papers. Firstly, most research analyze the incident solar energy on the collector field under shading, but do not deal with the output of the PV system, which is affected by a number of factors, not only irradiance. Secondly, many of the reviewed papers focus on the shading issue in a specific day of the year (generally the winter solstice, in which it is assumed that the shading impact is the greatest) while an annual energy approach would provide more accurate optimization results. Thirdly, while there are some papers that consider economic factors in the optimization of array spacing, they limit the study to specific cases and there is not a general framework that allows the influence of each economic or technical parameter to be assessed.

In this contribution, the optimum array spacing in stationary grid-connected PV systems installed on a horizontal land is analyzed considering the annual energy yield and an economic objective function. The comprehensive PV model, which incorporates the investment costs of the system, allows the impact of different technical and economic parameters to be evaluated. This gives the designers of PV plants a better understanding of the different influencing factors, allowing a better selection of the system components and plant geometry for improving the profitability of their projects. The methodology offers three main novelties with respect to the reviewed literature: first, the economic objective function is exclusively based on system costs, which are easily obtained from the project budget, avoiding the need of financial or other parameters difficult to get; second, the PV model incorporates several technical parameters, such as PV module efficiency and degradation of efficiency with temperature or DC and AC system losses, which allow a more accurate consideration of the electricity output of the system compared to previous authors; third, the model is analytical and easy to implement without the need of the specific software or complex algorithms used by other authors. The proposed methodology is applied to the typical climatic conditions in Aguascalientes, Mexico. Data measured over 10 years at 10-minute intervals is used for generating the typical meteorological year. However, the comprehensive methodology can be easily applied to other locations with available climatic data.

## 2. Materials and Methods

**2.1. Meteorological Data.** This study is based on records of global horizontal irradiance ( $G_{hor}$ ) and ambient temperature ( $T_{amb}$ ) taken from December 2005 to April 2015 at 10-minute intervals in a meteorological station located near the center of Aguascalientes city (21.9°N, -102.3°E). This big volume of data was processed to get the typical meteorological year of Aguascalientes. The procedure consisted in calculating the monthly global horizontal irradiation for each month in the dataset and the monthly average global horizontal irradiation for each month (January, February, etc.); after that, we searched the month in the dataset that better matches the calculated average monthly global horizontal irradiation. This month is selected as one of the months of the typical meteorological year. As a result, 12 real months from different years are selected to represent the typical year.

In order to be confident that the generated meteorological year represents adequately the typical climatic conditions of the location, we validated the annual histograms of  $G_{hor}$  and  $T_{amb}$  by comparing the generated typical year to the 10 years' dataset. These histograms are shown in Figure 1. As can be seen, there is a good similarity between the histograms of the typical year and those of the 10 years' dataset. Thus, we can use the generated typical year as representative of the average climate in Aguascalientes. Actually, this is a remarkable aspect of the current contribution because we used for every simulation a typical year at 10-minute intervals, while many authors perform these kinds of calculations based on hourly values, often generated from monthly average values

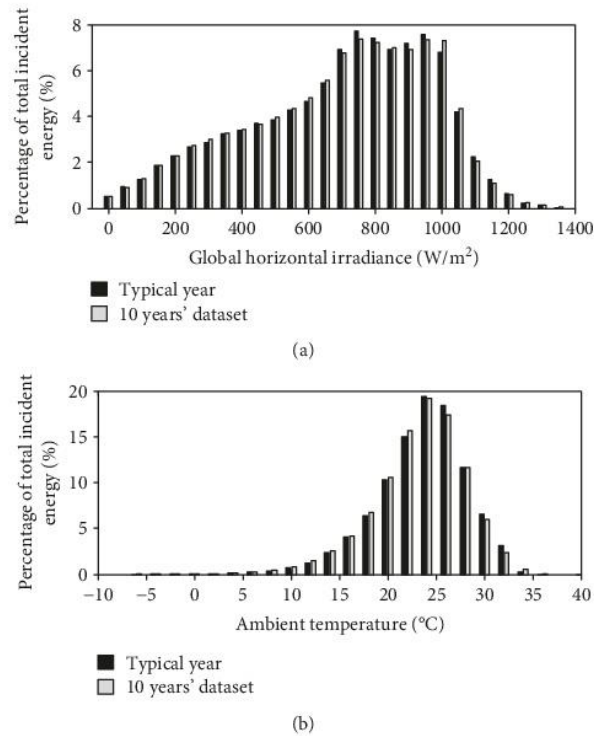


FIGURE 1: Comparison of annual histograms of global horizontal irradiance (a) and ambient temperature (b) between the generated typical year and the 10 years' dataset.

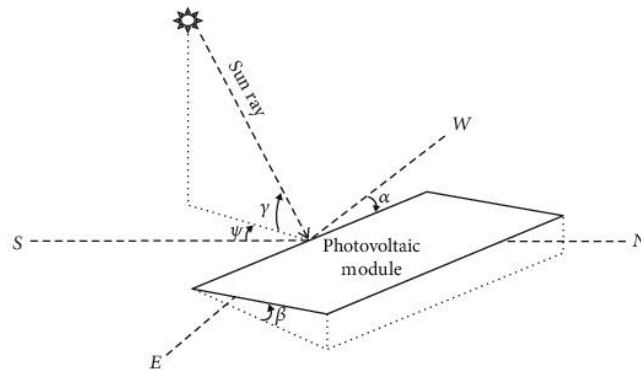


FIGURE 2: Angles that define the position of the PV arrays and the sun position.

taken from online meteorological databases. Therefore, the presented methodology is necessarily more accurate than it is usual in the literature.

The radiation inputs of the PV energy yield model are the diffuse horizontal ( $D_{\text{hor}}$ ) and the direct horizontal ( $B_{\text{hor}}$ ) irradiances. As these magnitudes are not directly provided by the meteorological dataset, they were calculated by using Iqbal's correlation between the diffuse fraction and the clearness index [12]. The details of this calculation can be read in a previous contribution [13].

**2.2. Irradiance Calculations considering Array Shading.** The basic angles that determine the position of the PV arrays

and the sun are defined in Figure 2. For positioning the PV arrays, the orientation ( $\alpha$ ) and tilt ( $\beta$ ) angles are shown ( $\alpha = 0^\circ$  means PV modules facing the equator). For positioning the sun, the azimuth ( $\psi$ ) and the elevation ( $\gamma$ ) are needed ( $\psi = 0^\circ$  means sun coming from the equator).

In order to consider self-shading between rows of PV modules, the magnitudes shown in Figure 3 are used. The free distance between two adjacent rows is named as  $d$ . This distance together with the  $\beta$  tilt angle and the  $l$  collector height defines the spacing between parallel rows. Note that the collector height can be obtained with one or several lines of coplanar PV modules; i.e., it does not necessarily equal the height of one PV module. The row spacing is then  $l \cdot \cos \beta + d$

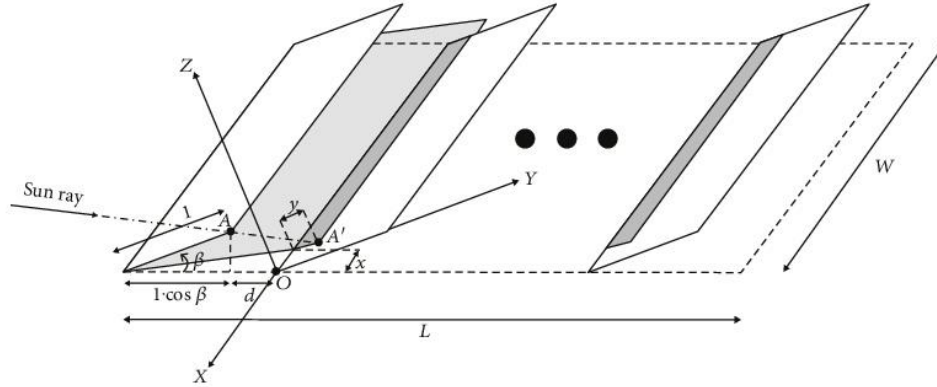


FIGURE 3: Geometry for calculating self-shading between parallel rows of PV modules.

, as shown in the figure.  $L$  and  $W$  are the length and width of the plant, respectively.

For obtaining the shaded rectangle on a row caused by a previous row, the coordinates of the  $A'$  point on the OXYZ reference are needed. The  $A'$  point is the intersection of the line that matches the direction of the sun ray and contains the  $A$  point (one of the corners of the previous row) with the plane of the shaded row. This intersection can be mathematically expressed as

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ l \\ 0 \end{bmatrix} - R_2 \begin{bmatrix} 0 \\ l \cos \beta + d \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda R_2 R_1 \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \gamma \\ -\sin \gamma \end{bmatrix}, \quad (1)$$

where  $R_1$  and  $R_2$  are the following rotation matrices:

$$R_1 = \begin{bmatrix} \cos(\psi - \alpha) & \sin(\psi - \alpha) & 0 \\ -\sin(\psi - \alpha) & \cos(\psi - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}.$$

The three expressions in Eq. (1) contain three unknowns:  $x$ ,  $y$ , and  $\lambda$ . Clearing the third equation allows the  $\lambda$  expression to be determined:

$$\lambda = \frac{(l \cos \beta + d) / \cos \gamma}{\cos(\psi - \alpha) + (\tan \gamma / \tan \beta)}. \quad (3)$$

The sign of the  $\lambda$  parameter indicates if the sun comes in front of the PV modules ( $\lambda > 0$ ) or behind them ( $\lambda \leq 0$ ). The condition  $\lambda > 0$  is equivalent to  $\cos(\psi - \alpha) + (\tan \gamma / \tan \beta) > 0$ . Clearing the first and second equations in Eq. (1) allows the expressions for  $x$  and  $y$  to be determined in a similar way.

In this study, normalized notation is used to perform an analysis as general as possible. The following variables normalized to the  $l$  collector height will then be used:  $d/l$ ,  $W/l$ ,  $x/l$ , and  $y/l$ . The aim of the shading analysis is to get two shading factors:  $f_{s1}$  (shading factor of the first row of the plant) and  $f_{s2}$  (shading factor of the second and subsequent rows of the plant). A shading factor represents the ratio of the shaded area to the total collector area of a row. Using the normalized notation, these shading factors can be calculated by the following algorithm:

$$\lambda_0 = \cos(\psi - \alpha) + \frac{\tan \gamma}{\tan \beta}$$

If  $\lambda_0 \leq 0$  then  $f_{s1} = f_{s2} = 1$

$$\text{Else} \left\{ \begin{array}{l} f_{s1} = 0 \\ x/l = (\cos \beta + d/l) \frac{\sin(\psi - \alpha)}{\lambda_0} \\ y/l = 1 - (\cos \beta + d/l) \frac{\tan \gamma}{\lambda_0 \sin \beta} \\ \text{If } y/l \leq 0 \text{ then } f_{s2} = 0 \\ \text{Else if } (x/l \leq -W/l) \text{ OR } (x/l \geq W/l) \text{ then } f_{s2} = 0 \\ \text{Else } f_{s2} = \left(1 - \frac{|x/l|}{W/l}\right) y/l \end{array} \right. \quad (4)$$

The shading factors will be used to correct the direct irradiance incident on the rows of PV modules. The diffuse and albedo irradiances must be calculated from the horizontal diffuse and the horizontal global irradiances, respectively, by applying the so-called "view factors to sky" corrections. We can distinguish two view factors to sky:  $F_{sky1}$  (that of the first row of the plant) and  $F_{sky2}$  (that of the second and subsequent rows). These can be calculated following the expressions proposed in [14]:

$$F_{\text{sky}1} = \frac{1 + \cos \beta}{2},$$

$$F_{\text{sky}2} = \frac{1 + \cos \beta + d/l - \sqrt{\sin^2 \beta + (d/l)^2}}{2}. \quad (5)$$

From these view factors, the diffuse ( $D_1$ ) and albedo ( $A_1$ ) irradiances on the rows of PV modules are calculated (note that we distinguish between the first row, subscript "1," and the second and subsequent rows, subscript "2"):

$$D_1 = F_{\text{sky}1} D_{\text{hor}},$$

$$D_2 = F_{\text{sky}2} D_{\text{hor}},$$

$$A_1 = \rho G_{\text{hor}} (1 - F_{\text{sky}1}),$$

$$A_2 = \rho G_{\text{hor}} (1 - F_{\text{sky}2}),$$

where  $\rho$  is the albedo coefficient. It is set to 0.2 in the present study corresponding to an urban environment. The direct irradiance incident on the plane of the PV arrays (prior to the shading correction),  $B$ , can be calculated from the direct horizontal irradiance,  $B_{\text{hor}}$ , by

$$B = B_{\text{hor}} \frac{\cos \theta_n}{\sin \gamma}, \quad (7)$$

where  $\theta_n$  is the angle of incidence of the rays of the sun as compared with the normal of the PV modules, which is obtained through trigonometric relations [15]. Finally, the average global irradiances incident on the rows of PV modules considering the shaded areas,  $G_{s1}$  and  $G_{s2}$ , are calculated by

$$G_{s1} = (1 - f_{s1})B + D_1 + A_1,$$

$$G_{s2} = (1 - f_{s2})B + D_2 + A_2. \quad (8)$$

The average global irradiance for the whole plant ( $G_s$ ) can be obtained by considering the number of rows that comprise it ( $N_r$ ):

$$G_s = \frac{G_{s1} + (N_r - 1)G_{s2}}{N_r}, \quad (9)$$

where  $N_r$  can be expressed as a function of the normalized magnitudes that define the PV plant:

$$N_r = \frac{W/l}{W/L(\cos \beta + d/l)}, \quad (10)$$

$W/L$  is the plant aspect ratio or the ratio of plant width to plant length. With this procedure,  $G_s$  can be obtained at each time interval. The calculation of the annual global irradiation incident on the PV generator in kWh/(m<sup>2</sup> year),  $H_s$ , can be done by an annual summation as

$$H_s = \frac{\sum_i G_{si} \cdot \Delta t}{1,000}. \quad (11)$$

$\Delta t$  is the time step for the irradiance calculations (1/6 hr in this study).

**2.3. Energy Yield Model.** The annual energy yield of the PV system in kWh/kWp ( $Y$ ) can be calculated from the annual global irradiation by considering the different types of losses that exist in the system [16]:

$$Y = H_s(1 - L_T)(1 - L_{DC})\eta_{\text{inv}}(1 - L_{AC}), \quad (12)$$

where  $L_T$  represents the annual thermal losses,  $L_{DC}$  is the coefficient of losses in the DC side,  $\eta_{\text{inv}}$  is the annual inverter efficiency, and  $L_{AC}$  is the coefficient of losses in the AC side.  $L_T$  and  $\eta_{\text{inv}}$  are calculated in detail as a function of the operating conditions, while  $L_{DC}$  and  $L_{AC}$  are expressed as annual coefficients. The sensitivity analysis in Section 5 will show the influence of these coefficients, which can vary from one system to another, on the optimum array spacing.

The calculation of the annual thermal losses is done based on the temperature coefficient of maximum power of the PV module ( $\gamma_{\text{mod}}$ ) and on annual summations as

$$L_T = \gamma_{\text{mod}} \frac{\sum_i G_{si}(T_{ci} - T_c^*)}{\sum_i G_{si}}, \quad (13)$$

where  $T_{ci}$  are the values of cell temperature at each instant and  $T_c^*$  is the cell temperature at standard test conditions (25°C). The cell temperature values are calculated according to the standard PV method based on the nominal operating cell temperature (NOCT) coefficient [17]:

$$T_{ci} = T_{\text{amb},i} + \frac{G_{si}}{800} (\text{NOCT} - 20). \quad (14)$$

NOCT is set in this study to 45°C corresponding to normal values found in the datasheets of commercial PV modules.

The calculation of the annual inverter efficiency is done by weighting the instantaneous values of inverter efficiency ( $\eta_{\text{inv},i}$ ) with the incident global irradiance:

$$\eta_{\text{inv}} = \frac{\sum_i G_{si} \eta_{\text{inv},i}}{\sum_i G_{si}}, \quad (15)$$

where  $\eta_{\text{inv},i}$  can be expressed as a function of the inverter loss coefficients ( $L_0$ ,  $L_1$ , and  $L_2$ ) and the maximum power of the PV array normalized to the inverter nominal power ( $P_{\text{in},i}$ ) as [18, 19]

$$\eta_{\text{inv},i} = 1 - \frac{L_0 + L_1 P_{\text{in},i} + L_2 P_{\text{in},i}^2}{P_{\text{in},i}}. \quad (16)$$

The inverter loss coefficients are set in this study to  $L_0 = 0.0048$ ,  $L_1 = 0.0159$ , and  $L_2 = 0.0144$  according to typical values of medium-efficiency inverters obtained from a

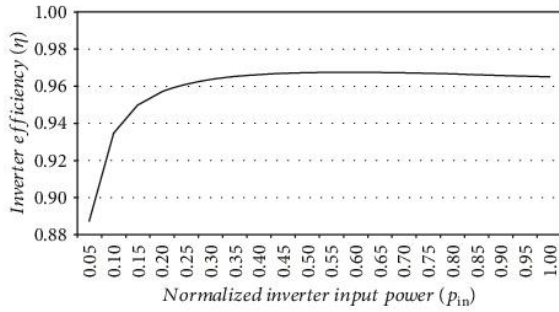


FIGURE 4: Efficiency curve of typical medium-efficiency inverter as a function of the normalized inverter input power.

survey of 80 commercial inverter datasheets published in [20]. The efficiency curve of this typical inverter is shown in Figure 4. The  $p_{in,i}$  values are calculated considering the DC-to-AC sizing ratio of the inverter ( $r_{DC/AC}$ ) or ratio of the PV array peak power to the inverter nominal power:

$$p_{in,i} = r_{DC/AC} \frac{G_{si}}{1000} [1 - \gamma_{mod}(T_{ci} - T_c^*)](1 - L_{DC}). \quad (17)$$

$r_{DC/AC}$  is set to 1.2 according to typical inverter sizing values used in Aguascalientes for improving the annual inverter efficiency and lowering the cost of inverters [21]. It must be highlighted that Eq. (16) expresses the instantaneous inverter efficiency under normal operating conditions. However, in the periods of high irradiance, the inverter can limit the output power to the inverter nominal power in order to not exceed this maximum output power. When this condition verifies, the inverter efficiency is simply expressed as

$$\eta_{inv,i} = \frac{1}{p_{in,i}}. \quad (18)$$

**2.4. Economic Objective Function.** The proposed methodology is aimed at maximizing the annual energy generated by the PV system per unit investment cost; i.e., the economic objective function ( $\Gamma$ ) is

$$\Gamma = Y/C_{kWp,tot}, \quad (19)$$

where  $C_{kWp,tot}$  is the total investment cost per installed kWp. In this way, the objective of this analysis is to maximize  $\Gamma$ .  $C_{kWp,tot}$  needs to be broken down as a sum of three costs:

$$C_{kWp,tot} = C_{kWp} + C_{kWp,str} + C_{kWp,land}, \quad (20)$$

where  $C_{kWp,str}$  represents the cost of structure used to support the PV modules per installed kWp,  $C_{kWp,land}$  represents the cost associated to land area per installed kWp, and  $C_{kWp}$  represents the rest of investment costs per installed kWp. The land related cost  $C_{kWp,land}$  includes cost of land purchase/preparation, together with wiring costs. Equation (20) can also be expressed as

$$C_{kWp,tot} = C_{kWp} + C_{m2str} \cdot A_{str\ per\ kWp} + C_{m2land} \cdot A_{land\ per\ kWp}. \quad (21)$$

$C_{m2str}$  and  $C_{m2land}$  are the cost per  $m^2$  of supporting structure and land, respectively,  $A_{str\ per\ kWp}$  the structure area per installed kWp, and  $A_{land\ per\ kWp}$  the land area per installed kWp. The last two areas can be expressed as a function of the standard efficiency of the PV modules ( $\eta_{mod}$ ) taking into account that

$$\eta_{mod} = \frac{1}{A_{str\ per\ kWp}} = \frac{1}{GCR \cdot A_{land\ per\ kWp}}, \quad (22)$$

where GCR is the ground coverage ratio of the PV plant or ratio of the PV array area to the land area. Therefore, the final expression for the economic objective function is

$$\Gamma = \frac{Y}{C_{kWp} + C_{m2str}/\eta_{mod} + C_{m2land}/(GCR \cdot \eta_{mod})}. \quad (23)$$

Note that GCR can be easily calculated as

$$GCR = \frac{1}{\cos \beta + d/l}. \quad (24)$$

Thus, an economic objective function has been developed, which depends on many technical and economic parameters of the PV plant.

**2.5. Optimization Algorithm.** The optimization of the array spacing consists on finding the optimum  $d/l$  that maximizes  $\Gamma$  for a set of given technical and economic parameters. This optimization problem can be successfully solved with the Nelder-Mead simplex algorithm as described in [22]. The algorithm is implemented in the standard *fminsearch* function of Matlab®. It uses a simplex of  $n + 1$  points for  $n$ -dimensional vectors  $x$ . First, it makes a simplex around the initial guess  $x_0$  by adding 5% of each component  $x_0(i)$  to  $x_0$ . These  $n$  vectors are used as elements of the simplex in addition to  $x_0$ . Then, the algorithm modifies the simplex repeatedly according to a procedure that can be summarized as

- (1)  $x(i)$   $i = 1, \dots, n + 1$  represents the current simplex
- (2) Order the points in the simplex from lowest function value  $f(x(1))$  to highest  $f(x(n + 1))$ . At each step in the iteration, the algorithm discards the current worst point  $x(n + 1)$ , and accepts another point into the simplex
- (3) Generate the  $r$  reflected point and calculate  $f(r)$ :

$$r = 2 \sum_{i=1}^n \frac{x(i)}{n} - x(n + 1) \quad (25)$$

- (4) If  $f(x(1)) \leq f(r) < f(x(n))$ , accept  $r$  and terminate this iteration

- (5) If  $f(r) < f(x(1))$ , generate the  $s$  expansion point and calculate  $f(s)$ :

$$s = m + 2(m - x(n + 1)) \quad (26)$$

If  $f(s) < f(r)$ , accept  $x$  and terminate the iteration. Otherwise, accept  $r$  and terminate the iteration.

- (6) If  $f(r) \geq f(x(n))$ , perform a contraction between  $m$  and the better of  $x(n + 1)$  and  $r$ :

If  $r$  is better than  $x(n + 1)$ , calculate  $c = m + (r - m)/2$  and calculate  $f(c)$ . If  $f(c) < f(r)$ , accept  $c$  and terminate the iteration. Otherwise, continue with Step 7.

If  $r$  is equal or worse than  $x(n + 1)$ , calculate  $cc = m + (x(n + 1) - m)/2$  and calculate  $f(cc)$ . If  $f(cc) < f(x(n + 1))$ , accept  $cc$  and terminate the iteration. Otherwise, continue with Step 7.

- (7) Calculate the  $n$  points:

$$v(i) = x(1) + (x(i) - x(1))/2 \quad i = 2, \dots, n + 1 \quad (27)$$

Also calculate  $f(v(i))$ . The simplex at the next iteration is  $x(1), v(2), \dots, v(n + 1)$ .

### 3. Model Parameterization

In the present paper, a case base composed of a set of values for the input parameters is established. This case base represents a typical medium-sized PV plant. However, the behavior of the optimization model has been analyzed by allowing the variation of each parameter within a minimum and a maximum value in order to consider different possibilities both technical and economical for the PV plant configuration. The case base, minimum, and maximum values of each model parameter as considered in the current study are shown in Table 1.

The PV module orientation ( $\alpha$ ) in the case base is considered as equator-facing, while in the other cases a difference of  $-15^\circ$  and  $15^\circ$  is considered to fit the orientation of the rooftop or the land available in which the PV modules are placed.

For the PV module tilt angle ( $\beta$ ), the case base is set to  $20^\circ$ . The reason for this is that the mounting structures that are sold in Aguascalientes are often designed with this angle, similar to the site latitude. Nevertheless, different values are considered for the module tilt,  $10^\circ$  for the minimum because in some cases more power is needed to be placed on the limited space and  $30^\circ$  for the maximum because in some cases the space is narrow and the PV modules need to be placed this way.

For the normalized row width ( $W/l$ ), the case base sets the value to 20 meaning that we would have 40 PV modules of 72 cells (2 meters of collector height and 1 meter of collector width) in one row, which can be a commonly used value for a medium-sized PV installation. Meanwhile, the minimum case takes the value of 7 and in the maximum case the value is 50 in order to adapt to different row sizes.

TABLE 1: Analyzed values of the input parameters: minimum value, case base value, and maximum value.

Parameter	Minimum value	Case base value	Maximum value	Unit
$\alpha$	-15	0	15	$^\circ$
$\beta$	10	20	30	$^\circ$
$W/l$	7	20	50	—
$W/L$	0.2	1	10	—
$\gamma_{\text{mod}}$	0.0032	0.0040	0.0048	$^\circ\text{C}^{-1}$
$L_{\text{DC}}$	0.07	0.1	0.2	—
$L_{\text{AC}}$	0.01	0.02	0.05	—
$\eta_{\text{mod}}$	0.12	0.17	0.20	—
$C_{\text{kWP}}$	900	1100	1400	USD/kWp
$C_{\text{m2str}}$	22	25	28	USD/m <sup>2</sup>
$C_{\text{m2land}}$	6	10	33	USD/m <sup>2</sup>

For the plant aspect ratio ( $W/L$ ), the case base is set to 1 meaning that the available land is squared. The minimum case of 0.2 takes into account that the available land has a small width compared to its length while the maximum case of 10 means that the available land has a greater width compared to its length.

For the temperature coefficient of the PV module ( $\gamma_{\text{mod}}$ ), the case base considers  $0.0040^\circ\text{C}^{-1}$ , which is a typical value for commercial crystalline silicon PV modules. For the minimum case, the value is  $0.0032^\circ\text{C}^{-1}$  considering thin film PV modules, while for the maximum case the value is set to  $0.0048^\circ\text{C}^{-1}$  meaning that the silicon used to manufacture the PV cells and the overall quality of the PV module is not top quality.

For the DC loss coefficient ( $L_{\text{DC}}$ ), the case base is set to 0.1 meaning that 10% of the DC power is lost considering that the local regulation involving power loss in wires is successfully fulfilled and the soiling losses are kept to an acceptable level. In the minimum case, the value is set to 0.07 meaning that a strict maintenance policy is applied for mitigating soiling losses. On the other hand, for the maximum case, the value of 0.2 means that the wires used in the installation barely cover the local regulation requirements and the maintenance policy is barely applied or is nonexistent.

For the AC loss coefficient ( $L_{\text{AC}}$ ), the case base holds the value of 0.02 meaning that the local regulation involving power loss in wires is successfully fulfilled and there is not a power transformer. For the minimum case, the value is 0.01 considering that the wire loss is greatly mitigated by selecting a higher wire gauge than the necessary. Meanwhile, in the maximum case, a value of 0.05 is set considering that the wire gauge is barely covering the requirements of the local regulation and/or the power transformer is installed.

For the photovoltaic module efficiency ( $\eta_{\text{mod}}$ ), the case base is set to 0.17 meaning that the PV module used in the installation is a crystalline silicon module made from regular quality elements. In the minimum case, the value of 0.12 corresponds to low-efficiency thin film PV modules. For the

maximum case, the value is set to 0.20 meaning that the module is made of monocrystalline cells and is manufactured from high-quality components.

For the peak power-related costs ( $C_{kWp}$ ), the case base is set to 1100 USD/kWp meaning that the installation is medium-sized and considering the local prizes for the region of Aguascalientes. For the minimum case, the value is set to 900 USD/kWp corresponding to a utility-scale installation, while for the maximum case the value is 1400 USD/kWp corresponding to a small-sized installation.

For the structure-related cost ( $C_{m2str}$ ), the case base is set to 25 USD/m<sup>2</sup> corresponding to a typical aluminum structure designed for rooftop applications. For the minimum case, the value is 22 USD/m<sup>2</sup> considering a reduction in the material cost due to scale economics. For the maximum case, a value of 28 USD/m<sup>2</sup> is considered, considering a structure made of cold rolled iron protected by an epoxy paint and suitable for land application. This structure needs some infrastructure to be done like foundations made from iron and cement.

For the land-related cost ( $C_{m2land}$ ), the case base is set to 10 USD/m<sup>2</sup> considering that the land is far from the city and it is for agricultural use making the price per square meter more affordable. For the minimum case, 6 USD/m<sup>2</sup>, it is considered that the land is pre-owned and the only expense would be the acquisition of wires, the making of the ditch, and the registers and the hand work of putting the wires in the ducts and registers. For the maximum case, the value is set to 33 USD/m<sup>2</sup> considering the price per square meter of an industrial polygon near the city.

#### 4. Results

The proposed method allows the normalized free distance between rows ( $d/l$ ) to be optimized by considering technical and economic parameters of the PV plant. The optimization process is illustrated in Figure 5. In this figure, the energy yield and the economic objective function are plotted versus  $d/l$  for three different scenarios. In the top graph, the cost per unit land area ( $C_{m2land}$ ) is set to 6, 10, and 33 USD/m<sup>2</sup>, in the middle graph, the plant aspect ratio (ratio of plant width to plant length,  $W/L$ ) is set to 1 and 10. In the bottom graph, the PV module efficiency ( $\eta_{mod}$ ) is set to 0.12, 0.17, and 0.20. The rest of the model parameters are kept to the values of the case base. This way, the influence of an economic parameter ( $C_{m2land}$ ), a geometric parameter ( $W/L$ ), and a technical parameter ( $\eta_{mod}$ ) on the optimum  $d/l$  can be analyzed.

With respect to Figure 5 top, it can be seen that changing  $C_{m2land}$  does not influence the energy yield. However, it modifies the economic objective function; i.e., the objective function decreases with increasing land-related costs for the same  $d/l$  distance. The optimum  $d/l$  distance is also marked on the graph with a red circle. As can be observed, increasing the land-related costs implies a decrease on the optimum  $d/l$ ; i.e., the ground covering ratio should be reduced if the land-related costs increase to optimize the economic profitability of the PV plant.

In Figure 5 middle, two values of the plant aspect ratio (1 and 10) are analyzed.  $W/L = 1$  represents a squared plant

while  $W/L = 10$  represents a rectangular plant with wider rows than the plant length. In this case, the value of  $W/L$  does influence the energy yield because of the relative importance of the first row of the PV plant, which is the most favorable from the point of view of energy generation. In this way, a plant with  $W/L = 10$  exhibits a better energy yield than a plant with  $W/L = 1$ , as can be seen in the graph. The objective function also grows with increasing  $W/L$  because the energy yield is in the numerator of this function. The optimum  $d/l$  displaces to the left with increasing  $W/L$ . This means that having a greater plant aspect ratio ( $W/L = 10$ ) allows the ground cover ratio to be reduced because we can sacrifice a little of energy yield to have a lesser PV plant cost due to a smaller area usage.

When analyzing the bottomside of Figure 5, it can be seen that the energy yield is not affected by the PV module efficiency. However, it modifies the economic objective function, i.e., the economic function increases as the PV module efficiency increases for the same  $d/l$  distance. This is because a high-efficiency PV module would imply lower costs of structure and lower land-related costs. As can be observed, by having a greater module efficiency, the ground coverage ratio can be decreased because it is more important to take benefit of the increased energy yield (due to lower impact of shading) than to reduce the land-associated costs.

Designers of PV plants often set the array spacing based on a winter solstice rule. This rule is usually employed in order to guarantee that in the winter solstice, which is the day with larger impact of shading, the PV modules are not shaded between 10:00 a.m. and 2:00 p.m. solar time. Results of a comparison between the array spacing obtained with the winter solstice rule and the optimum obtained with the proposed method are shown in Figure 6. In this figure, the optimum  $d/l$  is plotted versus the PV module orientation, which is varied between  $-15^\circ$  and  $15^\circ$ . The graph on the left corresponds to a fixed PV module tilt of  $20^\circ$  while the graph on the right corresponds to a fixed PV module tilt of  $30^\circ$ . Each graph compares the winter solstice rule to the proposed method considering three different values of the land-related costs ( $C_{m2land} = 6, 10, \text{ and } 33 \text{ USD/m}^2$ ). The figure shows that the proposed method is significantly affected by the land-related costs; i.e., the optimum  $d/l$  clearly decreases as the land-related costs increase. As can be seen, the winter solstice rule is not able to adapt the array spacing to the economic parameters of the PV plant. In addition, the optimum array spacing can differ from that calculated with this rule, especially for highly expensive land. Therefore, the widely used winter solstice rule does not necessarily lead to an optimum array spacing from the point of view of the economic profitability of the project. This highlights the interest of considering technical and economic parameters when optimizing the array spacing and the usefulness of the proposed methodology.

#### 5. Sensitivity Analysis

The main results of a sensitivity analysis on the influence of technical and economic parameters on the optimum array spacing are presented in Table 2. The values in this table were

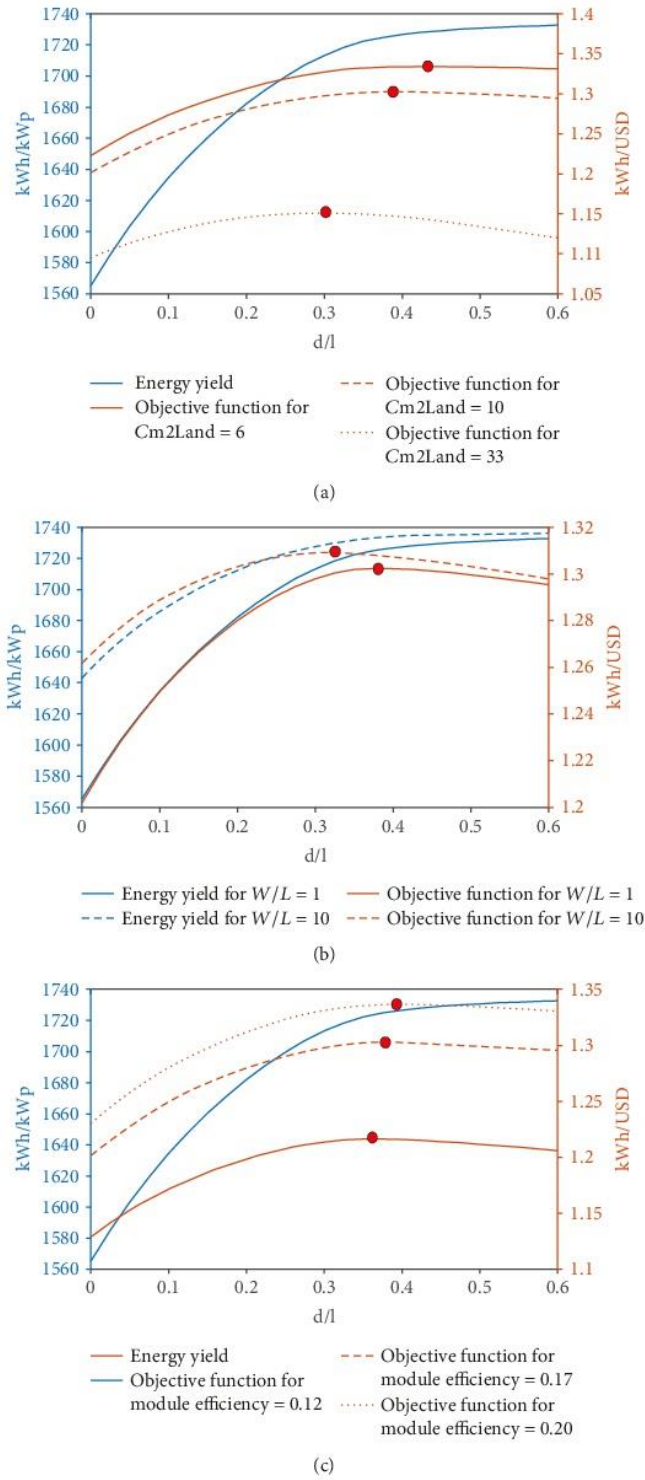


FIGURE 5: Energy yield and economic objective function vs the normalized free distance between rows ( $d/l$ ): (a) for variable cost per unit land area ( $C_{m2land}$ ); (b) for the variable plant aspect ratio ( $W/L$ ); (c) for variable PV module efficiency ( $\eta_{mod}$ ).

obtained by changing each influencing parameter within the minimum and maximum values specified in Table 1, while keeping the rest of the model parameters with the assigned

value in the case base. The calculated minimum and maximum optimum  $d/l$  are reported in the table, as well as the percentage of variation of the optimum  $d/l$  with respect to

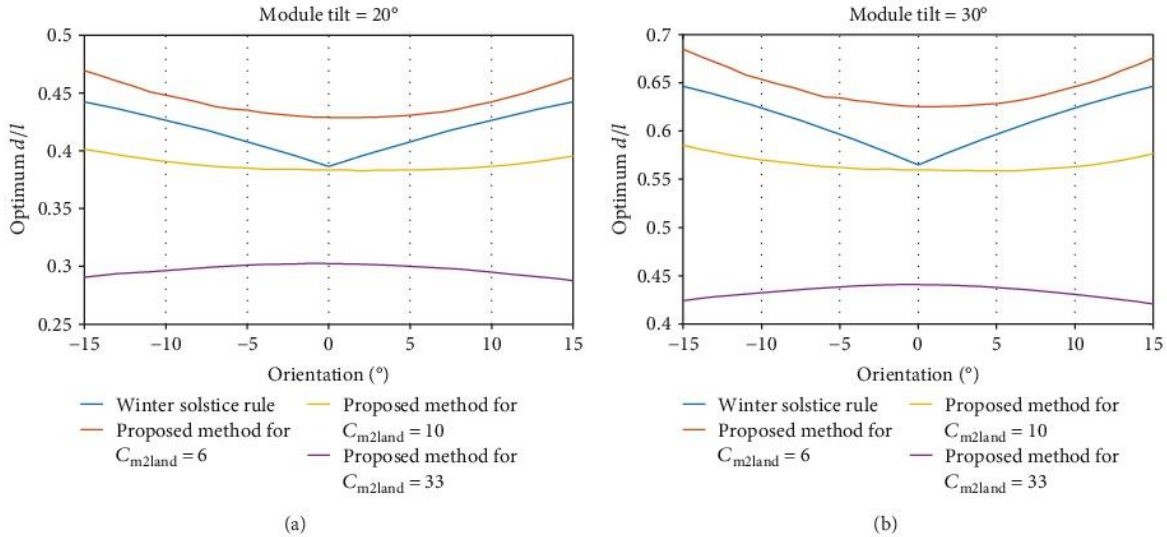


FIGURE 6: Optimum  $d/l$  versus module orientation considering the winter solstice rule and the proposed method with variable land-related cost: (a) for PV module tilt = 20°; (b) for PV module tilt = 30°.

TABLE 2: Sensitivity analysis of the technical and economic factors influencing the array spacing. Minimum and maximum optimum  $d/l$  for each model parameter according to the defined ranges of values, and percentages of variation with optimum  $d/l$  ( $\Delta d/l$ ) with respect to the case base ( $d/l = 0.383$ ).

Parameter	$d/l$ opt.min.	$d/l$ opt.max.	$\Delta d/l$ (%)
$\beta$	0.196	0.560	94.89
$C_{m2land}$	0.302	0.429	32.98
$W/L$	0.330	0.388	15.14
$\eta_{mod}$	0.362	0.395	8.45
$C_{kWp}$	0.370	0.401	7.94
$W/l$	0.370	0.388	4.76
$\alpha$	0.383	0.401	4.72
$C_{m2str}$	0.382	0.385	0.57
$L_{DC}$	0.382	0.384	0.49
$\gamma_{mod}$	0.383	0.384	0.10
$L_{AC}$	0.384	0.384	0.00

the case base. The reference  $d/l$  for the case base is 0.383 in Aguascalientes. The different parameters are sorted according to the optimum percentage variation of  $d/l$ , from the most influencing to the least influencing. In this way, the table allows the more significant parameters to be noticed.

As can be seen, the most influencing parameter is the PV module tilt with 94.89% of influence on  $d/l$ . This parameter is widely used in the methods for calculating the array spacing in the literature. However, most of these methods do not consider other relevant parameters as in the case of the proposed method. The second influencing parameter is the land-related cost with 32.98% of influence. This is an important economic factor because increasing the land-related costs implies reducing the array spacing. The plant aspect

ratio also shows an appreciable influence of 15.14% because of the different impact of the first row of PV modules which is the most favorable for energy production. The efficiency of the PV modules and the peak power-related cost show similar levels of influence with 8.45% and 7.94%, respectively. Also, below them, the normalized plant width and the PV module orientation show 4.76% and 4.72%, respectively. The rest of the model parameters have shown a very small influence, lower than 0.6%.

The behavior of the optimization model with respect to changes in the parameter values has been analyzed in detail. The results for the six parameters with highest influence on the array spacing ( $\beta$ ,  $C_{m2land}$ ,  $W/L$ ,  $\eta_{mod}$ ,  $C_{kWp}$ , and  $W/l$ ) are summarized in Figure 7. As can be observed, the optimum  $d/l$  shows an approximate linear behavior for three of these parameters ( $\beta$ ,  $\eta_{mod}$ , and  $C_{kWp}$ ) while for the other three, the behavior is clearly nonlinear. The optimum  $d/l$  increases with the parameter value in all cases except for  $C_{m2land}$  and  $W/L$ . The graphs also show the influence of each parameter on the objective function which gives an idea of the influence of each parameter on the economics of the system. The change in every parameter implies a monotonous increase or decrease of the economic objective function except in the case of the  $\beta$  parameter in which it exhibits a maximum within the range of analyzed values. This maximum corresponds to the optimum tilt of PV modules in Aguascalientes according to the proposed model.

Taking into account the sensitivity analysis, it is worth recommending to the designers of PV plants to incorporate technical and economic parameters in the array spacing calculation. The main technical factors that should be considered are the PV module tilt (which is widely used in these kinds of calculations), the plant aspect ratio, the PV module efficiency, the normalized row width, and the PV module orientation. The main economic factors are the land-related costs and the peak power-related costs. The use of a methodology such as the one proposed in this paper can help in these

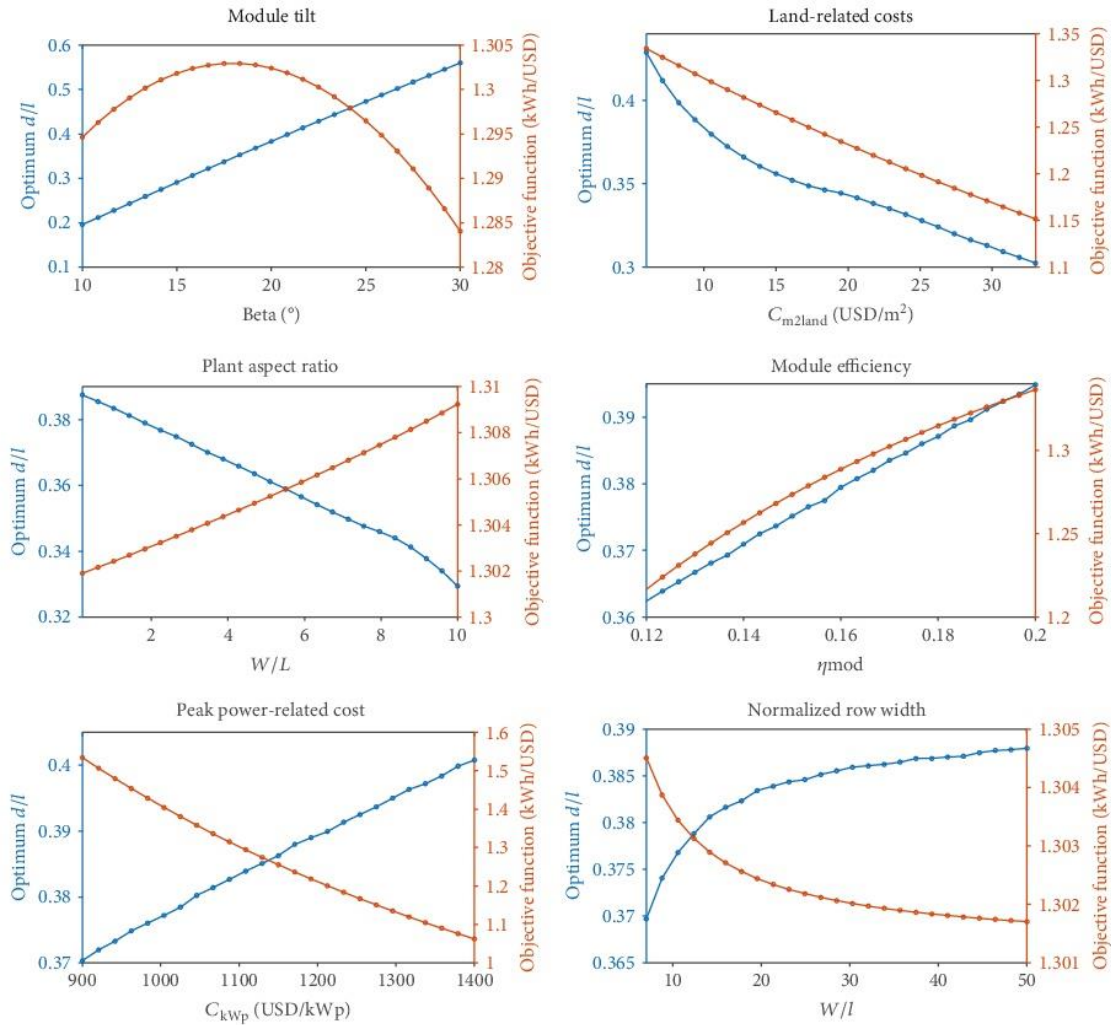


FIGURE 7: Variation of optimum  $d/l$  and objective function for the six parameters with the highest influence on the array spacing.

calculations and hence can help to improve the profitability of the PV projects by optimizing the array spacing.

### 6. Example of Application

In this section, an example of application of the proposed methodology is presented based on a real PV project that has not yet been implemented. The project is located at Aguascalientes so that the same meteorological data used in the previous sections can be applied. The land must be purchased at 4 USD/m<sup>2</sup>. The PV plant consists of 5 mounting structures made from galvanized steel, each one holding 80 PV modules in an arrangement of 4 vertical lines of 20 modules per line (Figure 8). The structures are south-oriented 20° tilted, and the land is horizontal. Renesola Virtus II JC260M-24/Bb polycrystalline silicon modules are used, with 260 Wp per module and a 16.0% module efficiency. The system uses 5 SMA STP17000TL three-phase PV inverters with a nominal capacity of 17,000 W per inverter, each one

connected to the 80 PV modules of each mounting structure. In this way, the plant DC-to-AC sizing ratio is 1.22 according to the typical designs of Aguascalientes. A 110 kVA power transformer is installed because the operating voltage of the inverter (230/400 V) differs from the grid voltage (127/220 V). The rectangular available land is 32.8 m × 26.0 m. The information required to run the optimization methodology is shown in Table 3. As can be seen, this information is familiar for the designers of PV plants.

The input parameters can be easily calculated from the provided information. The collector height (4 lines of PV modules) is 3.968 m. The normalized width is then  $W/l = 8.266$ . While the PV plant length is a priori unknown, we can approximate the plant aspect ratio considering the total length of available land:  $W/L = 1.262$ . The DC loss coefficient is set to  $L_{DC} = 0.1$ , which can be representative of a typical PV plant, while the AC loss coefficient is set to  $L_{AC} = 0.04$  considering the losses in AC wires and power transformer. The peak power-related cost is calculated by the sum of PV

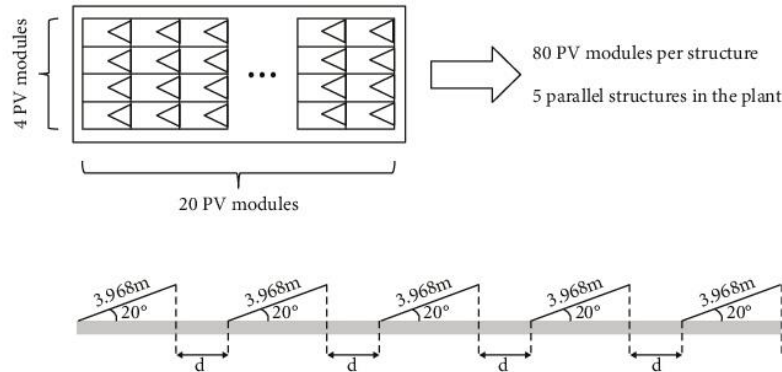


FIGURE 8: PV array structure and geometry of the example of application.

TABLE 3: Information required by the proposed optimization method for the example of application.

Source	Information
PV module datasheet	Max. power = 260 Wp
	Temp. coefficient = 0.40%/K
	NOCT = 45°C
	Module efficiency = 16.0%
	Module width = 0.992 m
	Module length = 1.690 m
Land geometry	Length = 26.0 m
	Width = 32.8 m
	Orientation = south-oriented
	Land tilt = horizontal
	Module tilt = 20°
Preliminary design	Number of mounting structures = 5
	Structure width = 32.8 m
	Structure collector height = 3.968 m
	Number of PV modules per structure = 80
	Total number of PV modules = 400
	Total peak power = 104,000 Wp
	Inverter nominal capacity = 17,000 W
Number of inverters = 5	
	AC nominal output power = 85,000 W
Budget	Cost per PV module = 134.20 USD
	Cost per inverter = 4210 USD
	Cost per structure = 3950 USD
	Cost of electrical protections = 12,421 USD
	Transformer cost = 1842 USD
	Manual labor cost = 4210 USD
	Building cost = 15,789 USD
	Wiring cost = 6856 USD
Land cost = 4 USD/m <sup>2</sup>	

modules, PV inverters, electrical protections, transformer, manual labor, and building costs divided by the total PV plant peak power,  $C_{kWp} = 1047$  USD/kWp. The cost per m<sup>2</sup> structure is  $C_{m2str} = 30.35$  USD/m<sup>2</sup>. The total wiring cost divided by the area of available land is 6.74 USD/m<sup>2</sup>. If we sum the cost of the land,  $C_{m2land}$  results in 10.74 USD/m<sup>2</sup>.

With these input parameters, the optimum free distance between rows of PV modules ( $d$ ) can be calculated with the proposed method. Results are presented in Table 4. For comparison purposes, we have also calculated  $d$  by using two existing methods: one is the standard winter solstice rule as described in Section 4; the other is the method proposed by Novas-Castellano et al. [6], which calculates the exact shading shape on the land over 21<sup>st</sup> of December. The lowest value of occupied land area is obtained with the proposed methodology (799.4 m<sup>2</sup>), followed by the winter solstice rule (812.7 m<sup>2</sup>) and the method of Novas-Castellano et al. (851.0 m<sup>2</sup>). This means that when land-related costs are considered in the analysis as in the case of the proposed method, the  $d$  distance tends to be lower. The other two methods are only based on shading irradiance calculations and do not consider this kind of information. As can be seen in the table, the differences in the energy yield are small in spite of the difference in the  $d$  distance. However, the economical objective function is impacted by the occupied land area, ranging from 1.2764 kWh/USD for the proposed method to 1.2737 kWh/USD for the method of Novas-Castellano et al. As a conclusion, this example shows the economic benefits of using the proposed method.

## 7. Conclusions

A methodology for optimizing the array spacing in grid-connected PV systems has been proposed. It uses annual shading energy calculations, an energy yield model of the PV system, and an economic approach based on the system investment costs. In this way, the method takes into consideration a number of technical and economic parameters that impact the optimum array spacing. It has been applied to the climate of Aguascalientes, Mexico, by using real atmospheric measurements registered over 10 years. However, the methodology can be easily applied to other locations with available climate data.

TABLE 4: Comparison between the proposed method, the standard winter solstice rule, and the method of Novas-Castellano et al. [6] for the calculation of the free distance between rows of PV modules ( $d$ ).

Method	$d$ (m)	Occupied land area (m <sup>2</sup> )	Annual energy yield (kWh/kWp)	Objective function (kWh/USD)
This study	1.432	799.4	1690	1.2764
Winter solstice rule	1.533	812.7	1692	1.2761
Method of Novas-Castellano et al. [6]	1.825	851.0	1695	1.2737

The results have been compared to a common rule used by PV designers based on the winter solstice condition. While the simplified rule provides a unique value for the row-to-row distance for a given tilt, orientation, and location, the proposed methodology adapts to different parameters. For instance, considering south-oriented 20°-tilted PV modules, the free distance between rows normalized to the collector height can vary between 0.30 and 0.44 as a function of the land-related costs, compared to the fixed value of 0.38 obtained by the winter solstice rule. Therefore, the proposed method is more flexible and can be adapted to any specific project, improving its profitability.

When dealing with optimum array spacing, it is convenient to consider the minimum distance required for maintenance purposes. It is possible that the optimum free distance between rows is not sufficient for maintenance. Our recommendation in this case is to increase the collector height if possible, for instance, by adding an additional line of PV modules or installing the PV modules with the longest side in vertical. In this way, the optimum distance will increase and allow the maintenance activities. In the case that esthetical or structural limitations avoid implementing these adjustments, then the optimum distance could not be used, although this will imply economic losses because of the higher amount of occupied land due to a longer free distance between rows.

The methodology can be used as a framework to analyze the impact of each individual technical or economic parameter on the optimum array spacing. Results of a sensibility analysis have allowed sorting the involved parameters as a function of their impact. Considering technical parameters, the main relevant factors are the module tilt ( $\Delta d/l = 94.89\%$ ), the ratio of plant width to plant length ( $\Delta d/l = 15.14\%$ ), and the PV module efficiency ( $\Delta d/l = 8.45\%$ ), while considering economic parameters, the main relevant factors are the land-related costs ( $\Delta d/l = 32.98\%$ ) and the cost per kWp ( $\Delta d/l = 7.94\%$ ). These results can help the PV designer in the selection of the system components and geometry. There was a lack in the reviewed literature concerning this kind of analysis. The methodology is analytical and easy to use, facilitating its usage in real PV projects.

Future work will incorporate more complex economic methodologies such as the LCOE, PV systems installed on a nonhorizontal land, and sun-tracking systems.

## Data Availability

The meteorological data used to support the findings of this study have not been made available because they belong to

Coordinación General del Servicio Meteorológico Nacional (CGSMN) of the Comisión Nacional del Agua (CONAGUA) of México.

## Conflicts of Interest

The authors declare that there is no conflict of interests regarding the publication of this paper.

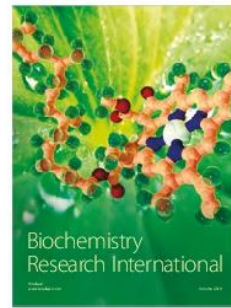
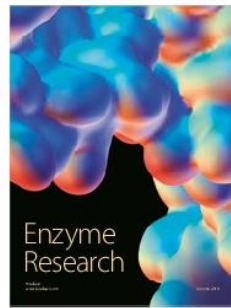
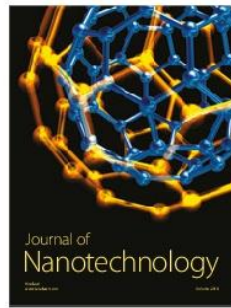
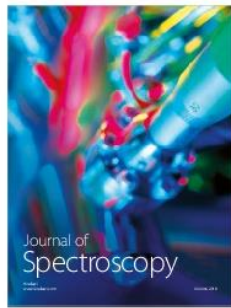
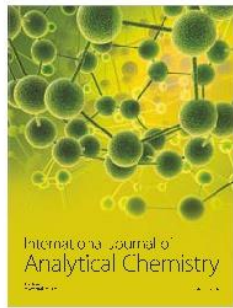
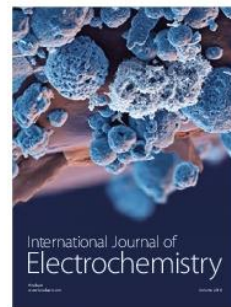
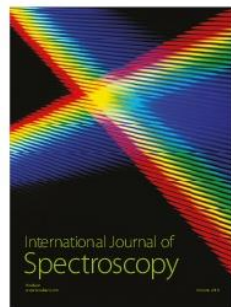
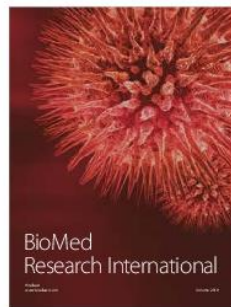
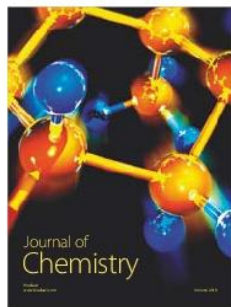
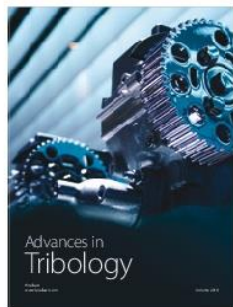
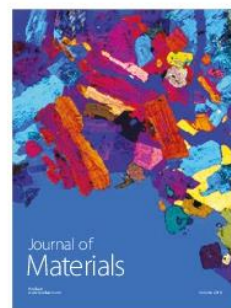
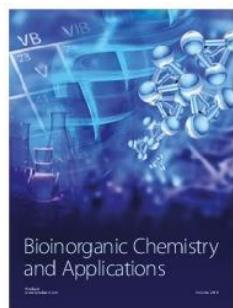
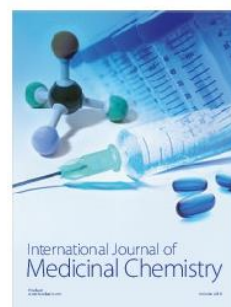
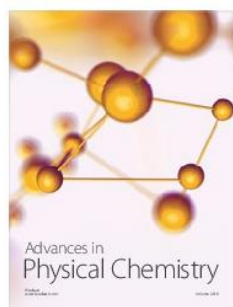
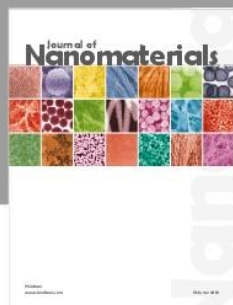
## Acknowledgments

The authors thank the Coordinación General del Servicio Meteorológico Nacional (CGSMN) of the Comisión Nacional del Agua (CONAGUA) of México because of the supply of the meteorological data used in this research. Pedro M. Rodrigo thanks the Science and Technology National Council of Mexico (CONACYT) for the economic support as a member of the National System of Researchers.

## References

- [1] P. P. Groumpos and K. Khouzam, "A generic approach to the shadow effect of large solar power systems," *Solar Cells*, vol. 22, no. 1, pp. 29–46, 1987.
- [2] M. M. Elsayed and A. M. al-Turki, "Calculation of shading factor for a collector field," *Solar Energy*, vol. 47, no. 6, pp. 413–424, 1991.
- [3] J. Appelbaum and J. Bany, "Shadow effect of adjacent solar collectors in large scale systems," *Solar Energy*, vol. 23, no. 6, pp. 497–507, 1979.
- [4] S. B. Sadineri, R. F. Boehm, and R. Hurt, "Spacing analysis of an inclined solar collector field," in *ASME 2nd International Conference on Energy Sustainability*, pp. 417–422, Jacksonville, FL, USA, 2008.
- [5] D. Weinstock and J. Appelbaum, "Optimal solar field design of stationary collectors," *Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 126, no. 3, pp. 898–905, 2004.
- [6] N. N. Castellano, J. A. Gázquez Parra, J. Valls-Guirado, and F. Manzano-Agugliaro, "Optimal displacement of photovoltaic array's rows using a novel shading model," *Applied Energy*, vol. 144, pp. 1–9, 2015.
- [7] J. K. Copper, A. B. Sproul, and A. G. Bruce, "A method to calculate array spacing and potential system size of photovoltaic arrays in the urban environment using vector analysis," *Applied Energy*, vol. 161, no. 1, pp. 11–23, 2016.
- [8] Australian Photovoltaic Institute, *Solar Potential Tool*, Australian Renewable Energy Agency, 2014, <http://pv-map.apvi.org.au/potential>.

- [9] D. Weinstock and J. Appelbaum, "Optimization of solar photovoltaic fields," *Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 131, no. 3, article 031003, 2009.
- [10] H. Awad, M. Gul, C. Ritter et al., "Solar photovoltaic optimization for commercial flat rooftops in cold regions," in *2016 IEEE Conference on Technologies for Sustainability (SusTech)*, Phoenix, AZ, USA, 2016.
- [11] A. Martínez-Rubio, F. Sanz-Adan, and J. Santamaria, "Optimal design of photovoltaic energy collectors with mutual shading for pre-existing building roofs," *Renewable Energy*, vol. 78, pp. 666–678, 2015.
- [12] M. Iqbal, *An Introduction to Solar Radiation*, Academic Press, Toronto, Canada, 1983.
- [13] P. M. Rodrigo, R. Velázquez, and E. F. Fernández, "DC/AC conversion efficiency of grid-connected photovoltaic inverters in central Mexico," *Solar Energy*, vol. 139, pp. 650–665, 2016.
- [14] T. Maor and J. Appelbaum, "View factors of photovoltaic collector systems," *Solar Energy*, vol. 86, no. 6, pp. 1701–1708, 2012.
- [15] S. Gutiérrez and P. M. Rodrigo, "Energetic analysis of simplified 2-position and 3-position North-South horizontal single-axis sun tracking concepts," *Solar Energy*, vol. 157, pp. 244–250, 2017.
- [16] C. Rus-Casas, J. D. Aguilar, P. Rodrigo, F. Almonacid, and P. J. Pérez-Higueras, "Classification of methods for annual energy harvesting calculations of photovoltaic generators," *Energy Conversion and Management*, vol. 78, pp. 527–536, 2014.
- [17] International Electrotechnical Commission (IEC), *IEC 61853-1: Photovoltaic (PV) Module Performance Testing and Energy Rating - Part 1: Irradiance and Temperature Performance Measurements and Power Rating*, Geneva, Switzerland, 2011.
- [18] B. Bletterie, R. Bründlinger, and G. Lauss, "On the characterisation of PV inverters' efficiency - introduction to the concept of achievable efficiency," *Progress in Photovoltaics: Research and Applications*, vol. 19, no. 4, pp. 423–435, 2011.
- [19] K. Peippo and P. D. Lund, "Optimal sizing of solar array and inverter in grid-connected photovoltaic systems," *Solar Energy Materials and Solar Cells*, vol. 32, no. 1, pp. 95–114, 1994.
- [20] P. J. Pérez-Higueras, F. M. Almonacid, P. M. Rodrigo, and E. F. Fernández, "Optimum sizing of the inverter for maximizing the energy yield in state-of-the-art high-concentrator photovoltaic systems," *Solar Energy*, vol. 171, pp. 728–739, 2018.
- [21] P. M. Rodrigo, "Improving the profitability of grid-connected photovoltaic systems by sizing optimization," in *2017 IEEE Mexican Humanitarian Technology Conference (MHTC)*, Puebla, Mexico, 2017.
- [22] J. C. Lagarias, J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright, "Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions," *SIAM Journal on Optimization*, vol. 9, no. 1, pp. 112–147, 1998.



## Prueba de indexación

International Journal of Photoenergy [Open Access](#)  
Volume 2019, 2019, Article number 1486749

### Optimum Array Spacing in Grid-Connected Photovoltaic Systems considering Technical and Economic Factors [\(Article\)](#) [\(Open Access\)](#)

Sánchez-Carbajal, S. , [Rodrigo, P.M.](#) 

Universidad Panamericana, Facultad de Ingeniería, Josemaría Escrivá de Balaguer 101, Aguascalientes, Aguascalientes, 20290, Mexico



#### Abstract

[View references \(22\)](#)

The performance and economics of grid-connected photovoltaic (PV) systems are affected by the array spacing. Increasing the array spacing implies reducing the impact of shading, but at the same time, it increases the land purchase/preparation costs and the wiring costs. A number of technical and economic factors are involved when selecting an optimum array spacing. Designers of PV plants often set the row-to-row spacing based on simplified rules, losing the opportunity of improving the profitability of their projects. In this paper, a comprehensive methodology for optimizing the array spacing is proposed. It is based on annual shading energy calculations and incorporates a PV energy yield model together with an economic model focused on investment costs. The method is applied to the climatic conditions in Aguascalientes, Mexico, as a case study. A sensitivity analysis allowed the impact of the technical and economic parameters involved on the optimum interrow distance to be quantified. According to the results, the most relevant technical parameters are the module tilt (often considered by the PV designers), the ratio of plant width to plant length, and the module efficiency. The main economic parameters are the land-related costs and the costs per kWp. The comparison of this methodology to a conventional rule based on the winter solstice condition shows differences in the array spacing for the same location when the multiple technical and economic parameters are considered. Therefore, the proposed method will be useful for PV designers to improve the energetic and economic behavior of their systems. Copyright © 2019 S. Sánchez-Carbajal and P. M. Rodrigo.

#### SciVal Topic Prominence

Topic: [Solar energy](#) | [Solar collectors](#) | [Aspect ratio](#)

Prominence percentile: 66.919  

#### Funding details

Funding sponsor	Funding number	Acronym
Sistema Nacional de Investigadores		
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología		
National Research Council of Science and Technology		

#### Funding text

The authors thank the Coordinación General del Servicio Meteorológico Nacional (CGSMN) of the Comisión Nacional del Agua (CONAGUA) of México because of the supply of the meteorological data used in this research. Pedro M. Rodrigo thanks the Science and Technology National Council of Mexico (CONACYT) for the economic support as a member of the National System of Researchers.

ISSN: 1110662X  
Source Type: Journal  
Original language: English

DOI: 10.1155/2019/1486749  
Document Type: Article  
Publisher: Hindawi Limited